Мокін Б.І ***Україна***
Мокін О.Б. ***Вінниця***

Вінницький національний технічний університет

МІНІМІЗАЦІЯ ВИТРАТ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ТРАМВАЯ ПРИ ЙОГО СТАЛОМУ НЕДОВАНТАЖЕННІ

1. Вступ

В роботі [1], яка уже стала класичною в напрямку оптимізації електроприводів транспортних засобів з тяговими електродвигунами постійного струму з послідовним збудженням, та й в роботах її послідовників, наприклад [2], режими цих електроприводів оптимізуються за критерієм мінімуму втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів, тобто за критерієм

$$e = \int_0^{\tau_k} i^2 d\tau \,, \tag{1}$$

в якому i та e – це виражені у відносних одиницях струм в якірному колі та втрати електроенергії в цьому колі за відносний час τ_k, протягом якого транспортний засіб долає відстань від однієї зупинки до наступної.

І поки регулювання таких електроприводів здійснювалось за допомогою реостатів змінного опору, їх оптимізація за мінімумом критерію (1) приводила і до мінімуму витрат електроенергії в них, тобто до мінімуму критерію

$$e_* = \int_0^{\tau_k} u\, i \, d\tau \,, \tag{2}$$

де u – відносна напруга, що подається до електропривода транспортного засобу від контактної електричної мережі.

Але з переходом до регулювання режимів роботи електроприводів з тяговими електродвигунами постійного струму послідовного збудження за допомогою силових транзисторів, що працюють в імпульсному режимі, мінімізація втрат електроенергії в якірних колах тягових електродвигунів вже не може бути адекватною мінімізації її витрат для забезпечення роботи електропривода.

В даній роботі авторами розв'язується задача оптимізації режиму роботи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму послідовного збудження за критерієм мінімуму витрат електроенергії, тобто за критерієм (2).

2. Вихідні передумови та постановка задачі

В якості вихідних передумов при розв'язанні поставленої задачі будемо брати до уваги наступні умови:

1). В електроприводі трамвая використовуються тягові електродвигуни постійного струму послідовного збудження з кривою намагнічування $\phi(i)$, яка допускає апроксимацію у вигляді

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 \cdot i^2 + b_2 \cdot i, & i \in [0, i_{cn}), \\ a_1 + b_1 \cdot i, & i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \tag{3}$$

де i_{cn} – координата спряження параболічної та прямолінійної гілок кривої намагнічування, обґрунтованому в роботі авторів [3].

2). Трамвай долає шлях від однієї зупинки до наступної за відносний час τ_k і реалізує програму

$$l_k = \int_0^{\tau_k} \nu \, d\tau \,, \tag{4}$$

рухаючись по горизонтальному відрізку трамвайної колії, що допускає використання математичної моделі для електромеханічної частини його електропривода у вигляді

$$\dot{\nu} = i\phi - \mu \tag{5}$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} \nu(0) = 0, \\ \nu(\tau_k) = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Для виразів (4) – (6): ν – відносна кутова швидкість обертання ротора тягового електродвигуна, μ – відносний момент навантаження, який при русі на горизонтальній площині є величиною сталою, l_k – відстань між сусідніми зупинками трамвая.

3). Контактна електромережа вважається достатньо потужною у порівнянні з потужністю електропривода трамвая, що дозволяє відносне значення напруги u, яка прикладається до електропривода, вважати рівним одиниці і допускає використання критерію (2) у вигляді

$$e_* = \int_0^{\tau_k} i\, d\tau\,. \qquad (7)$$

4). Приймається, що трамвай недовантажений до номінального рівня, тобто виконується умова

$$i < i_{cn}\,, \qquad (8)$$

яка дозволяє при розв’язанні задачі розглядати лише параболічну гілку кривої намагнічування (3), тобто вважати, що у всьому діапазоні змін i –

$$\phi(i) = -a_2 i^2 + b_2 i\,. \qquad (9)$$

Одразу ж відзначимо, що розв’язання цієї задачі при номінальному завантаженні трамвая, а також при завантаженні, більшому номінального, здійснено в роботі [4].

З врахуванням введених умов задачу можна сформулювати так: знайти такі функції $\nu(\tau)$ та $i(\tau)$, які, задовольняючи програму (4) і обмеження (5), (6) в діапазоні значень i, визначеному співвідношеннями (8), (9), доставляють мінімум функціоналу (7).

3. Розв’язання задачі

Функція Лагранжа для нашої задачі оптимізації в рамках визначених умов буде мати вигляд

$$L = i + \lambda_0\left(\dot{l} - \nu\right) + \lambda_1\left(\dot{\nu} - i\phi + \mu\right), \qquad (10)$$

а рівняння Ейлера —

$$\begin{cases} L_l - \dfrac{d}{d\tau} L_{\dot{l}} = 0, \\ L_\nu - \dfrac{d}{d\tau} L_{\dot{\nu}} = 0, \\ L_i - \dfrac{d}{d\tau} L_{\dot{i}} = 0. \end{cases} \qquad (11)$$

Підставляючи значення частинних похідних L_ν, L_l, L_i, $L_{\dot{\nu}}$, $L_{\dot{l}}$, $L_{\dot{i}}$ в рівняння (11), отримаємо:

$$\begin{cases} -\dfrac{d\lambda_0}{d\tau} = 0, \\ -\lambda_0 - \dfrac{d\lambda_1}{d\tau} = 0, \\ 1 - \lambda_1\left(\phi + i\dfrac{d\phi}{di}\right) = 0. \end{cases} \qquad (12)$$

З першого рівняння системи (12) отримаємо

$$\lambda_0 = -\lambda_0^* = const\,, \qquad (13)$$

а з другого —

$$\lambda_1 = \lambda_0^*\tau + C_1\,. \qquad (14)$$

Підставляючи значення λ_1 з виразу (14) та значення ϕ з виразу (9) в третє рівняння системи (12), отримаємо

$$1 - \left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)\left(-a_2 i^2 + b_2 i + i\cdot\left(-2a_2 i + b_2\right)\right) = 0\,,$$

або

$$i^2 - \frac{2b_2}{3a_2} i + \frac{1}{3a_2\left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)} = 0\,, \qquad (15)$$

Розв’язуючи квадратне рівняння (15) знайдемо, що

$$i_{1,2} = \frac{b_2}{3a_2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{3a_2}{b_2^2\left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)}}\right), \qquad (16)$$

Виходячи з критерію (7) та виразу (16), можна стверджувати, що мінімум витрат e_* електроенергії в електроприводі матиме місце лише на екстремалі струму

$$i(\tau) = \frac{b_2}{3a_2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{3a_2}{b_2^2\left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)}}\right), \qquad (17)$$

оскільки цілком очевидним є те, що значення інтегралу (7) при використанні знака «плюс» у виразі (16) буде більшим.

Для отримання оптимального закону зміни кутової швидкості $\nu(\tau)$ підставимо значення струму $i(\tau)$ з виразу (17) у рівняння (5).

З урахуванням виразу (9) отримаємо

$$\dot{\nu} = \frac{2b_2^3}{27a_2^2}\left[1-\sqrt{1-\frac{3a_2}{b_2^2\left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)}}\cdot\left(1+\frac{3a_2}{2b_2^2\left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)}\right)\right]-\mu . \tag{18}$$

Інтегруючи диференціальне рівняння (18) за методикою, викладеною у роботі [5], матимемо

$$\nu\left(\lambda_0^*, C_1, C_2, \tau\right) = \frac{2b_2^3}{27a_2^2}\left[\tau - \frac{1}{\lambda_0^*}\cdot\sqrt{1-\frac{3a_2}{b_2^2\left(\lambda_0^*\tau + C_1\right)}}\cdot\left(\lambda_0^*\tau + C_1 - \frac{3a_2}{b_2^2}\right)\right]-\mu\tau + C_2 . \tag{19}$$

Це і буде оптимальний закон зміни кутової швидкості електропривода трамвая, якого потрібно дотримуватись, якщо ми бажаємо під час руху між двома сусідніми зупинками витратити мінімальну кількість електроенергії та забезпечити дотримання графіку руху.

В оптимальний закон (19) входять три невідомі параметри: λ_0^*, C_1 та C_2.

Для їх однозначного визначення потрібно мати систему трьох рівнянь, в які вони увійшли б в якості невідомих.

Перших два рівняння цієї системи отримаємо, наклавши граничні умови (6) на закон (19), тобто переписавши ці граничні умови у вигляді

$$\begin{cases} \nu\left(\lambda_0^*, C_1, C_2, 0\right) = 0, \\ \nu\left(\lambda_0^*, C_1, C_2, \tau_k\right) = 0. \end{cases} \tag{20}$$

А для отримання третього рівняння згаданої вище системи підставимо вираз (19) у програму (4) руху трамваю між зупинками, тобто перепишемо її у вигляді

$$\int_0^{\tau_k} \nu\left(\lambda_0^*, C_1, C_2, \tau\right) d\tau = l_k . \tag{21}$$

Розв'язувати систему рівнянь (20), (21) можна у два способи: або спочатку, використавши стандартні процедури взяття інтегралів, привести рівняння (21) до виду, аналогічному рівнянням (20), або одразу розв'язувати систему рівнянь (20), (21) чисельними методами, не беручи попередньо інтегралів у рівнянні (21).

І у першому випадку, і у другому, розв'язавши систему рівнянь (20), (21), ми отримаємо конкретні числові значення параметрів λ_0^*, C_1, C_2, підстановка яких в закони (17), (19), перетворює ці закони в оптимальні за критерієм (7) мінімуму витрат електроенергії.

4. Висновки

1. Розроблено методику оптимізації електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму послідовного збудження за критерієм мінімуму витрат електроенергії на рух по горизонтальній ділянці маршруту від однієї зупинки до наступної з навантаженням, меншим номінального.

2. Синтезовано математичні моделі для струму якоря і кутової швидкості обертання ротора електродвигуна електропривода трамвая, які забезпечують мінімум витрат електроенергії електроприводом трамвая під час руху трамваю від однієї зупинки до наступної.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Петров Ю.П. Вариационные методы оптимального управления. – Ленинград: «Энергия», 1965. – 220 с.
2. Мокін Б.І., Мокін О.Б. Друга ітерація алгоритму побудови математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні // Вісник Вінницького політехнічного інституту, №5, 2004. – С. 43-49.
3. Мокін Б.І., Мокін О.Б. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації // Вісник Вінницького політехнічного інституту, №1, 2004. – С. 45-47.
4. Мокін Б.І., Мокін О.Б. Математичні моделі в задачі оптимізації електропривода трамвая в номінальному режимі та в режимі перевантаження за критерієм мінімуму витрат електроенергії // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Електромеханічні системи, методи моделювання та оптимізації» (м. Кременчук). Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2008. – Випуск 3/2008 (50) частина 1. – С. 142-144.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М: «Наука», 1967. – 608 с.