

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРЕНИЯ И МЕТОДЫ КОМПЕНСАЦИИ ЕГО ВЛИЯНИЯ НА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Введение. Из всех видов возмущений следует выделить нелинейное трение. Нелинейное трение может оказывать сильное отрицательное влияние на процессы управления. Влияние нелинейного трения существенно отличается в зависимости от назначения системы управления, а именно, предназначена система для управления скоростью одного знака или для стабилизации положения, происходящей со знакопеременными скоростями. Данная работа посвящена компенсации влияния трения при позиционном управлении.

Анализ литературных источников. Существует большое количество моделей трения, отличающихся друг от друга как количеством учитываемых эффектов, так и их математическим описанием [1–3].

1. Кулоново трение описывается уравнением $f = -f_0 \text{sign} \dot{x}$, где f_0 – модуль трения, \dot{x} – относительная скорость трущихся поверхностей.

2. Модель Леонардо да Винчи (предложенная в 1519г. [1]), наряду с кулоновым трением $f = -f_0 \text{sign} \dot{x}$, $\forall |\dot{x}| > 0$, учитывает статическое трение.

3. Модели Гаусса, Лоренца, Тастина [1].

4. Lund Grenoble (LuGre), предложенная в 1995 г. в городах Lund и Grenoble [2].

Модели, перечисленные в пп 3 и 4, помимо описанных выше эффектов, учитывают уменьшение модуля трения в районе нулевой скорости при увеличении ее модуля (Stribeck-эффект). Эти модели отличаются друг от друга математическим описанием. Зависимость трения от скорости для моделей, перечисленных в п. 3 и 4, имеет вид, представленный на рис. 1. Эту модель, можно описать следующей системой уравнений:

$$f = -m \text{ при } \dot{x} = 0, \quad \forall |m| \leq f_0,$$

$$f = -f_0 \text{sign} m \text{ при } \dot{x} = 0, \quad \forall |m| > f_0,$$

$$f = -\varphi(|\dot{x}|) \text{sign} \dot{x} \text{ при } |\dot{x}| > 0,$$

где m – сумма всех внешних воздействий на объект управления (ОУ), f_0 – максимальный момент трения покоя. Модели из пп. 3, 4 отличаются друг от друга функциями $|f| = \varphi(\dot{x})$.

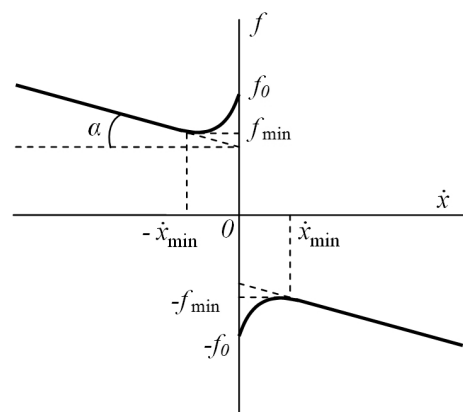


Рисунок 1 – Зависимость трения от скорости

Одним из методов компенсации влияния трения при позиционном управлении является применение ПИД-регулятора. В работе Ларина В.Б. [4] показано, что в этом случае требуемое положение равновесия асимптотически устойчиво, но процесс затухания медленный и указано на необходимость вычисления и компенсации трения. Кроме того, при наличии падающих участков характеристики трения системы с ПИД-регуляторами неустойчивы из-за наличия интегральной части. В литературе рассматривается метод с предварительной идентификацией выбранной модели трения с последующим ее доопределением в реальном времени и компенсацией на фоне ПД-регулирования [3]. Недостатком этого метода является то, что нет таких моделей, которые учитывают все эффекты. Кроме того, при наличии других, помимо трения, возмущений идентификация будет не точной, и ПД-регулятор не в состоянии в достаточной степени уменьшать ошибки от других воздействий. Компенсацию трения без учета его математической модели можно осуществить с помощью таких робастных методов управления, как управление с большими коэффициентами усиления или системы с переменной структурой (СПС) [5]. СПС обладают высокой степенью робастности, но им присущ ряд недостатков: плохая помехозащищенность по отношению к высокочастотным помехам, способность возбуждать колебания упругих элементов, внесение в систему высокочастотных колебаний, повышенные энергозатраты, пониженная надежность. Таким образом, задача точного позиционного управления при наличии нелинейного трения требует лучшего решения. Хорошей робастностью к неопределенностям, быстрым реагированием на ступенчато изменяющиеся воздействия и одновременно при “мягком” управлении без скользящих режимов обладают комбинированные системы управления с оценкой и компенсацией неопределенностей динамики [6, 7]. Однако этот метод ранее не рассматривался применительно к объектам с нелинейным трением. Кроме того, методы оценки вектора скорости в работах [6, 7] или сложны, или не учитывают динамику (объекта управления) ОУ. Ниже предлагается новый метод реализации комбинированного управления с наблюдателем вектора неопределенности и вектора состояния ОУ, отличающийся повышенной точностью за счет учета динамики ОУ при сравнительно малом объеме вычислений.

Постановка задачи. Рассматривается объект управления

$$\ddot{x} = A_1x + A_2\dot{x} + Bu + Gf, \quad x \in R^n, \quad f \in R^\alpha, \quad (1)$$

где x , u – векторы состояния и управления, A_1 , A_2 , B , G – постоянные известные матрицы соответствующих размеров, $f = f(x, u, t)$ – ограниченная кусочно дифференцируемая вектор-функция (неопределенность), в которую собраны неизвестные погрешности объекта (1), внешние воздействия на объект, включая трение, и погрешности датчиков. Будем полагать функцию f такой, что в масштабе времени наблюдателя неопределенности ее можно считать постоянной, т.е.

$$\dot{f} = 0. \quad (2)$$

Необходимо построить наблюдатель для системы (1), (2) с измерением только x , отдельно оценивающий скорость \dot{x} и неопределенность f (редуцированный наблюдатель).

Материалы исследования. Перепишем уравнение (1) в виде

$$\ddot{x} = A_2\dot{x} + Gf + [A_1x + Bu]. \quad (3)$$

Пусть выполняется условие согласованности управления и возмущения $G = BQ$, где Q – некоторая известная матрица, и матрица B обратимая. В уравнении (3) вектор в скобках известен. Предположим на время, что скорость \dot{x} известна. В системе (2), (3) примем в качестве оцениваемых переменных \dot{x} и f с измерением

$$y = \dot{x}. \quad (4)$$

Для системы (2)–(4) построен наблюдатель в виде

$$\dot{z}_x = (A_2 + L_x)(z_x - L_x x) + G(z_f - L_f x) + [A_1x + Bu], \quad \dot{z}_f = L_f(z_x - L_x x), \quad (5)$$

$$\hat{\dot{x}} = z_x - L_x x, \quad \hat{f} = z_f - L_f x, \quad (7)$$

где L_x , L_f – матрицы коэффициентов передачи наблюдателя. В системе (5) отсутствует неизмеряемый вектор \dot{x} . Закон управления сформируем в виде $u = K_1x + K_2\hat{\dot{x}} - Q\hat{f}$, где $\hat{\dot{x}}$, \hat{f} определены в (7). Известно, что объем вычислений при интегрировании системы уравнений пропорционален квадрату порядка системы. Для уменьшения объема вычислений наблюдателя разделим наблюдатель (5) на два блока с односторонней связью. С этой целью сделаем неособые преобразования системы (5) подобные тому, как было сделано в работе [6], в результате чего получим

$$\dot{z}_x^* = (A_2 + L_x^*)z_x^* + Bu + [A_1 - (A_2 + L_x^*)L_x - GL_f]x, \quad \dot{z}_f = L_f(z_x^* + Sz_f - L_x x),$$

$$S = -(A_2 + L_x^*)^{-1}G, \quad z_x = z_x^* + Sz_f, \quad L_x = L_x^* + SL_f.$$

В качестве примера рассматривалось управляемое движение твердого тела с неизвестной массой, на которое действуют нелинейное трение типа LuGre и нагрузка неизвестных величин. Измерялось только перемещение тела. Численное моделирование подтвердило правильность предлагаемого метода синтеза робастной системы управления, а также показало возможность получения с помощью этого метода заданных динамических характеристик.

Выводы. Анализ методов компенсации влияния трения при позиционном управлении позволяет заключить, что наибольшими возможностями обеспечения высокой точности управления при наличии нелинейного трения любого типа (в том числе и типа LuGre) обладает комбинированный метод управления с наблюдателями вектора неопределенности. Благодаря комбинированному принципу действия разработанных систем, в отличие от СПС, осуществляется «мягкое» управление с пониженными энергетическими затратами, повышается помехоустойчивость к высокочастотным помехам и в меньшей степени «возбуждается» паразитная динамика. Также следует отметить, что разрабатываемые в данной статье алгоритмы не требуют знания математической модели трения. Модель необходима только для иллюстрации работоспособности рассматриваемого комбинированного управления путем численного моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Armstrong-Helouvry, B. A survey of models, analysis tools, and compensation methods for the control of machines with friction / B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont, and C. Canudas de Wit // Automatica. – 1994. – Vol. 30, N 7. – P. 1083–1138.
2. Canudas-de-Wit, C. A new model for control of systems with friction / C. Canudas-de-Wit, H. Olsson, K.J. Astrom, and P. Lischinsky // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1995. – Vol. 40. – P. 419–425.
3. Marton, L. Modeling, identification, and compensation of stick-slip friction / L. Marton and B. Lantos // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2007. – Vol. 54, N 1. – P. 511–521.
4. Ларин, В.Б. О компенсации нелинейного трения в робототехнических системах / В.Б. Ларин // Прикладная механика. – 1996. – Т 32, N 5. – С. 69–74.
5. Yu-Feng, Li. Sliding mode control of two-mass positioning systems / Yu-Feng Li, B. Eriksson and J. Wikander // 14th World Congress of IFAC, Beijing, P.R. China, 1999. – Paper C-2a-05-2. – P. 151–156.
6. Потапенко, Е.М. Сравнительная оценка робастных систем управления с различными типами наблюдателей / Е.М. Потапенко // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1995. – № 1. – С. 109–117.
7. Потапенко, Е.М. Робастное управление маневрирующим упругим космическим аппаратом / Е.М. Потапенко, В.Г. Бичай // Проблемы управления и информатики. – 1998. – № 4. – С. 72–85.