

## МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ІЗ ВРАХУВАННЯМ ВТРАТ У ЗАЛІЗІ ПРИ ОРІЄНТУВАННІ КООРДИНАТ ЗА ПОТОКОЗЧЕПЛЕННЯМ СТАТОРА

**Вступ.** Як відомо, математичний опис ідеалізованого асинхронного двигуна (АД), що є підґрунтям для синтезу та аналізу алгоритмів керування асинхронним приводом [1], не враховує магнітних втрат потужності в осерді статора та ротора, які називають втратами у залізі (сталі) двигуна. Щоправда останнім часом зростає увага фахівців до вивчення впливу втрат у залізі на процеси керування АД, про що свідчить поява низки публікацій за цією темою. Так в праці [2] досліджуються аспекти погіршення точності систем векторного керування АД через втрати у залізі та запропоновано удосконалену схему непрямого векторного керування за рахунок компенсації впливу цих втрат в усталених процесах. У [3] на основі розширеної моделі АД шляхом врахування втрат у залізі отримано алгоритм енергоефективного керування двигуном. В [4] удосконалено метод прямого керування моментом двигуна шляхом врахування втрат у залізі. В праці [5] завдяки врахуванню втрат у залізі в бездавачевому асинхронному приводі досягнуто поліпшення точності оцінювання швидкості ротора. В [6] отримано моделі АД для низки варіантів вектора стану та модель двигуна у зорієнтованих за вектором потокозчеплення ротора координатах.

На сьогодні, як засвідчує аналіз літературних джерел, питання побудови математичних моделей АД з врахуванням втрат у залізі залишається актуальним. Зокрема є потреба в розширеному описанні двигуна із живленням від інвертора напруги для способу орієнтування рухомих координат за вектором потокозчеплення статора. Дане орієнтування координат у асинхронному приводі є доцільним для певних практичних застосувань [1]. Особливістю таких систем векторного керування є інваріантність до змін опору ротора АД.

**Мета роботи.** Метою даного дослідження є отримання математичної моделі асинхронного двигуна із врахуванням втрат потужності у залізі при орієнтуванні координат за вектором потокозчеплення статора двигуна.

**Отримання моделі АД.** Симетричний АД з короткозамкненим або фазним ротором, статор якого живиться від джерела синусоїдальної напруги, у системі ортогональних рухомих координат  $(d, q)$  за припущення лінійності характеристики намагнічування та при врахуванні втрат у залізі може бути описаний сукупністю диференціальних та алгебричних рівнянь [2, 6]:

$$U_{sd} = R_s I_{sd} + d\Psi_{sd}/dt - \omega_0 \Psi_{sq}; \quad U_{sq} = R_s I_{sq} + d\Psi_{sq}/dt + \omega_0 \Psi_{sd}; \quad (1)$$

$$0 = R_r I_{rd} + d\Psi_{rd}/dt - (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rq}; \quad 0 = R_r I_{rq} + d\Psi_{rq}/dt + (\omega_0 - z_p \omega) \Psi_{rd}; \quad (2)$$

$$R_z I_{zd} = d\Psi_{md}/dt - \omega_0 \Psi_{mq}; \quad R_z I_{zq} = d\Psi_{mq}/dt + \omega_0 \Psi_{md}; \quad (3)$$

$$I_{md} + I_{zd} = I_{sd} + I_{rd}; \quad I_{mq} + I_{zq} = I_{sq} + I_{rq}; \quad (4)$$

$$\Psi_{sd} = L_{s\sigma} I_{sd} + L_m I_{md}; \quad \Psi_{sq} = L_{s\sigma} I_{sq} + L_m I_{mq}; \quad (5)$$

$$\Psi_{rd} = L_{r\sigma} I_{rd} + L_m I_{md}; \quad \Psi_{rq} = L_{r\sigma} I_{rq} + L_m I_{mq}; \quad (6)$$

$$\Psi_{md} = L_m I_{md}; \quad \Psi_{mq} = L_m I_{mq}; \quad (7)$$

$$M_E = (3/2) z_p (L_m / L_r) [\Psi_{rd} (I_{sq} - I_{zq}) - \Psi_{rq} (I_{sd} - I_{zd})]; \quad (8)$$

$$M_E - M_H = J d\omega/dt, \quad (9)$$

де змінними є компоненти узагальнених векторів напруги статора  $\bar{U}_s = [U_{sd}, U_{sq}]^T$ , струму статора  $\bar{I}_s = [I_{sd}, I_{sq}]^T$ , струму ротора  $\bar{I}_r = [I_{rd}, I_{rq}]^T$ , струму намагнічування  $\bar{I}_m = [I_{md}, I_{mq}]^T$ , струму у колі втрат у залізі  $\bar{I}_z = [I_{zd}, I_{zq}]^T$ , потокозчеплення статора  $\bar{\Psi}_s = [\Psi_{sd}, \Psi_{sq}]^T$ , потокозчеплення ротора  $\bar{\Psi}_r = [\Psi_{rd}, \Psi_{rq}]^T$ ; головного потокозчеплення  $\bar{\Psi}_m = [\Psi_{md}, \Psi_{mq}]^T$ ;  $\omega_0$  – кутова швидкість обертання координат  $(d, q)$ ;  $M_E$  – електромагнітний момент двигуна;  $M_H$  – момент навантаження;  $J$  – сумарний момент інерції АД;  $z_p$  – кількість пар полюсів двигуна;  $\omega$  – кутова швидкість обертання ротора;  $R_s, R_r$  – відповідно активні опори фаз статора та ротора, зведеного до статора;  $R_z$  – еквівалентний активний опір, що відображає магнітні втрати потужності у залізі двигуна;  $L_m$  – взаємна індуктивність між статором та ротором;  $L_s = L_m + L_{s\sigma}$ ,  $L_r = L_m + L_{r\sigma}$  – повні індуктивності фаз, а  $L_{s\sigma}, L_{r\sigma}$  – індуктивності від полів розсіювання статора та ротора відповідно. Опір  $R_z$  в (3) є змінною величиною. При врахуванні магнітних втрат лише у статорі АД, які домінують у сумарних магнітних втратах, цей опір може бути представлено функціональною залежністю від частоти живлення двигуна [2].

Здійснивши відповідні математичні перетворення, з (1) – (9) отримаємо модель АД для вектора змінних стану  $\bar{x} = [I_{sd}, I_{sq}, I_{zd}, I_{zq}, \Psi_{sd}, \Psi_{sq}, \omega]^T$  у вигляді записаної за формою Коші системи диференціальних рівнянь (10):

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [R_s I_{sd} - R_z I_{zd} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [R_s I_{sq} - R_z I_{zq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ dI_{zd}/dt &= -T_2^{-1} I_{zd} + T_{\sigma 1}^{-1} I_{sd} - T_{r\sigma}^{-1} L_m^{-1} \Psi_{sd} + z_p \omega [K_\sigma I_{sq} - K_r^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{sq}] + \omega_{sl} I_{zq} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sd}; \\ dI_{zq}/dt &= -T_2^{-1} I_{zq} + T_{\sigma 1}^{-1} I_{sq} - T_{r\sigma}^{-1} L_m^{-1} \Psi_{sq} - z_p \omega [K_\sigma I_{sd} - K_r^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{sd}] - \omega_{sl} I_{zd} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sq}; \\ d\Psi_{sd}/dt &= -R_s I_{sd} + \omega_0 \Psi_{sq} + U_{sd}; \\ d\Psi_{sq}/dt &= -R_s I_{sq} - \omega_0 \Psi_{sd} + U_{sq}; \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H), \end{aligned} \quad (10)$$

де електромагнітний момент двигуна визначається за виразом  $M_E = (3/2)z_p [\Psi_{sd}(I_{sq} - I_{zq}) - \Psi_{sq}(I_{sd} - I_{zd}) + L_{s\sigma}(I_{sd}I_{zq} - I_{sq}I_{zd})]$ ,  $\omega_{sl} = \omega_0 - z_p\omega$  – частота ковзання АД, а сталі часу та коефіцієнти дорівнюють  $T_{s\sigma} = L_{s\sigma}/R_s$ ;  $T_{r\sigma} = L_{r\sigma}/R_r$ ;  $K_r = L_m/L_r$ ;  $K_L = 1/L_m + 1/L_{s\sigma} + 1/L_{r\sigma}$ ;  $T_{\sigma 1}^{-1} = (1 + L_{s\sigma}L_m^{-1})T_{r\sigma}^{-1} - T_{s\sigma}^{-1}$ ;  $K_\sigma = 1 + K_r^{-1}L_{r\sigma}^{-1}L_{s\sigma}$ ;  $T_2^{-1} = T_{r\sigma}^{-1} + K_L R_z$ .

Орієнтування рухомих координат  $(d, q)$  за вектором потокозчеплення статора, коли вісь  $d$  цих координат суміщається з  $\bar{\Psi}_s$ , математично виражається у вигляді умов

$$\Psi_{sq} = 0; \quad d\Psi_{sq}/dt = 0; \quad \Psi_{sd} = |\bar{\Psi}_s|. \quad (11)$$

Виходячи із виконання умов (11), із (10) отримаємо опис АД у зорієнтованих за  $\bar{\Psi}_s$  координатах  $(d, q)$  як систему диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [R_s I_{sd} - R_z I_{zd} + U_{sd}] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} [R_s I_{sq} - R_z I_{zq} + U_{sq}] - \omega_0 I_{sd}; \\ dI_{zd}/dt &= -T_2^{-1} I_{zd} + T_{\sigma 1}^{-1} I_{sd} - T_{r\sigma}^{-1} L_m^{-1} \Psi_{sd} + z_p \omega K_\sigma I_{sq} + \omega_{sl} I_{zq} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sd}; \\ dI_{zq}/dt &= -T_2^{-1} I_{zq} + T_{\sigma 1}^{-1} I_{sq} - z_p \omega [K_\sigma I_{sd} - K_r^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{sd}] - \omega_{sl} I_{zd} + L_{s\sigma}^{-1} U_{sq}; \\ d\Psi_{sd}/dt &= -R_s I_{sd} + U_{sd}; \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M_E - M_H), \end{aligned} \quad (12)$$

де  $M_E = (3/2)z_p [\Psi_{sd}(I_{sq} - I_{zq}) + L_{s\sigma}(I_{sd}I_{zq} - I_{sq}I_{zd})]$ . Із 6-го рівняння системи (10) отримаємо вираз для швидкості обертання  $\bar{\Psi}_s$  у вигляді

$$\omega_0 = (U_{sq} - R_s I_{sq}) / \Psi_{sd}. \quad (13)$$

Опис (12) – (13) є моделлю АД у зорієнтованих за  $\bar{\Psi}_s$  координатах при врахуванні магнітних втрат у двигуні.

**Підсумки.** Отримано математичну модель асинхронного двигуна у зорієнтованих за вектором потокозчеплення статора координатах при врахуванні втрат потужності у залізі двигуна.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рудаков В.М., Столяров И.М., Дартау В.А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, Лен. отд., 1987. – 136 с.
2. Levi E. Impact of Iron Losses on Behaviour of Vector Controlled Induction Machines, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 31, No.6, 1995, pp. 1287-1296.
3. Matsuse K., Yoshizumi T., Katsuta S., Taniguchi S. High-Response Flux Control of Direct-Field-Oriented Induction Motor with High Efficiency Taking Core Loss into Account, IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 35, No.1, 1999, pp.62-69.
4. Pham-Dinh T., Levi E. Core loss in direct torque controlled induction motor drives: detuning and compensation, Proc. of the IEEE conf. PESC'01, Vancouver, Canada, 2001, pp. 1429–1434.
5. Zheng P., Wang M. Impact of iron loss on speed estimation accuracy in reactive power MRAC based sensorless rotor flux oriented induction machines, Proc. of the 5<sup>th</sup> Intern. Conf. on Elec. Machines and Systems ICEMS'01, 2001, Vol. 1, pp. 94–97.
6. Приймак Б.І. Математичні моделі асинхронної машини з врахуванням втрат у залізі // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. – 2005. – № 3 (12). – С. 60-66.