
**О НЕСООТВЕТСТВИИ НЕКОТОРЫХ ПОЛОЖЕНИЙ ТЕОРИИ ЭНЕРГОПРОЦЕССОВ
ТЕОРЕМЕ ТЕЛЛЕДЖЕНА**

Введение. Развитие теорий энергопроцессов в электрических цепях исторически связано с основными техническими достижениями (в электротехнике, в частности, в преобразовательной технике, технике измерений и систем управления). На каждом из этапов усилия исследователей сосредотачивались на центральных проблемах, входящих в общую проблематику использования электрической энергии [1, 4, 18-20]. При этом внимание уделялось целому комплексу вопросов энергопреобразования, измерения, учета, как активной составляющей мощности, так и других – реактивных. Несмотря на то, что математический аппарат для описания процессов в разных средах формально можно рассматривать одним и тем же ввиду очевидных аналогий между электрическими, механическими и иными явлениями, энергетические методы исследования оказались наиболее «продвинутыми».

Целый ряд понятий, характерных для энергопроцессов в электротехнике, в других областях практически отсутствует, хотя формализация явлений, как указывалось ранее, одинакова – независимо от характеристик физических сред. Так, например, в механических и гидравлических системах отсутствует понятие реактивной мощности, мощности искажения, столь доступных и общепринятых в электротехнических и электромеханических устройствах и системах. Процессы преобразования энергии, например, в электромеханических системах (ЭМС) формируются в электрической машине и устройстве питания, механические – в конечном элементе электрической машины (в механической части ее) и технологическом механизме, при этом энергетические вопросы рассматриваются независимо друг от друга в разных плоскостях формализаций и понятий. Здесь очевидна конструктивная общность одной и второй частей.

В последние пятнадцать лет наблюдается существенный рост публикаций по проблеме энергопреобразований в электротехнических системах в связи с возникшими трудностями при их формализации на основе существующей теории с использованием понятий полной мощности, мощности искажения и т. п. В результате, по существу, был создан теоретический базис для формирования общей теории энергопроцессов с использованием и расширением понятия мгновенной мощности. Сформированные ранее представления, как и созданные новые, используются разными исследователями с равным успехом. Некоторое оправдание сложившемуся положению, по-видимому, заключается в том, что теоретические аспекты мгновенной мощности не доведены до необходимых стадий практического использования, существуют определенные сложности в понимании того, почему новый теоретический подход и его применение компенсируют существенную сложность получаемых результатов; наконец, не определены те зоны, где могут использоваться установившиеся представления и где необходим переход на те результаты, которые непосредственно вытекают из теории мгновенной мощности.

Решение указанного комплекса вопросов возможно, если в качестве принципа оценки правильности или неправильности того или иного результата находится подход, базирующийся на основополагающих законах природы. В данном случае можно говорить лишь о законе сохранения, представляемом в форме балансов энергий, мощностей и т. п.

Таким инструментарием, по нашему мнению, является одна из центральных теорем электротехники – теорема Телледжена, представляющая закон сохранения для электрических цепей в самой общей форме, в чем, по существу, и заключается ее фундаментальность. По целому ряду причин теорема достаточно редко используется на практике, в отличие от законов Ома, Кирхгофа и др.

Цель работы. Развитие теоретических подходов в задачах анализа энергопроцессов электромеханических систем и комплексов.

Материал и результаты исследований. Теорема Телледжена в общей постановке отражает суть закона сохранения в электрических цепях и, как следствие этого, по существу является отправной точкой при исследовании того или иного вопроса: нарушение закона сохранения всегда свидетельствует или о заблуждении, или о стремлении выдать желаемое за действительное. По этой причине оправдана любая прямая или косвенная проверка результатов исследования на корректность в отношении соответствия закону сохранения, что представляет собой прямое использование теоремы Телледжена [2, 3].

В цепях постоянного тока – это баланс мощности источника и мощности потребителя; в цепях с синусоидальными напряжениями и токами – это баланс активной мощности, а также баланс реактивной мощности. Более сложный случай имеет место в цепях с несинусоидальными напряжениями и токами; заслуживают особого внимания цепи с нелинейными нагрузками и т. п. Приемлемость теоремы Телледжена в таких случаях предпочтительнее принимать в качестве аксиоматической предпосылки; в то же время практическая проверка результатов исследования на соответствие теореме не всегда является простой и очевидной задачей.

Можно существенно модифицировать подход, ставя определенную, вполне конкретную задачу в соответствии с теоремой. При такой постановке становится очевидной практическая ценность теоремы Телледжена.

Упомянутый перечень задач достаточно обширен:

- соответствие теоремы Телледжена теоретическим и практическим аспектам, вытекающим из теоремы мгновенной мощности электрических сигналов;
- объяснение механизма соблюдения закона сохранения в цепях с нелинейностями и, прежде всего, с нелинейностями с безразрывными характеристиками;
- какие меры применимы для оценки энергопроцессов с использованием аппарата мгновенной мощности;
- особенности энергопроцессов в нестационарных режимах (переходных режимах, при авариях), характерных изменением во времени напряжения, частоты, тока и т. п.;
- решение задачи создания энергонаблюдателей, контролирующих развитие процессов в звеньях преобразования энергии с целью предсказания развития негативных тенденций, приводящих к авариям;
- оценка энергонасыщенности объекта по составляющим энергопроцесса во всех звеньях системы или комплекса как показателя энергоуправляемости или предрасположенности к аварийному риску;
- «отношение» положений теоремы к базовым принципам электротехники, в частности, к принципу суперпозиции и др.

Основополагающими положениями в теории электрических цепей являются законы Ома и Кирхгофа, на основании которых базируются методы анализа и синтеза. Эти законы, каждый по-своему, подтверждают ту или иную сторону всеобщего закона – закона сохранения энергии.

Теорема Телледжена, появившаяся после публикации [2], т. е. значительно позже, чем принципиальные положения Ома и Кирхгофа, затрагивает, по сути, одну сторону – выполнение закона сохранения между источником и потребителем, т. е. между двумя сферами, где законы Ома и Кирхгофа выполняются в полной мере, т. е. без каких бы то ни было дополнительных условий. Этим в известной мере можно объяснить недостаточное внимание со стороны исследователей к важному для практических целей положению.

Необходимость в более широком использовании положений теоремы Телледжена вызвана прежде всего тем, что в последние 15-20 лет в значительной мере возрос интерес к проблеме энергопреобразования в научных и технических аспектах; разрешены достаточно сложные теоретические вопросы исследования энергопроцессов с полигармоническими напряжениями и токами; возникла необходимость комплексного анализа энергопроцессов в электрических цепях, электрических машинах, механических устройствах и системах; появились самые разнообразные устройства и системы, программные средства для разностороннего практического анализа сложных энергетических процессов.

Представим в дальнейшем мгновенные значения сигналов напряжения и тока, состоящими из ряда гармонических:

$$U(t) = \sum_{m=1}^M U_m \cos(m\Omega t); \quad (1)$$

$$I(t) = \sum_{n=1}^N I_n \cos(n\Omega t), \quad (2)$$

где m, n – номера гармоник напряжения и тока; M, N – число составляющих сигналов напряжения и тока, соответственно; Ω – круговая частота.

Характеристиками сигналов напряжения и тока является их среднее

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt; \quad (3)$$

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt \quad (4)$$

или эффективное значение:

$$U_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\sum_{m=1}^M U_m \cos(m\Omega t))^2 dt} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_m^2}; \quad (5)$$

$$I_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\sum_{n=1}^N I_n \cos(n\Omega t))^2 dt} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}. \quad (6)$$

Эти величины являются мерами сигналов напряжения и тока, на основании которых определяется полная мощность в соответствии с известными положениями [1, 4, 18]:

$$S = U_3 I_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U(t)^2 dt} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (U(t))^2 dt} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_m^2} \times \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}. \quad (7)$$

Другой наиболее полной величиной, характеризующей параметры энергопроцессов, является мгновенная мощность [5-14], характеризующая изменение сигнала во временной области и определяемая произведением

сигналов напряжения и тока:

$$P(t) = U(t)I(t) = \sum_{m=1}^M U_m \cos(m\Omega t) \sum_{n=1}^N I_n \cos(n\Omega t) = P_{0\Sigma} + \sum_{k=1}^K P_{ka} \cos(k\Omega t) + \sum_{k=1}^K P_{kb} \sin(k\Omega t), \quad (8)$$

где $P_{0\Sigma}$ – постоянная составляющая мгновенной мощности; P_{ka} – косинусная составляющая мгновенной мощности; P_{kb} – синусная составляющая мгновенной мощности; $k = |m \pm n|$; K – число знакопеременных составляющих мощности.

Мерой оценки энергопроцессов по составляющим мгновенной мощности является эффективная мощность:

$$P_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T P^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(\sum_{m=1}^M U_m \cos(m\Omega t) \times \sum_{n=1}^N I_n \cos(n\Omega t) \right)^2 dt}. \quad (9)$$

Мгновенная мощность определяется произведением временных сигналов напряжения и тока. Рассмотрение энергопроцессов при изменении их в реальном времени дает существенные преимущества при анализе, т. к. полностью сохраняется информация об исходных сигналах – напряжении и токе, которые формируют сигнал мгновенной мощности.

Полная мощность определяется произведением эффективных значений напряжения и тока. Из выражения (7) видно, что эти составляющие являются интегральными. Процесс интегрирования ведет к потере части информации о реальном изменении сигнала. Таким образом, математическая интерпретация полной мощности не отражает реального изменения энергопроцессов во временной области.

Преобразовав (7), получим:

$$S = \sqrt{\sum_{m=1}^M U_m^2} \sqrt{\sum_{n=1}^N I_n^2} \quad (10)$$

или

$$S = \sqrt{\sum_{m=ln=1}^M \sum_{m=n}^N U_m^2 I_n^2 + \sum_{m=ln=1}^M \sum_{m \neq n}^N U_m^2 I_n^2}. \quad (11)$$

Первую составляющую полной мощности, которая определяется произведением квадратов одночастотных составляющих компонент напряжения и тока ($k = |m \pm n|, m = n$), представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} & (U_1 I_1 \cos \varphi_2)^2 + (U_1 I_1 \sin \varphi_2)^2 + (U_2 I_2 \cos \varphi_2)^2 + (U_2 I_2 \sin \varphi_2)^2 + (U_3 I_3 \cos \varphi_2)^2 + \\ & + (U_3 I_3 \sin \varphi_2)^2 + \dots + (U_k I_k \cos \varphi_2)^2 + (U_k I_k \sin \varphi_2)^2 = \\ & = P_1^2 + Q_1^2 + P_2^2 + Q_2^2 + P_3^2 + Q_3^2 + \dots + P_k^2 + Q_k^2 = \sum_{k=1}^K P_k^2 + \sum_{k=1}^K Q_k^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что квадрат активной мощности равен сумме квадратов гармонических составляющих $P_\Sigma^2 = \sum_{k=1}^K P_k^2$, что вызывает сомнение, т. к. по закону сохранения энергии суммарная активная мощность сигналов, содержащих гармоники, определяется в виде:

$$P_\Sigma = P_1 + P_2 + P_3 + \dots = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots = \sum_{k=1}^K P_k \quad (13)$$

или

$$P_\Sigma^2 = (P_1 + P_2 + P_3 + \dots)^2 = \left(\sum_{k=1}^K P_k \right)^2. \quad (14)$$

Таким образом, при определении активной мощности сигналов, содержащих гармоники, с использованием эффективных значений напряжения и тока видно несоответствие основному закону – закону сохранения энергии:

$$P_\Sigma^2 = \left(\sum_{k=1}^K P_k \right)^2 \neq \sum_{k=1}^K P_k^2. \quad (15)$$

Из выше изложенного видно, что определение мощности через эффективные значения напряжения и тока ошибочно, т. к. не соответствует закону сохранения энергии.

Вторая составляющая выражения (11) является результатом произведения квадратов разночастотных компонент напряжения и тока, и называется мощностью искажения, ($k = |m \pm n|, m \neq n$) [1]:

$$T^2 = \sum_{m=ln=1}^M \sum_{m \neq n}^N U_m^2 I_n^2. \quad (16)$$

Мощность искажения (16) включает в себя все те составляющие произведения напряжения и тока, которые не вошли в активную и реактивную мощности. Так, в [15] показано, что мощность искажения после преобразований входит в те компоненты мощности, которые определяются суммой или разностью порядков гармонических составляющих напряжения и тока.

Недостатком существующих методов оценки энергопроцессов является искусственность в определении составляющих мощности. Это связано с использованием различных математических операций для определения реактивной мощности – преобразование Гилберта, дифференциальные и интегральные выражения соответствующих величин, формирующих реактивную мощность, и т. д. Также на сегодняшний момент нет однозначного понятия, что собой представляет реактивная мощность и каким образом ее необходимо определять. Так, в [15] рассмотрено шесть различных величин, которые называются реактивной мощностью: парциальные составляющие реактивной мощности, реактивная мощность невязок и т. д. В [16] выделено также большое количество составляющих полной мощности – емкостная реактивная мощность, индуктивная реактивная мощность, обменная мощность, обратная мощность, мощность сдвига. При анализе энергопроцессов неуместно рассматривать вопрос о несинусоидальном питании с учетом показателей для синусоидальных сигналов [5, 9]. Использование понятия реактивной мощности применимо для анализа синусоидальных сигналов, а для рассмотрения несинусоидальных сигналов необходимо введение новых показателей, которые оценивали бы процессы не только по средним или среднеквадратическим значениям, а с использованием составляющих мгновенной мощности.

Покажем несостоятельность выражений для определения реактивной мощности на примере формирования составляющих мощности на индуктивности.

Энергия в индуктивности:

$$W(t) = \frac{L}{2} I^2(t). \quad (17)$$

Для простоты рассмотрим наличие двух гармоник в сигнале тока (первой и третьей):

$$I(t) = I_1 \cos(\Omega t - \varphi_1) + I_3 \cos(3\Omega t - \varphi_3) = I_1 \cos \varphi_1 \cos(\Omega t) + I_1 \sin \varphi_1 \sin(\Omega t) + I_3 \cos \varphi_3 \cos(3\Omega t) + I_3 \sin \varphi_3 \sin(3\Omega t) = I_{1a} \cos(\Omega t) + I_{1b} \sin(\Omega t) + I_{3a} \cos(3\Omega t) + I_{3b} \sin(3\Omega t), \quad (18)$$

где $I_{1a} = I_1 \cos(\varphi_1)$; $I_{3a} = I_3 \cos(\varphi_3)$ – косинусные составляющие гармоник тока; $I_{1b} = I_1 \sin(\varphi_1)$; $I_{3b} = I_3 \sin(\varphi_3)$ – синусные составляющие гармоник тока.

Энергия в индуктивности при наличии несинусоидального тока с учетом тригонометрических преобразований и приведения подобных:

$$W(t) = \frac{L}{4} (I_{1a}^2 + I_{1b}^2 + I_{3a}^2 + I_{3b}^2 + (I_{1a}^2 - I_{1b}^2 + 2I_{1a}I_{3a} + 2I_{1b}I_{3b}) \cos(2\Omega t) + (2I_{1a}I_{3a} + 2I_{1b}I_{3b}) \cos(4\Omega t) + (I_{3a}^2 - I_{3b}^2) \cos(6\Omega t) + (2I_{1a}I_{1b} + 2I_{1a}I_{3b} - 2I_{1b}I_{3a}) \sin(2\Omega t) + (2I_{1a}I_{3b} + 2I_{1b}^2I_{3a}) \sin(4\Omega t) + I_{3a}I_{3b} \sin(6\Omega t)). \quad (19)$$

Мощность определяется как производная энергии по времени:

$$P(t) = \frac{dW(t)}{dt} = \frac{\Omega L}{2} (-(I_{1a}^2 + I_{1b}^2 + 2I_{1a}I_{3a} + 2I_{1b}I_{3b}) \sin(2\Omega t) - 2(2I_{1a}I_{3a} - 2I_{1b}I_{3b}) \sin(4\Omega t) - 3(I_{3a}^2 - I_{3b}^2) \sin(6\Omega t) + (2I_{1a}I_{1b} + 2I_{1a}I_{3b} - 2I_{1b}I_{3a}) \cos(2\Omega t) + 2(2I_{1a}I_{3b} + 2I_{1b}I_{3a}) \cos(4\Omega t) + 3I_{3a}I_{3b} \cos(6\Omega t)). \quad (20)$$

Обозначим $P(t)$ через $Q(t)$, т. к. индуктивность является реактивным элементом [16, 21].

Таким образом, реактивная мощность состоит из гармонических составляющих:

$$Q(t) = Q_{2b}(t) + Q_{4b}(t) + Q_{6b}(t) + Q_{2a}(t) + Q_{4a}(t) + Q_{6a}(t). \quad (21)$$

На основании выше изложенного, общее выражение для реактивной мощности имеет вид:

$$Q(t) = \frac{L\Omega}{2} \sum_{k=1}^K -\frac{k}{2} (I_{na}^2 - I_{nb}^2 + 2I_{na1}I_{na2} + 2I_{nb1}I_{nb2} - 2I_{nb1}I_{nb2}) \sin(k\Omega t) + \frac{L\Omega}{2} \sum_{k=1}^K -\frac{k}{2} (2 I_{na}I_{nb} + 2I_{na1}I_{nb2} - 2I_{nb1}I_{na2} + 2I_{nb1}I_{na2}) \cos(k\Omega t). \quad (22)$$

Полученное выражение не содержит постоянных составляющих, так как процесс определения реактивной мощности путем интегрирования, обращает его в ноль, т. к. $\int_0^T \cos(k\Omega t) dt = \int_0^T \sin(k\Omega t) dt = 0$.

Использование среднеквадратических составляющих мощности позволяет определить меру процесса, но эти составляющие не отображают изменения сигналов во времени внутри периода. Поэтому для анализа энергопроцессов необходимо использование других методов, которые учитывают изменение сигнала во временной области (через составляющие мгновенной мощности). Использование временных составляющих мощности показывает, что реактивная мощность содержит не только синусные, но и косинусные составляющие. Классическая теория мощности рассматривает наличие только синусных составляющих в реактивной мощности [4, 18]. Подобная трактовка не соответствует полученным выше выражениям и требует пересмотра с учетом изменения сигнала во времени при использовании мгновенной мощности и ее составляющих.

Мгновенная мощность включает в себя сумму следующих составляющих.

Первая группа определяется перемножением одночастотных составляющих напряжения и тока:

- постоянная составляющая мгновенной мощности

$$P_0(t) = \sum_{n=1}^N U_n \cos(n\Omega t) \sum_{\substack{m=1 \\ n=m}}^M I_m \cos(m\Omega t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n-m| \\ n=m}}^M U_n I_m ; \quad (23)$$

- косинусная каноническая составляющая мгновенной мощности

$$P_{kc_a}(t) = \sum_{n=1}^N U_n \cos(n\Omega t) \sum_{m=1}^M I_m \cos(m\Omega t) + \sum_{n=1}^N U_n \sin(n\Omega t) \sum_{m=1}^m I_m \sin(m\Omega t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m \cos(k\Omega t) ; \quad (24)$$

- синусная каноническая составляющая мгновенной мощности

$$P_{kc_b}(t) = \sum_{n=1}^N U_n \cos(n\Omega t) \sum_{m=1}^M I_m \sin(m\Omega t) + \sum_{n=1}^N U_n \sin(n\Omega t) \sum_{\substack{m=1 \\ n=m}}^m I_m \cos(m\Omega t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m \sin(k\Omega t) . \quad (25)$$

Вторая группа составляющих определяется перемножением разночастотных компонент напряжения и тока – неканонические составляющие мощности:

- косинусная неканоническая составляющая мгновенной мощности

$$P_{ks_a}(t) = \sum_{n=1}^N U_n \cos(n\Omega t) \sum_{m=1}^M I_m \cos(m\Omega t) + \sum_{n=1}^N U_n \sin(n\Omega t) \sum_{m=1}^m I_m \sin(m\Omega t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m \cos(k\Omega t) ; \quad (26)$$

- синусная неканоническая составляющая мгновенной мощности

$$P_{ks_b}(t) = \sum_{n=1}^N U_n \cos(n\Omega t) \sum_{m=1}^M I_m \sin(m\Omega t) + \sum_{n=1}^N U_n \sin(n\Omega t) \sum_{\substack{m=1 \\ n=m}}^m I_m \cos(m\Omega t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m \sin(k\Omega t) . \quad (27)$$

Таким образом, мгновенная мощность состоит из суммы постоянной составляющей, а также канонических и неканонических составляющих мощности:

$$P(t) = P_0 + P_{kc}(t) + P_{ks}(t) = P_0 + P_{kc_a}(t) + P_{kc_b}(t) + P_{ks_a}(t) + P_{ks_b}(t) , \quad (28)$$

где $P_0 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m$ – постоянная составляющая мгновенной мощности;

$P_{kc}(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m \cos(k\Omega t) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n+m| \\ n=m}}^M U_n I_m \sin(k\Omega t)$ – канонические составляющие мгновенной мощно-

сти; $P_{ks}(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n \pm m| \\ n \neq m}}^M U_n I_m \cos(k\Omega t) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ k=|n \pm m| \\ n \neq m}}^M U_n I_m \sin(k\Omega t)$ – неканонические составляющие мгновенной

мощности.

Анализ полученных выражений позволяет сделать вывод о том, что рассмотрение энергопроцессов в электрических сетях необходимо проводить с использованием составляющих мгновенной мощности, а не по составляющим полной мощности по эффективным составляющим напряжения и тока. Из сказанного следует, что необходим пересмотр алгоритмов функционирования систем учета и измерения параметров энергетического режима с учетом составляющих мгновенной мощности.

Аппарат мгновенной мощности эффективно используется в методе энергодиагностики для составления уравнений баланса мощностей с целью определения электромагнитных параметров асинхронного двигателя [6,

9, 10]. Теория полной мощности позволяет получить уравнение баланса активной мощности. Вопрос неоднозначности определения составляющих полной мощности не позволяет использовать в идентификационных уравнениях баланс гармоник реактивной мощности.

Аппарат мгновенной мощности позволяет получить три системы баланса составляющих мгновенной мощности – по постоянной составляющей и двум знакопеременным составляющим на соответствующих гармониках (косинусной и синусной составляющим). Использование баланса составляющих мгновенной мощности приводит к появлению значительного числа идентификационных уравнений для определения электромагнитных параметров электрических двигателей и др.

Анализ, приведенный выше, убедительно подводит к необходимости исключить из практики использование понятия полной мощности в цепях с полигармоническим напряжением и током, что обусловлено грубейшим нарушением закона сохранения.

Получаемые ошибки неизбежны в связи с тем, что на комплекс полигармонических сигналов исследователями автоматически перенесены методологические подходы при анализе гармонических сигналов. Это приводит к ошибке принципиального характера: действия над эффективными значениями токов и напряжений, в частности, их произведение (операция определения полной мощности) вынесло из поля зрения необходимые операции с временными сигналами мощности (произведением временных сигналов напряжения и тока, т. е. мгновенной мощности).

Доказательство нарушения закона сохранения тем не менее не снимает комплекс вопросов, вытекающих из этого факта, – с одной стороны, а с другой – требует ответа на те вопросы, которые затрагивались ранее, но не получили развития в исследованиях. Перечень этих вопросов обширен:

- если аппарат оценки энергетических показателей, базирующийся на представлении полной мощности, ошибочен, то какие формы баланса составляющих мгновенной мощности и каким путем можно использовать для решения практических задач;

- сделанные выводы, а также результаты, которые могут быть получены в дальнейшем, справедливы лишь для периодических сигналов или применимы всегда, где используется математический аппарат мгновенной мощности вне зависимости от средств, используемых для математической интерпретации (аппроксимации) электрических сигналов;

- создает ли аппарат мгновенной мощности предпосылки для создания общей методологической базы для оценки процессов преобразования энергии при любых формах электрических сигналов и в любых цепях (цепях постоянного тока, нелинейных цепях). Можно ли использовать получаемые результаты для исследования энергопроцессов в иных средах и системах, в частности, - в механических, гидравлических системах, а также в комплексах, включающих конструктивное или технологическое сочетание перечисленных систем, и др. Затрагиваемый здесь вопрос важен в том плане, что при едином математическом аппарате описания картины энергопреобразований появляется возможность развития некоторых разделов управления комплексами в статических и динамических режимах;

- важным является вопрос о создании аппарата исследования энергетических режимов сложных электрических цепей и систем, идентификации параметров на основании анализа реальных сигналов в цепях преобразования энергии.

Ответ на поставленные вопросы, по существу, позволит существенно углубить понимание природы энергопреобразований; анализ этих процессов позволит комментировать результаты энергопреобразований в важные проблемы управления электротехническими и электромеханическими системами с позиций формальной логики процессов преобразования энергии.

Приведенный ранее анализ энергопроцессов позволил установить общую зависимость для мгновенной мощности в форме, обеспечивающей выделение трех основных составляющих – постоянной активной мощности, знакопеременных активной и реактивной (косинусных и синусных):

$$P(t) = \sum_0^{M_0} P_0 + \sum_{k=1}^{M_a} P_{k_a} + \sum_{k=1}^{M_b} P_{k_b} . \quad (29)$$

Полученный результат позволяет выполнить интерпретацию закона сохранения в нескольких формах, учитывая разную степень соответствия математической формализации процессов реальным физическим процессам. Оправданность такого подхода очевидна из следующего. Постоянная составляющая мощности в правой и левой частях уравнения дает баланс мощностей на интервале анализа процессов. Внутри этого интервала из-за переменных составляющих мощности вполне возможны отличия мгновенного значения мощности от постоянного.

Общая, или полная, форма закона сохранения означает то, что мгновенная мощность источника в любой точке анализируемого интервала равна сумме мгновенных значений составляющих мощности отдельных компонент:

$$P(t) = \sum_{i=0}^{i=k} P_i(t) . \quad (30)$$

Другими словами: мгновенная мощность объекта равна сумме мгновенных мощностей всех гармоник мощ-

ности, полученных в результате умножения мгновенных значений напряжения $U(t)$ и тока $I(t)$. При этом следует иметь в виду, что количество гармоник мощности определяется гармоническим составом напряжения и тока в результате умножения соответствующих аппроксимирующих рядов. Порядок гармоник мощности зависит от частот гармонических напряжения и тока и определяется так:

$$k = m_i \pm m_u. \quad (31)$$

Баланс составляющих гармоник мгновенной мощности. Каждая из компонент – гармоник мощности – включает, как указано ранее, три составляющие: среднее значение мощности, знакопеременные составляющие косинусную и синусную. В соответствии с этим имеем:

$$P_k(t) = P_{k0} + P_{ka}(t) + P_{kb}(t). \quad (32)$$

Баланс активной мощности. Энергопроцессы характерны тем, что активная мощность генерируется или потребляется лишь в тех случаях, когда напряжение и ток имеют одинаковые частоты. При этом справедливы известные соотношения для определения активной мощности.

$$P_0 = \frac{1}{T} \int_0^T U_m(t) I_n(t) dt = U_m I_n \cos \varphi_n. \quad (33)$$

где $U_m(t)$ и $I_n(t)$ – гармонические функции соответствующего порядка.

В соответствии со сказанным:

$$P_{0\Sigma} = P_{00} + P_{02} + P_{04} + \dots + P_{0m} = \sum P_{0k}. \quad (34)$$

где P_{00} – мощность нулевых гармоник нулевого порядка; $P_{02}; P_{04}; P_{06}; \dots P_{02m}$ – постоянные составляющие произведений гармоник напряжений одной частоты (1; 2; 3...m).

Условимся именовать составляющие мощности, полученные подобным образом, гармониками мощности канонического порядка. Как известно, в ходе такой математической операции получается постоянная составляющая P_{0i} , а также знакопеременные косинусные и синусные составляющие. В соответствии с этим имеем следующие уравнения баланса мощностей канонического порядка.

$$P_{kc}(t) = P_{ok}(t) + P_{akc}(t) + P_{bkc}(t). \quad (35)$$

Составляющие мощности канонического порядка определяются для гармоник напряжения и тока порядка m независимо от остальных:

$$\begin{aligned} P_{okc} &= U_m I_m \cos \varphi_m; \\ P_{akc}(t) &= U_m I_m \cos \varphi_m \cos(2m\Omega t); \\ P_{bkc}(t) &= U_m I_m \sin \varphi_m \sin(2m\Omega t). \end{aligned} \quad (36)$$

Выделение мощности канонического порядка принципиально в том отношении, что она определяется по составляющим, вытекающим из принципа суперпозиции. При этом полагается, что ток соответствующей частоты определяется только напряжением этой же частоты. Это в полной мере соответствует реальным физическим процессам, и, естественно, полученные компоненты могут быть использованы при решении некоторых практических задач.

Из полученных результатов следует, что только гармоники мощности канонического порядка включают постоянные составляющие – активную мощность.

Ранее показано, что сигнал мощности является результатом умножения напряжения на ток. Эта операция, кроме всего прочего, означает, что принцип суперпозиции, справедливый при оценке составляющих тока при известных составляющих напряжения, в оценке составляющих мощности, не действует. Иными словами, уравнение (35) отражает ранее указанную сторону вопроса и не соответствует закону сохранения, так как не учитывает те составляющие мощности, которые получаются в результате умножения гармоник напряжения U_m и тока I_n с разными частотами, т.е. при $m \neq n$. Получаемые при этом гармоники мощности имеют частоты $k_s = m \pm n$. Гармоники мощности канонического порядка имеют частоты $k_c = 2m = 2n$, так как образуются при умножении U_m и I_n с равными частотами.

Очевидно, что существует равенство $k_c = k_s$ при определенных сочетаниях m и n .

Баланс мощностей неканонического порядка. Условимся именовать те составляющие мощности, которые образуются в результате умножения напряжения U_m и тока I_n с разными частотами, составляющими производными. В соответствии с известными положениями, можно заключить, что постоянная составляющая производных компонент мощности равна нулю. Тогда, мгновенная мощность производных компонент:

$$P_{ks}(t) = P_{ak_s}(t) + P_{bk_s}(t), \quad (37)$$

так как частоты переменных составляющих гармоник мощности канонического порядка и производных могут совпадать, то оправданно говорить об их суммарных значениях.

Тогда уравнения баланса приобретают вид:

- при $k_c = 2m = 2n$

$$P_{k\Sigma}(t) = P_{0k} + P_{ak_s}(t) + P_{ak_c}(t) + P_{bk_s}(t) + P_{bk_c}(t). \quad (38)$$

- при $k_s = m \pm n \neq 2m$

$$P_{k\Sigma}(t) = P_{ak_s}(t) + P_{bk_s}(t). \quad (39)$$

Отметим здесь, что переменные составляющие мощности, получаемые путем умножения разночастотных компонент напряжения и тока, традиционно связываются с понятием мощности искажения. Последняя, как следует из выполненного выше анализа, диссипатирует по двум каналам. Часть упомянутой мощности суммируется с переменными составляющими мгновенных значений мощности канонического порядка. Вклад в общее значение переменных составляющих от составляющих мощности искажения зависит от уровней гармоник напряжения и тока и может достигать существенных значений.

Анализ энергетических режимов с использованием разработанного подхода путем предварительного определения составляющих напряжения и тока является наиболее корректным.

Исследование энергопроцессов в сложных электротехнических и иных системах должен осуществляться с использованием их особенностей. Решение этого вопроса может быть выполнено в целом для любой структуры, которую принципиально можно представить в виде отдельных простейших элементов. Для каждого из них в полной мере справедливы ранее сделанные замечания в отношении компонент мгновенной мощности.

Выводы. Развитие проблемных вопросов энергоресурсосбережения, повышения качества управления электромеханическими комплексами может быть получено путем создания общей теоретической базы энергопроцессов в разнообразных схемных решениях, различных режимах, вне зависимости от периодичности и физической природы изучаемых процессов.

Создание таких подходов возможно с соблюдением закона сохранения в самом полном аспекте его трактовки, вытекающей из теоремы Телледжена.

Методы оценки энергопроцессов, базирующиеся на усреднении физических величин на заданном интервале, сопряженные с потерей информации в результате интегрирования, приводят к ошибочным результатам при оценке неактивных составляющих мощности в простейших цепях с периодическими сигналами.

Методы оценки энергетических процессов с использованием эффективных значений напряжения и тока (методы, базирующиеся на понятиях полной мощности) необъективны в виду того, что исключают из анализа преобразования исходных сигналов во временной области и не отвечают теореме Телледжена для мгновенных значений напряжения, тока, мощности.

Мощность искажения, как одна из составляющих неактивной мощности не соответствует теореме Телледжена и недопустима в качестве одной из мер, характеризующих энергопроцесс. Мощность искажения при оценке энергопроцессов во временной области диссипатирует на разночастотные составляющие, дополняющие знакопеременные компоненты мгновенной мощности, в том числе и те, которые образованы произведением одночастотных гармоник напряжения и тока.

Декомпозиция мгновенной мощности на постоянную и ортогональные знакопеременные составляющие позволяет определить как меру мгновенной мощности сигналов, отличающихся качественными и физическими характеристиками, так и создать приемлемую систему показателей качества энергопроцессов.

В основе общей характеристики энергопроцессов находятся уравнения энергетического баланса на любой из составляющих (гармонике) мгновенной мощности.

Метод анализа энергопроцессов с использованием понятия мгновенной мощности применим для цепей постоянного и переменного тока в статических и переходных режимах с периодическими и непериодическими сигналами для разных сред в виду универсальности аппарата аппроксимации исходных компонент энергетического режима с использованием тригонометрических рядов. Метод позволяет получить показатели энергетического режима в разных средах, обеспечить адекватность получаемых результатов в цепи преобразования энергии сложных электромеханических комплексов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маевский О. А. Энергетические показатели вентильных преобразователей / Маевский О. А. - М.: Энергия, 1975. - 320 с.
2. Дезоер Ч.А. Основы теории цепей /Дезоер Ч.А., Ку Э.С. -М.: Связь, 1976. - 200 с.
3. Сибберг У.М. Цепи, сигналы, системы / Сибберг У.М. -М.: Мир, 1988. - 265 с.
4. Тонкаль В. Е. Баланс энергий в силовых цепях / Тонкаль В. Е., Новосельцев А. Е., Денисюк С. П. - К. : Наукова думка, 1992. - 312 с.
5. Родькин Д. И. Декомпозиция составляющих мощности полигармонических сигналов / Родькин Д. И. // Электротехника. - 2003. - №6. - С. 34-37.
6. Родькин Д. И. Особенности использования метода энергодиагностики / Д. И. Родькин, Г. Н. Кожушок // Вестник Харьковского политехнического университета. Проблемы автоматизированного электропривода. - Харьков: ХПУ, т. 2, 2002. - С. 526-531.
7. Родькин Д. И. Показатели энергопроцессов в сети с полигармоническими напряжениями и токами / Родькин

- Д. И., Бялобржеский А. В., Ломонос А. И. // Электротехника. – 2004. – № 6. – С. 37-42.
8. Родькин Д.И. Составляющие мгновенной мощности полигармонических сигналов // Электротехника. – Москва, 2003. - №3. – С.38-42.
 9. Калинов А. П. Спектральный анализ мгновенной мощности в сети с полигармоническим напряжением и током / Калинов А. П., Лейко В. В., Родькин Д. И. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2006. - № 3 (38). - Ч. 2. – С. 59-72.
 10. Родькин Д. И. Возможности и эффективность метода энергодиагностики в идентификационных задачах / Родькин Д. И., Ромашихин Ю. В // XIV міжнар. наук.-техн. конф. «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». Сборник научных трудов Днепродзержинского государственного технического университета. – Днепродзержинск : ДГТУ, 2007. – С. 507-512.
 11. Родькин Д.И. Баланс составляющих мгновенной мощности полигармонических сигналов / Родькин Д.И. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2007. – Вип. 3/2007 (44). – Ч.1. – С. 66-77.
 12. Родькин Д.И. Принцип суперпозиции в процессах преобразования энергии / Родькин Д.И. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2003. – Вип. 1 (18). – С. 89-91.
 13. Родькин Д.И. Комментарий к теории энергопроцессов с полигармоническими сигналами / Родькин Д.И. // Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету, 2004. – Вип.15. – С. 10-18.
 14. Родькин Д.И. Комментарий к теории энергопроцессов с полигармоническими сигналами. Часть 2. Определение и использование показателей энергетических режимов / Родькин Д.И. // Вісник КДПУ. – Кременчук: Кременчуцький державний політехнічний університет, 2005. – Вип.3(32). – С. 106-115.
 15. Зиновьев Г. С. Определение результирующих энергетических показателей вентильных преобразователей, Силовые вентильные преобразователи / Зиновьев Г. С. – Новосибирск : НЭТИ, 1984. – С. 89-100.
 16. Агунов М.В., Агунов А.В. Об энергетических соотношениях в электрических цепях с несинусоидальными режимами / М.В. Агунов, А.В. Агунов // Электричество, 2005. – №4. – С. 53-56.
 17. Зиновьев Г.С. Прямые методы расчета энергетических показателей вентильных преобразователей / Зиновьев Г.С. – Новосибирск: изд-во Новосиб. ун-та, 1990. – 220 с.
 18. Зевеке Г.В. Основы теории цепей / Зевеке Г.В. и др. - М.: Энергия, 1975. - 752 с.
 19. A New Definition of Instantaneous Active – Reactive Current and Power Based on Instantaneous Space Vectors on Polar Coordinates in Three-Phase Circuits, Aktira Nabal Toshihko Tanaka, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11, № 3, 1996, p. 1238-1244.
 20. Comments on Active Power Flow and Energy Accounts In Electrical Systems With Nonsinusoidal Waveforms and Assymetry Gzarnecky L, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol 11, № 3, 1996, p. 1244-1250.
 21. Хусаинов Ш. Н. Мощностные характеристики несинусоидальных режимов / Хусаинов Ш. Н. // Электричество, 2005.- № 9. – С. 63-67.