

СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВУХМАССОВЫМ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ МЕТОДАМИ H_∞ -ТЕОРИИ

Введение. Проектирование и эксплуатация САР реальными промышленными объектами показывает, что системы, синтезированные по критериям модульного и симметричного оптимумов, а также по квадратичному критерию качества, чувствительны к изменениям параметров объектов управления, характеристикам входных, возмущающих воздействий, к изменениям структуры и параметров модели объекта управления, которая используется в контурах управления. Такие системы могут терять и оптимальность, и работоспособность, если информация об объекте и среде функционирования известна с некоторой достоверностью или неопределённостью. Неопределённость (ошибка) в модели и знаниях о внешней среде приводит к решению задачи синтеза регулятора и системы управления в целом в условиях этой неопределённости [1-3].

Для промышленного электропривода особенно значимы изменения момента нагрузки, момента инерции вращающихся частей, активного сопротивления, напряжения питания и характеристик окружающей среды. Эти изменения влияют как на жесткость механических характеристик, так и на качество переходных процессов. Вследствие этого в последнее время получили развитие методы синтеза робастных систем управления (H_∞ -теория), не являющиеся адаптивными, но обеспечивающие необходимое качество работы при изменении характеристик воздействий и неустойчивости параметров ОУ в широком диапазоне.

Постановка задач и исследования. Разработка эффективных алгоритмов стабилизации скорости двухмассовой упруговязкой электромеханической системы «электродвигатель - исполнительный механизм» в условиях неполной информации об ОУ и с учетом его неопределенностей методами H_∞ -теории.

Материалы исследования. В качестве объекта управления принята двухмассовый электромеханический объект (ДЭМО), включающий в себя электродвигатель постоянного тока независимого возбуждения с управляемым транзисторным преобразователем для питания якорной цепи двигателя (ТП-ДПТНВ).

При математическом описании ОУ магнитный поток двигателя полагается постоянным; влияние реакции якоря и вихревых токов не учитывается (двигатель компенсирован); пренебрегаем внутренним вязким трением; упругие связи невесомы и характеризуются постоянной жесткостью; преобразователь рассматривается в виде апериодического звена первого порядка. Эти допущения являются общепринятыми, позволяющими описать динамику системы линейными дифференциальными уравнениями 5-го порядка, сохраняя при этом адекватность математической модели реального ОУ. Структурная схема ОУ показана на рис. 1. Здесь двигатель постоянного тока представлен в виде последовательно включенных апериодического и интегрирующего звеньев, охваченных жесткой отрицательной обратной связью по противо-э.д.с. машины.

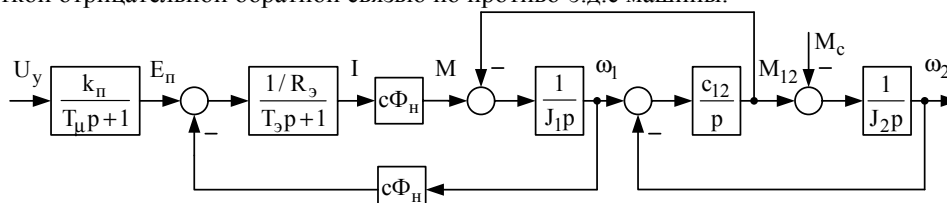


Рисунок 1 – Структурная схема двухмассового электромеханического объекта

Из структурной схемы рис. 1 следует система уравнений, описывающая ОУ в форме Коши:

$$\begin{cases} p\omega_2 = \frac{1}{J_2} M_{12}; \\ pM_{12} = c_{12} (\omega_1 - \omega_2); \\ p\omega_1 = -\frac{1}{J_1} M_{12} + \frac{c\Phi_n}{J_1} I; \\ pI = -\frac{c\Phi_n}{R_3 T_3} \omega_1 - \frac{1}{T_3} I + \frac{1}{R_3 T_3} E_n; \\ pE_n = -\frac{1}{T_u} E_n + \frac{k_n}{T_u} U_y, \end{cases} \quad (1)$$

где ω_1 , ω_2 - угловая скорость двигателя и исполнительного механизма, соответственно, 1/с;

J_1, J_2 - момент инерции якоря двигателя и приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции различных частей рабочего органа, соответственно, $\text{кг}\cdot\text{м}^2$;
 M_{12} - момент упругого закручивания вала, Нм ;
 M - электромагнитный момент двигателя, Нм ;
 I - ток якорной цепи двигателя, А ;
 c_{12} - коэффициент жесткости вала, Нмс ;
 $c\Phi_H$ - произведение конструктивной постоянной и магнитного потока двигателя, Вс ;
 R_3 - эквивалентной сопротивление якорной цепи системы, Ом ;
 T_3 - электромагнитная постоянная времени якорной цепи, с ;
 $E_{\text{пм}}$ - э.д.с. управляемого преобразователя, В ;
 T_{μ} - постоянная времени преобразователя, с ;
 $k_{\text{п}}$ - коэффициент усиления преобразователя, В/В ;
 U_y - управляющее напряжение, В .

Для синтеза робастной САР целесообразно ввести относительные фазовые координаты:

$$x_1 = \frac{\omega_2}{\omega_{2M}}; \quad x_2 = \frac{M_{12}}{M_{12M}}; \quad x_3 = \frac{\omega_1}{\omega_{1M}}; \quad x_4 = \frac{I}{I_M}; \quad x_5 = \frac{E_{\text{пм}}}{E_{\text{пм}}}; \quad u = \frac{U_y}{U_{\text{ум}}}, \quad (2)$$

приняв в качестве базовых величин максимальные значения абсолютных координат $\omega_M, M_{12M}, I_M, E_{\text{пм}}, U_{\text{ум}}$.

С учетом введения относительных фазовых координат система уравнений описывающая ОУ принимает вид:

$$\begin{cases} p x_1 = a_{12} x_2; \\ p x_2 = a_{21} x_1 + a_{23} x_3; \\ p x_3 = a_{32} x_2 + a_{34} x_4; \\ p x_4 = a_{43} x_3 + a_{44} x_4 + a_{45} x_5; \\ p x_5 = a_{55} x_5 + b_5 u, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{где } a_{12} = \frac{M_{12M}}{J_2 \omega_M}; \quad a_{21} = -\frac{c_{12} \omega_M}{M_{12M}}; \quad a_{23} = \frac{c_{12} \omega_M}{M_{12M}}; \quad a_{32} = -\frac{M_{12M}}{J_1 \omega_M}; \quad a_{34} = \frac{c\Phi_H I_M}{J_1 \omega_M};$$

$$a_{43} = -\frac{c\Phi_H \omega_M}{R_3 T_3 I_M}; \quad a_{44} = -\frac{1}{T_3}; \quad a_{45} = \frac{E_{\text{пм}}}{R_3 T_3 I_M}; \quad a_{55} = -\frac{1}{T_{\mu}}; \quad b_5 = \frac{k_{\text{п}} U_{\text{ум}}}{T_{\mu} E_{\text{пм}}}.$$

На основании системы уравнений (3) составим нормированную структурную схему системы (см. рис. 2). Преобразуем полученную структурную схему относительно: $k_{\text{п}}, L_3, R_3$ и J_2 . Результат преобразований представлен на рис. 3.

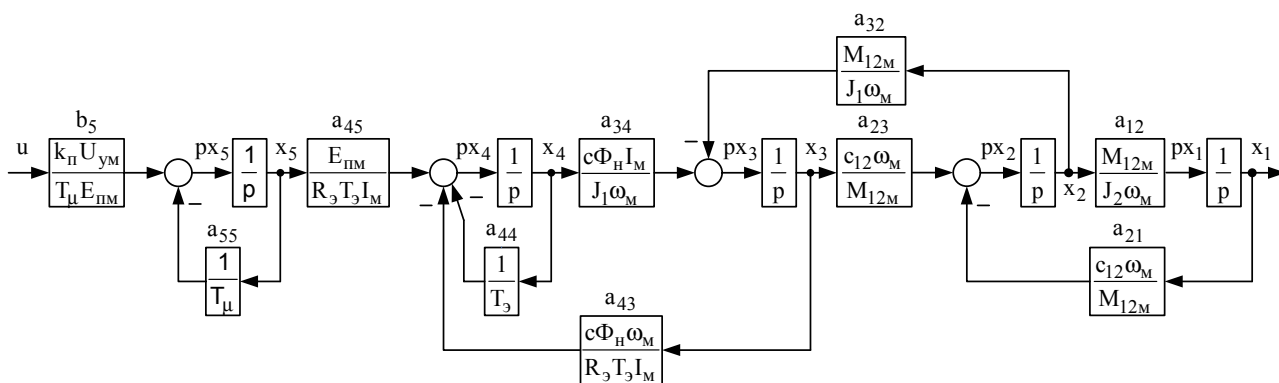


Рисунок 2 - Нормированная структурная схема двухмассового электромеханического объекта

Предположим, что в реальной системе четыре физических параметра: $k_{\text{п}}, L_3, R_3$ и J_2 либо точно не известны, либо изменяются в процессе работы. Тем не менее, можно предположить, что их значения заключаются в определенно известных интервалах, т.е.

$$\begin{cases} k_{\text{п}} = \overline{k_{\text{п}}} (1 + p_{k_{\text{п}}} \delta_{k_{\text{п}}}); & L_3 = \overline{L_3} (1 + p_{L_3} \delta_{L_3}); \\ R_3 = \overline{R_3} (1 + p_{R_3} \delta_{R_3}); & J_2 = \overline{J_2} (1 + p_{J_2} \delta_{J_2}). \end{cases} \quad (3)$$

где $\overline{k_{\text{п}}}, \overline{L_3}, \overline{R_3}, \overline{J_2}$ - это так называемые номинальные значения $k_{\text{п}}, L_3, R_3$ и J_2 ;

$p_{k_{\Pi}}, p_{L_3}, p_{R_3}, p_{J_2}$ и $\delta_{k_{\Pi}}, \delta_{L_3}, \delta_{R_3}, \delta_{J_2}$ представляют возможные (относительные) отклонения этих четырёх параметров. Полагаем: $p_{k_{\Pi}} = 0,2, p_{L_3} = 0,2, p_{R_3} = 0,4, p_{J_2} = 0,5, -1 \leq \delta_{k_{\Pi}}, \delta_{L_3}, \delta_{R_3}, \delta_{J_2} \leq 1$.

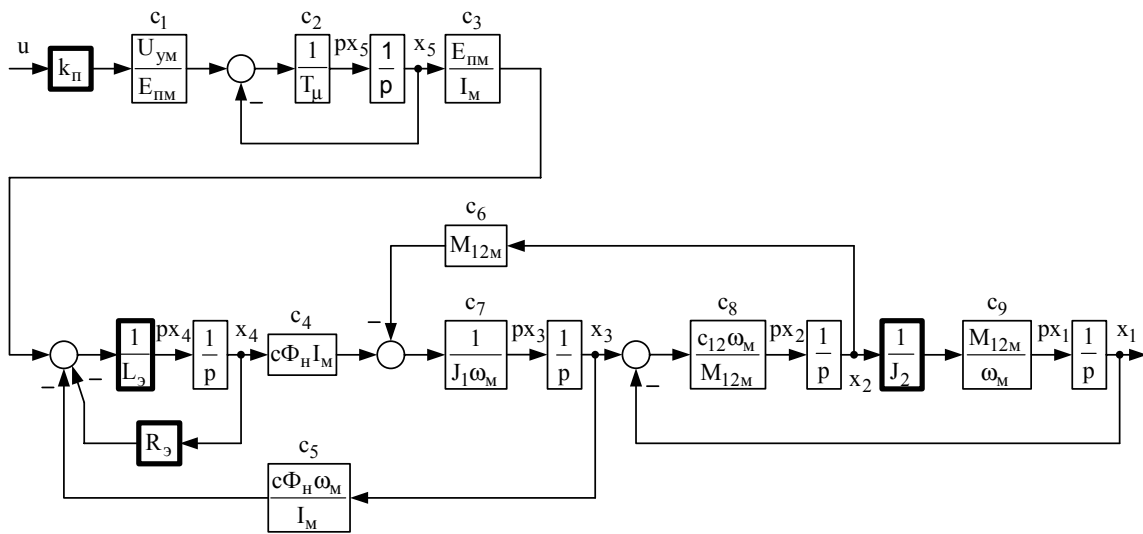


Рисунок 3 - Преобразованная структурная схема относительно неопределённых параметров: k_{Π}, L_3, R_3 и J_2

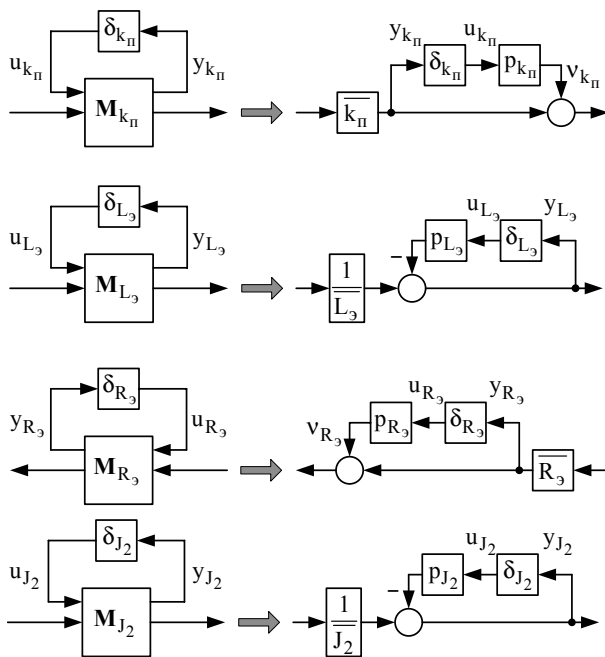
Эти четыре величины (рис. 3) могут быть заменены блок-схемами составляющих $\bar{J}_2, p_{J_2}, \delta_{J_2}$ и т.д. Следует отметить, что отношение $1/J_2$ может быть представлено как линейное дробное преобразование (ЛДП) в функции неопределённости δ_{J_2} [4, 5].

Верхнее ЛДП определяется как функция:

$$f(\delta) = \frac{\alpha + \beta\delta}{1 + \gamma\delta} = F_U(\mathbf{M}, \delta), \quad (4)$$

где $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\gamma & 1 \\ \beta - \alpha\gamma & \alpha \end{bmatrix}$.

В выражениях (5-8) представлены параметры k_{Π}, L_3, R_3 и J_2 как верхнее ЛДП в функциях неопределённости $\delta_{k_{\Pi}}, \delta_{L_3}, \delta_{R_3}, \delta_{J_2}$ соответственно. Рассмотренные неопределённые параметры в виде ЛДП представлены структурными схемами на рис. 4.



$$k_{\Pi} = \bar{k}_{\Pi} (1 + p_{k_{\Pi}} \delta_{k_{\Pi}}) = F_U(\mathbf{M}_{k_{\Pi}}, \delta_{k_{\Pi}}), \quad (5)$$

где $\alpha = \bar{k}_{\Pi}, \beta = p_{k_{\Pi}} \bar{k}_{\Pi}, \gamma = 0, \mathbf{M}_{k_{\Pi}} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{k}_{\Pi} \\ p_{k_{\Pi}} & \bar{k}_{\Pi} \end{bmatrix}$.

$$\frac{1}{L_3} = \frac{1/\bar{L}_3}{1 + p_{L_3} \delta_{L_3}} = F_U(\mathbf{M}_{L_3}, \delta_{L_3}), \quad (6)$$

где $\alpha = 1/\bar{L}_3, \beta = 0, \gamma = p_{L_3}, \mathbf{M}_{L_3} = \begin{bmatrix} -p_{L_3} & 1/\bar{L}_3 \\ -p_{L_3} & 1/\bar{L}_3 \end{bmatrix}$.

$$R_3 = \bar{R}_3 (1 + p_{R_3} \delta_{R_3}) = F_U(\mathbf{M}_{R_3}, \delta_{R_3}), \quad (7)$$

где $\alpha = \bar{R}_3, \beta = p_{R_3} \bar{R}_3, \gamma = 0, \mathbf{M}_{R_3} = \begin{bmatrix} 0 & \bar{R}_3 \\ p_{R_3} & \bar{R}_3 \end{bmatrix}$.

$$\frac{1}{J_2} = \frac{1/\bar{J}_2}{1 + p_{J_2} \delta_{J_2}} = F_U(\mathbf{M}_{J_2}, \delta_{J_2}), \quad (8)$$

где $\alpha = 1/\bar{J}_2, \beta = 0, \gamma = p_{J_2}, \mathbf{M}_{J_2} = \begin{bmatrix} -p_{J_2} & 1/\bar{J}_2 \\ -p_{J_2} & 1/\bar{J}_2 \end{bmatrix}$.

Рисунок 4 - Представление неопределённых параметров k_{Π}, L_3, R_3 и J_2 как верхнее ЛДП

Для дальнейшего представления обобщённой структурной схемы ОУ с четырьмя неопределёнными параметрами k_{Π} , L_3 , R_3 и J_2 определим входы и выходы звеньев $\delta_{k_{\Pi}}$, δ_{L_3} , δ_{R_3} , δ_{J_2} как $u_{k_{\Pi}}$, u_{L_3} , u_{R_3} , u_{J_2} и $y_{k_{\Pi}}$, y_{L_3} , y_{R_3} , y_{J_2} соответственно, что показано на рис. 5.

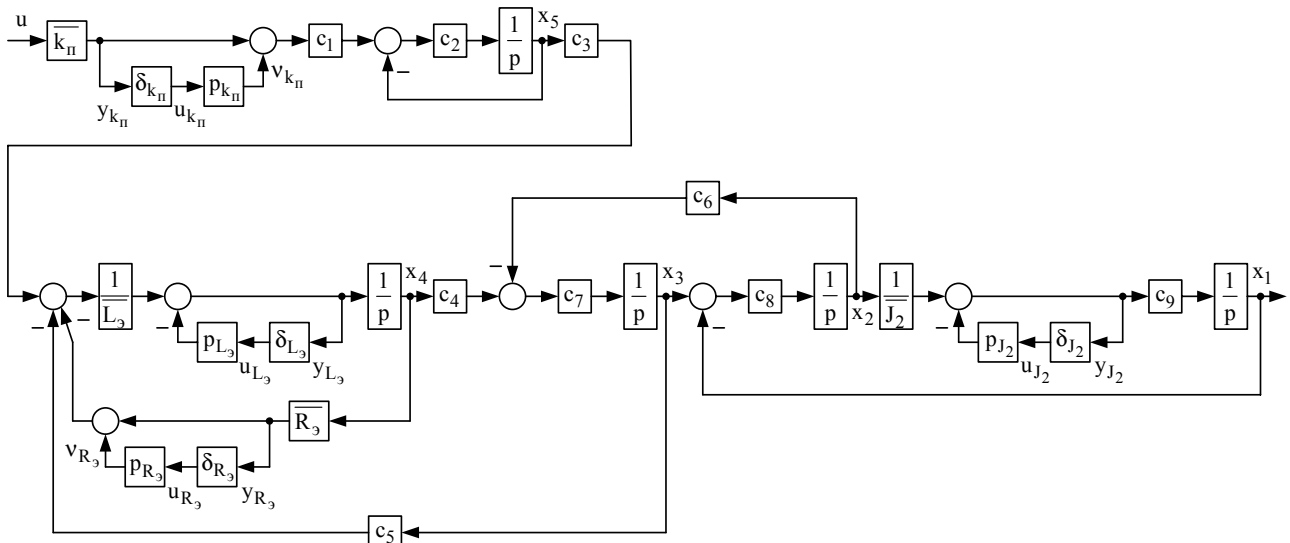


Рисунок 5 - Структурная схема двухмассового электромеханического объекта с неопределёнными параметрами, представленными ВЛДП

Согласно представленным выражениям, в результате дальнейших преобразований при исключении величин $v_{k_{\Pi}}$ и v_{R_3} получаем уравнения описывающие динамику системы:

$$\begin{bmatrix} px_1 \\ px_2 \\ px_3 \\ px_4 \\ px_5 \\ y_{k_{\Pi}} \\ y_{L_3} \\ y_{R_3} \\ y_{J_2} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & c_9 / J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{J_2} c_9 & 0 \\ -c_8 & 0 & c_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 c_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_5 / L_3 & -R_3 / L_3 & c_3 / L_3 & 0 & -p_{L_3} & -p_{R_3} / L_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 & p_{k_{\Pi}} c_1 c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{k_{\Pi}} c_1 c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{k_{\Pi}} \\ 0 & 0 & -c_5 / L_3 & -R_3 / L_3 & c_3 / L_3 & 0 & -p_{L_3} & -p_{R_3} / L_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{R_3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 / J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -p_{J_2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ u_{k_{\Pi}} \\ u_{L_3} \\ u_{R_3} \\ u_{J_2} \\ u \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} u_{k_{\Pi}} \\ u_{L_3} \\ u_{R_3} \\ u_{J_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{k_{\Pi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{L_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{R_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{k_{\Pi}} \\ y_{L_3} \\ y_{R_3} \\ y_{J_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Определим динамику входов/выходов двухмассовой электромеханической системы в виде матрицы G_{2mass} , учитывая при этом неопределённость параметров как это показано на рис. 6.

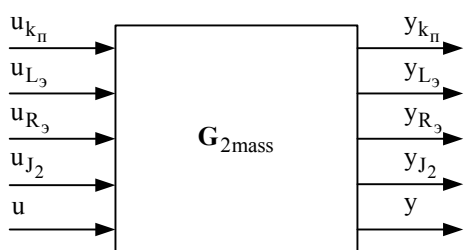


Рисунок 6 - Вход/выходные соотношения двухмассовой электромеханической системы

G_{2mass} имеет 5 входов ($u_{k_{\Pi}}$, u_{L_3} , u_{R_3} , u_{J_2} , u), 5 выходов ($y_{k_{\Pi}}$, y_{L_3} , y_{R_3} , y_{J_2} , y) и 5 состояний (x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5).

G_{2mass} в матричном представлении:

$$G_{2mass} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & c_9/\bar{J}_2 & 0 & 0 & 0 \\ -c_8 & 0 & c_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4c_7 & 0 \\ 0 & 0 & -c_5/\bar{L}_3 & -\bar{R}_3/\bar{L}_3 & c_3/\bar{L}_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -p_{J_2}c_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_{L_3} & -p_{R_3}/\bar{L}_3 & 0 \\ p_{k_{\Pi}}c_1c_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{k}_{\Pi}c_1c_2 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_5/\bar{L}_3 & -\bar{R}_3/\bar{L}_3 & c_3/\bar{L}_3 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{R}_3 & 0 \\ 0 & 1/\bar{J}_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p_{L_3} & -p_{R_3}/\bar{L}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p_{J_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{\Pi} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{C}_2 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D}_{21} = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{D}_{22} = 0.$$

Из этого видно, что \mathbf{G}_{2mass} зависит только от \bar{k}_{Π} , \bar{L}_3 , \bar{R}_3 , \bar{J}_2 , $p_{k_{\Pi}}$, p_{L_3} , p_{R_3} , p_{J_2} и от исходного дифференциального уравнения, связывающего y и u . Следовательно, \mathbf{G}_{2mass} известно и не содержит неопределённых (неизвестных) параметров.

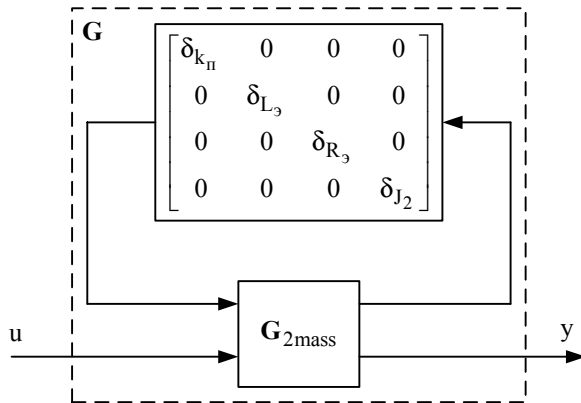


Рисунок 7 - Представление ЛДП двухмассовой электромеханической системы с неопределенностями

В H_{∞} -теории Дж. Дойлом и др. было доказано, что стандартная задача H_{∞} -управления (которая часто называется задачей минимизации энергии выхода) может быть развязана с помощью решения двух алгебраических уравнений Риккати [3] и связана со следующей структурной схемой, изображенной на рис. 8.

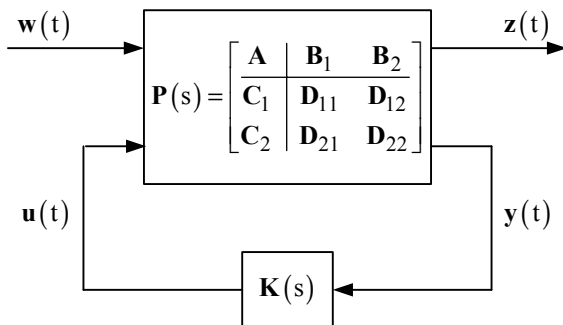


Рисунок 8 - Структурная схема синтезируемой системы (стандартная задача H_{∞} -управления)

Матрица передаточных функций (МПФ) $\mathbf{P}(s)$ представляет не только сам объект, которым надо управлять, но и весовые функции, которые включены для обеспечения желаемого качества. Такого рода объект $\mathbf{P}(s)$ называется обобщенным объектом (см. рис. 9). На рис. 9 $\mathbf{G}(s)$ - МПФ двухмассовой электромеханической системы; $\mathbf{K}(s)$ - робастный регулятор; $\mathbf{P}(s)$ - МПФ обобщенного объекта с учетом весовых функций; $\mathbf{W}_S(s)$, $\mathbf{W}_R(s)$ и $\mathbf{W}_T(s)$ - весовые функции.

Весовые функции в сочетании с функцией чувствительности \mathbf{S} (ПФ от задающего входного воздействия $\mathbf{w}(t)$ к ошибке слежения $\mathbf{z}(t)$) и дополнительной функцией чувствительности \mathbf{T} (ПФ от задающего входного сигнала к выходу) широко применяются для оценки качества в H_{∞} -теории [6, 7].

Неопределенные характеристики исходной системы могут быть описаны с использованием верхнего ЛДП:

$$y = \mathbf{F}_U(\mathbf{G}_{2mass}, \mathbf{\Delta})u, \quad (12)$$

где матрица диагональной неопределенности $\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\delta_{k_{\Pi}}, \delta_{L_3}, \delta_{R_3}, \delta_{J_2})$, как показано на рис. 7.

Отметим, что неизвестная матрица $\mathbf{\Delta}$, которая может быть названа матрицей неопределенности, имеет фиксированную структуру. Это диагональная матрица, и в общем виде она может быть блочной диагональной матрицей. Таким образом, эта неопределенность является структурной. \mathbf{G} представляет собой модель ОУ с учётом неопределённостей.

На рис. 8 приняты следующие обозначения:

$\mathbf{w}(t)$ - вектор внешних воздействий (возмущающих и задающих);

$\mathbf{y}(t)$ - вектор измеряемого выхода, используемый для улучшения качества работы САР (вектор, по которому замыкается через регулятор обратная связь);

$\mathbf{u}(t)$ - выходной вектор регулятора (вектор управляющих воздействий);

$\mathbf{z}(t)$ - вектор ошибки, используемый для контроля качества САР (вектор, который необходимо сделать минимальным в определенном смысле).

Обобщенный объект P (см. рис. 8) имеет два входа (w и u), два выхода (z и y) и может быть разделен на четыре МПФ:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где P_{ji} - отдельная МПФ от i -го входа до j -го выхода.

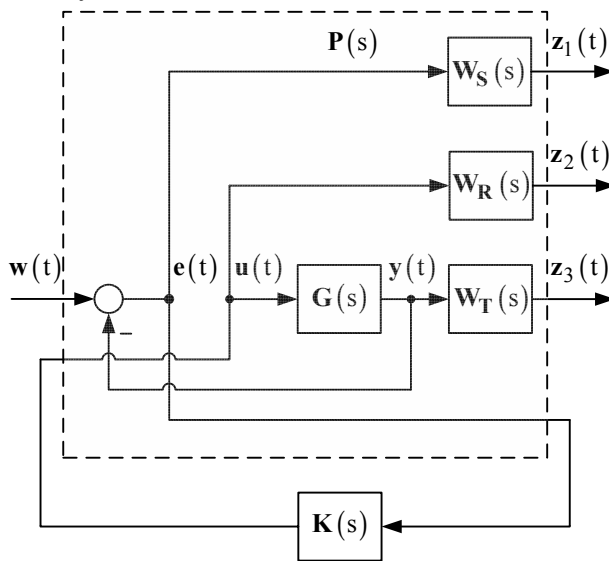


Рисунок 9 - Структурная схема обобщенного объекта $P(s)$

$F_L(P, K)$ - это МПФ замкнутой системы от входа возмущения w до выхода ошибки (контролируемая переменная) z , T_{zw} , которая получена путем нижнего линейно-дробного преобразования (LLFT) [4, 5]:

$$z = T_{zw} w = F_L(P, K) w, \quad (14)$$

$$T_{zw} = F_L(P, K) = P_{11} + P_{12} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{21}. \quad (15)$$

Запишем замкнутую МПФ $T_{zw} = F_L(P, K)$ и обобщенный объект в следующем виде (см. рис. 9):

$$\begin{bmatrix} z_1(s) \\ z_2(s) \\ z_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_S(s) S(s) \\ W_R(s) R(s) \\ W_T(s) T(s) \end{bmatrix} w(s); \quad (16)$$

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_S & -W_S G \\ 0 & W_R \\ 0 & W_T G \\ I & -G \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Следовательно, задачей H_∞ -оптимизации является выбор такого регулятора K , который бы минимизировал бесконечную норму T_{zw} или $\min \|T_{zw}\|_\infty$. Причем выбор оптимального регулятора K осуществляется над множеством всех регуляторов, обладающих свойством делать замкнутую систему T_{zw} внутренне устойчивой, т.е. над множеством стабилизирующих регуляторов. Для SISO системы H_∞ -норма передаточной функции $G(s)$, $\|G\|_\infty$ в скалярном выражении конечна и равна максимальной модулю начальной частотной характеристики $G(j\omega)$. Таким образом, H_∞ -норма служит мерой усиления системы. H_∞ -норма ПФ есть энергия выхода системы при подаче на вход сигнала с единичной энергией. Если выходом является ошибка, а входом возмущение, то минимизируя H_∞ -норму ПФ, мы минимизируем энергию ошибки для наихудшего случая входного возмущения.

Обобщенный объект

Весовые функции W_S , W_R и W_T «накладывают штраф» на сигнал ошибки, сигнал управления и выходной сигнал соответственно. Общие рекомендации для выбора весовых функций и формирования контура управления (loopshaping) изложены в [6].

Замкнутая МПФ при решении задачи смешанной чувствительности (mixed sensitivity):

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_S(s) S(s) \\ W_R(s) R(s) \\ W_T(s) T(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_S(s) S(s) \\ (W_R(s) / G(s)) T(s) \\ W_T(s) T(s) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где $S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}$ - функция чувствительности;

$T(s) = G(s)K(s)(I + G(s)K(s))^{-1}$ - дополнительная функция чувствительности;

$R(s) = K(s)(I + G(s)K(s))^{-1}$.

Типичные весовые функции:

$$W_S = \frac{s/M + \omega_0}{s + \omega_0 A}; \quad W_R = \text{const}; \quad W_T = \frac{s + \omega_0 / M}{As + \omega_0}, \quad (19)$$

где $A = 0,001$ - желаемая максимально допустимая установившаяся ошибка в установившемся режиме;

$\omega_0 = 50$ - желаемая полоса пропускания; $M = 1$ - пик чувствительности.

Весовые функции являются рациональными, устойчивыми, минимально-фазовыми передаточными функциями (т.е. нет полюсов или нулей в правой полуплоскости). Веса выбираются для того, чтобы нормировать вход и выход энергии к единице (здесь энергия имеет отношение к 2-норме переменной).

Необходимо заметить, что при вариации параметров весовых функций A , ω_0 и M можно достичь требуемых характеристик качества системы управления, что показано в [6-9].

Детализированный синтез робастных систем управления и алгоритм H_∞ -субоптимального регулятора опубликованы авторами в [4, 5, 9]. Робастный регулятор скорости был синтезирован с помощью эффективных методов реализованных в пакете расширения Robust Control Toolbox в системе MATLAB, позволяющих вычислить центральный H_∞ -субоптимальный регулятор, который минимизирует H_∞ -норму замкнутой системы по представленному алгоритму. Также необходимо отметить, что полученный робастный регулятор скорости является регулятором 6 порядка.

На рис. 10 представлены результаты работы двухмассовой электромеханической системы с синтезированным H_∞ -регуляторами скорости при отработке замкнутой САР заданной траектории и приложенном моменте сопротивления $0,5 \cdot M_{ндв}$, а на рис. 11 результаты моделирования с вариацией параметров ОУ (одновременное уменьшение момента инерции второй массы и сопротивления якорной цепи в 2 раза от номинальных значений).

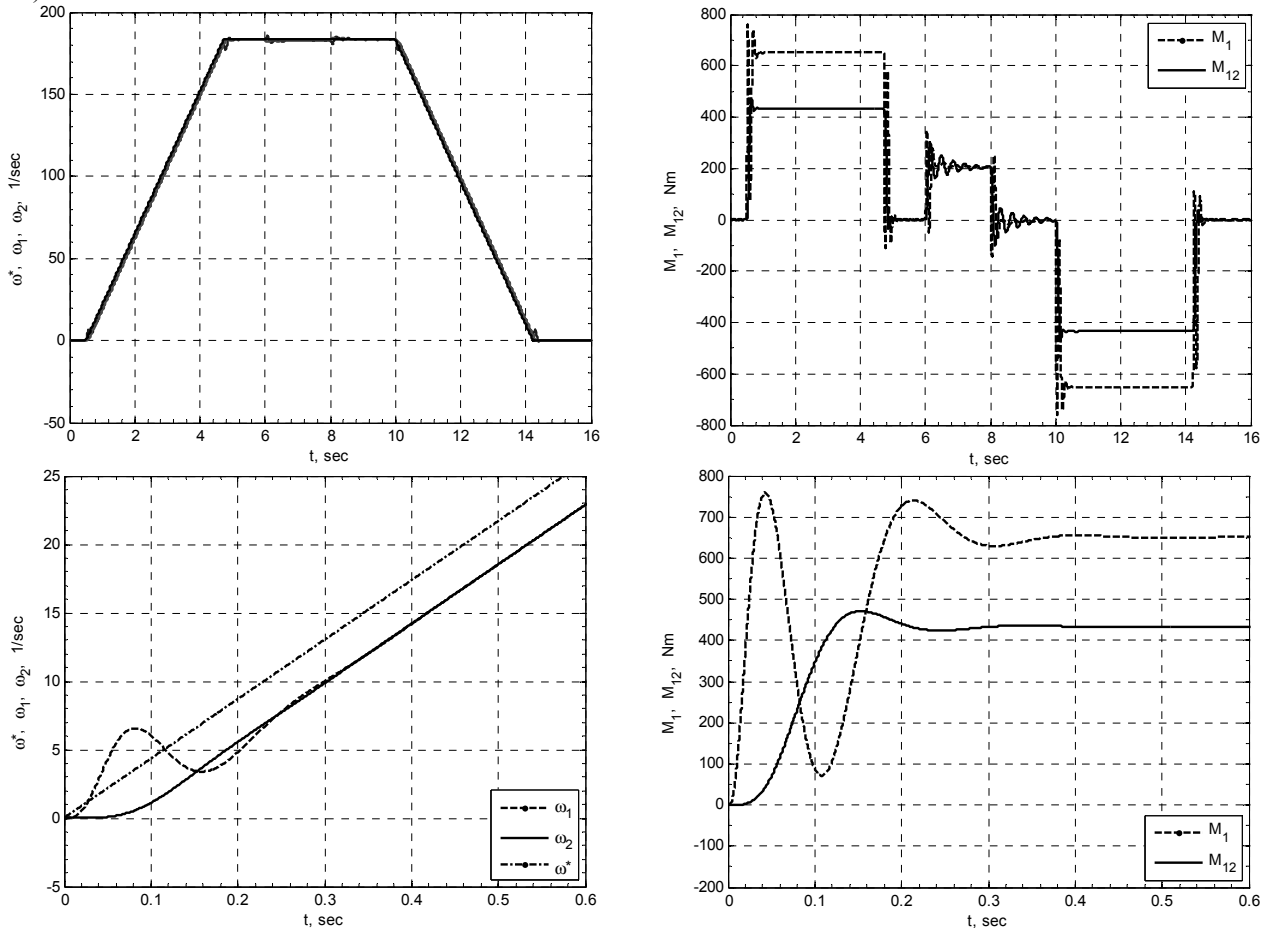


Рисунок 10 - Графики переходных процессов в робастной САР при номинальных параметрах $M_c=0,5 \cdot M_{ндв}$

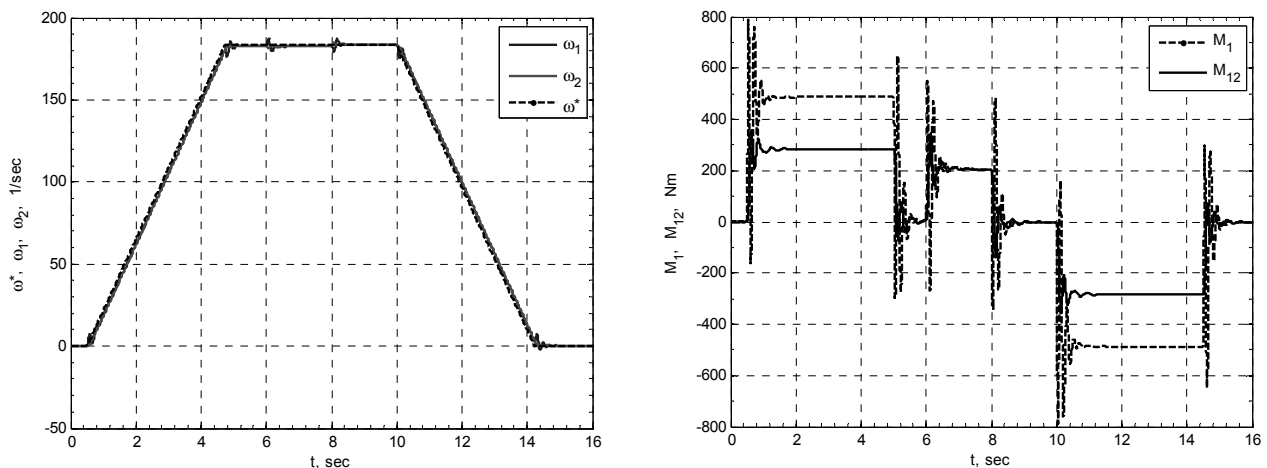


Рисунок 11 - Графики переходных процессов в робастной САР при одновременном уменьшении J_2 и R_3 в 2 раза

На рис. 12 представлены результаты моделирования с вариацией параметров ОУ (одновременное увеличение момента инерции второй массы и сопротивления якорной цепи в 2 раза от номинальных значений).

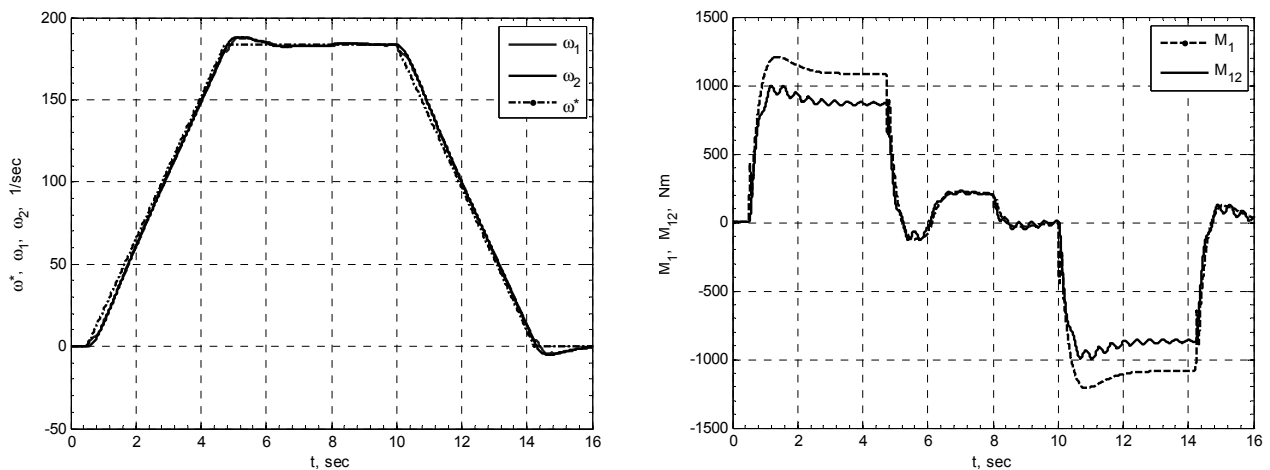


Рисунок 12 - Графики переходных процессов в робастной САР при одновременном увеличении J_2 и R_3 в 2 раза

Выводы. Для эффективного подавления колебаний, возникающих в двухмассовой упруговязкой электромеханической системе «электродвигатель - исполнительный механизм», показана возможность использования H_∞ -теории при построении систем регулирования подобными объектами. Синтезирован робастный H_∞ -субоптимальный регулятор скорости двухмассового электромеханического объекта в условиях неполной информации о объекте и с учетом его неопределенностей. Полученный регулятор обеспечивает системе управления робастные характеристики качества и заданную точность поддержания скорости. Авторами разработаны программные коды (m-файлы) в системе Matlab, позволяющие алгоритмизировать процедуру синтеза робастных САР, получены H_2 , H_∞ и μ -регуляторы для электромеханического объекта n -го порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zames G. Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses // IEEE Trans. Automat. Control. – 1981. – Vol.26.No.2. – P.301-320.
2. Glover K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L_∞ error bounds. // Int. J. Control. – 1984. – Vol.39.
3. Doyle J.C, Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems // IEEE Trans. Automat. Control. – 1989. – Vol.34.No8. – P.831-847.
4. Полилов Е.В. Синтез робастного H_∞ -субоптимального регулятора положения позиционного электропривода / Полилов Е.В., Зеленов А.Б., Руднев Е.С. // Вісник Кременчуцького державного технічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2008. – Вип. 3/2008 (50) частина 1. – С.64-71.
5. Полилов Е.В. Синтез робастной системы управления явнополюсной синхронной машины / Полилов Е.В., Зеленов А.Б., Руднев Е.С. // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків: НТУ «ХПІ», 2008, № 30. – С.136-140.
6. Полилов Е.В. Практический подход к выбору весовых функций для H_∞ -теории робастного управления / Полилов Е.В., Зеленов А.Б., Руднев Е.С. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2009. – Вип. 3/2009 (56) частина 2. – С.17-24.
7. Полилов Е.В. μ -анализ и синтез робастной системы управления электропривода постоянного тока / Полилов Е.В., Зеленов А.Б., Руднев Е.С. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2009. – Вип. 3/2009 (56) частина 2. – С.25-30.
8. Полилов Е.В. Синтез робастного H_2 -оптимального регулятора положения позиционного электропривода / Полилов Е.В., Руднев Е.С., Скорик С.П. // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки) / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2009. Випуск 2 (12) – С.98-103.
9. Полилов Е.В. Синтез алгоритмов робастного управления синхронным электродвигателем методами H_∞ -теории / Полилов Е.В., Руднев Е.С., Скорик С.П. // Вісник Кременчуцького державного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДПУ, 2010. – Вип. 4/2010 (63) частина 3. – С.15-20.