**Волянский Р.С.** **Украина**
**Садовой А.В.** **Днепродзержинск**

*Днепродзержинский государственный технический университет*

# СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С ИРРАЦИОНАЛЬНОЙ АКТИВАЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

**Введение.** Как известно, применение в составе системы управления релейного регулятора, который работает в скользящем режиме 1-го порядка, позволяет построить высококачественную систему управления, обеспечивающую высокие показатели качества процесса управления и низкую чувствительность к дестабилизирующим факторам различной природы [1]. Однако, одновременно с улучшением свойств и характеристик системы управления, скользящий режим 1-го порядка приводит к возникновению в системе управления высокочастотных колебаний, которые могут привести к преждевременному износу всей системы или ее составной части. Поэтому в последнее время наметилась тенденция к исследованию скользящих режимов 2-го порядка [2,3]. Основным преимуществом релейных систем со скользящими режимами 2-го порядка является отсутствие переключений управляющего воздействия при достижении регулируемой координатой заданного значения, что теоретически позволяет повысить надежность и долговечность электромеханического оборудования.

Однако, известные работы рассматривают теоретические основы построения систем управления только с алгоритмом, принадлежащим к классу кусочно-непрерывных функций вида

$$U = \begin{cases} sign(S), & при\ |S|^{\alpha} \geq 1; \\ |S|^{\alpha} sign(S), & при\ |S|^{\alpha} < 1, \alpha = 0{,}5 \end{cases} \tag{1}$$

где S – уравнение линии равновесия системы управления

$$S = \sum_{i=0}^{n} V_{in}\eta_i \ , \tag{2}$$

которая обеспечивает на траекториях $\eta_i$ возмущенного движения замкнутой системы отрицательную определенность полной производной функции Ляпунова

$$V = \sum_{i,j=0}^{n} V_{ij}\eta_i\eta_j \ , \tag{3}$$

коэффициенты которой в соответствии с [1] определяются следующими выражениями

$$V_{in} = (-1)^{i+n}(-1)^{j+1} M_{ij}; V_{0n} = (-1)^n \Delta; V_{ij} = \frac{V_{in}V_{jn}}{V_{nn}} , \tag{4}$$

где $\Delta$ - определитель, составленный из коэффициентов системы уравнений возмущенного движения объекта управления, $M_{ij}$- соответствующие миноры этого определителя.

Как показано в [3], такие системы по качеству процессов управления занимают промежуточное место между релейными и линейными оптимальными системами, создавая предпосылки для объединения математического аппарата, обеспечивающего синтез этих систем. В первую очередь это относится к обобщению целей управления, минимизация которых определяет вид и структуру оптимального алгоритма. Поэтому рассмотрение вопросов создания обобщенного подхода к синтезу широкого класса оптимальных систем является актуальным.

**Постановка задач исследования.** Целью настоящей работы является обоснование выбора обобщенного функционала качества, минимизация которого определяет вид управляющего воздействия, его параметры и активационную функцию.

**Результаты исследования.** Рассмотрим возмущенное движение обобщенного электромеханического объекта в расширенном фазовом пространстве, описываемое уравнениями

$$p\eta_0 = \eta_1; \ p\eta_j = \sum_{i=1}^{n} b_{ij}\eta_i + mU, \ j = 1..n \ . \tag{5}$$

Оптимальное управление объектом (5) будем искать в классе иррациональных функций

$$U = |S|^{\alpha} sign(S) . \tag{6}$$

Цель управления зададим в виде

$$I = \int_0^{\infty} \left[ F(\eta) + \frac{C}{\beta}|U|^{\beta} \right] dt \tag{7}$$

и составим основное функциональное уравнение Беллмана

$$\sum_{i=0}^{n}\frac{\partial V}{\partial \eta_i}p\eta_i + F(\eta)+\frac{C}{\beta}|U|^{\beta} = 0 . \tag{8}$$

С учетом выражений (2)-(4), уравнение (8) запишем следующим образом

$$2mU\cdot S + F(\eta)+\frac{C}{\beta}|U|^{\beta} = 0 . \tag{9}$$

Продифференцируем уравнение (9) по управляющему воздействию

$$2mS + C|U|^{\beta-1} = 0 \tag{10}$$

и определим искомое оптимальное управление, минимизирующее функционал (7) на траекториях возмущенного движения (5)

$$U = -\left(\frac{2m}{C}|S|\right)^{1/\beta-1} sign[S]. \tag{11}$$

Сравнение управлений (11) и (1) позволяет определить взаимосвязь между коэффициентами $\alpha$ и $\beta$, которые определяют вид алгоритма и цели управления соответственно

$$\alpha = 1/\beta-1 ; \beta = 1/\alpha+1 . \tag{12}$$

Подстановка в управление (11) коэффициентов $\alpha = 1$, $\beta = 2$ с учетом соотношения (2) преобразует его к классическому линейному управлению

$$U = -\frac{2m}{C}\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i . \tag{13}$$

При коэффициентах $\alpha = 0$ и $\beta \to \infty$ возникающая неопределенность разрешается следующим образом

$$U = -\lim_{\beta\to\infty}\left(\frac{2m}{C}|S|\right)^{\frac{1}{\beta-1}} sign[S] = -\left\{\left(\frac{2m}{C}|S|\right)^{0} sign(S)\right\} = -sign(S), \tag{14}$$

а оптимальное управление с учетом выражения (2) принимает следующий вид

$$U = -sign\left[\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i\right], \tag{15}$$

который соответствует классическим релейным управлениям.

Для определения неизвестной подынтегральной функции $F(\eta)$ подставим управление (11) в уравнение (9)

$$-2m\cdot\left(\frac{2m}{C}|S|\right)^{1/\beta-1}\cdot S\cdot sign[S] + F(\eta)+\frac{C}{\beta}\left|-\left(\frac{2m}{C}|S|\right)^{1/\beta-1} sign[S]\right|^{\beta} = 0 \tag{16}$$

и после упрощений получим

$$F(\eta) = (2m - C/\beta)\cdot\left(2m/C|S|\right)^{\beta/\beta-1} . \tag{17}$$

Таким образом, с учетом выражения (2) функционал (7) примет следующий вид

$$I = \int_{0}^{\infty}\left[\left(2m-\frac{C}{\beta}\right)\cdot\left(\frac{2m}{C}\left|\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i\right|\right)^{\beta/\beta-1} + \frac{C}{\beta}|U|^{\beta}\right]dt . \tag{18}$$

При коэффициентах $\alpha = 1$, $\beta = 2$ принимая во внимание соотношения

$$|U|^2 = U^2, |S|^2 = S^2 , \tag{19}$$

функционал (18) можно представить следующим образом

$$I = \int_{0}^{\infty}\left[\left(2m-\frac{C}{2}\right)\cdot\frac{4m^2}{C^2}\left(\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i\right)^2 + \frac{C}{2}U^2\right]dt \tag{19}$$

Введя обозначения

$$g = (2m - C/2)\cdot 4m^2/C^2 , \hat{C} = C/2 , \tag{20}$$

приведем функционал (19) к классическому виду [1]

$$I=\int_0^{\infty}\left[g\left(\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i\right)^2+\hat{C}U^2\right]dt\,. \qquad (21)$$

При коэффициентах $\alpha=0$ и $\beta\to\infty$ определение функционала (18) сопряжено с разрешением неопределенности

$$I=\lim_{\beta\to\infty}\int_0^{\infty}\left[\left(2m-\frac{C}{\beta}\right)\cdot\left(\frac{2m}{C}\left|\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i\right|\right)^{\beta/\beta-1}+\frac{C}{\beta}|U|^{\beta}\right]dt\,, \qquad (22)$$

которая, при условии, что для релейных управлений $|U|=1$, приводит к виду

$$I=\lim_{\beta\to\infty}\int_0^{\infty}\left[\frac{4m^2}{C}\left|\sum_{i=0}^{n}V_{in}\eta_i\right|\right]dt\,, \qquad (23)$$

соответствующему классическому функционалу, который определяет качество процессов управления в разрывных системах [1].

В качестве примера использования алгоритма управления (11) рассмотрим позиционный электропривод с безынерционным каналом формирования электромагнитного момента, возмущенное движение которого описывается следующими уравнениями

$$p\eta_1=b_{12}\eta_2;\ p\eta_2=b_{22}\eta_2+m_2U. \qquad (24)$$

Приняв в качестве цели управления интегральный функционал (18), который для объекта (24) имеет вид

$$I=\int_0^{\infty}\left[\left(2m_2-\frac{C}{\beta}\right)\cdot\left(\frac{2m_2}{C}|V_{12}\eta_1+V_{22}\eta_2|\right)^{\beta/\beta-1}+\frac{C}{\beta}|U|^{\beta}\right]dt\,, \qquad (25)$$

найдем оптимальное управление электроприводом (24) в классе иррациональных функций

$$U=-\left(\frac{2m_2}{C}|V_{12}\eta_1+V_{22}\eta_2|\right)^{\alpha}sign[V_{12}\eta_1+V_{22}\eta_2]\,, \qquad (26)$$

где коэффициенты функции Ляпунова $V_{12}=-b_{22};V_{22}=b_{12}$ определены в соответствии с [1].

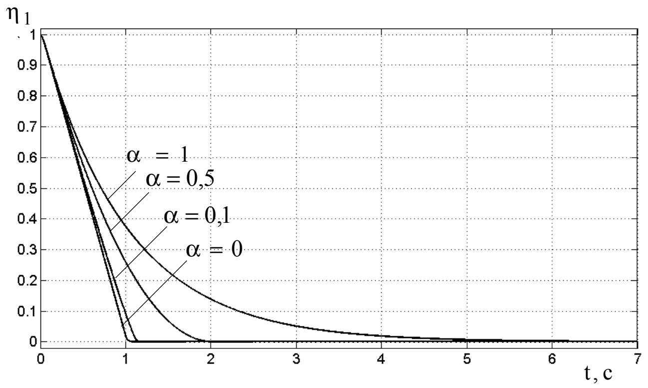


Рис.1 Переходные процессы в позиционном электроприводе при различных значениях коэффициента α

На рис.1 приведены значения координаты $\eta_1$ при различных значениях коэффициента $\alpha$. Результаты получены при моделировании позиционного электропривода на базе двигателя ДПР-72.

Как следует из анализа переходных процессов, все синтезированные системы управления являются асимптотически устойчивыми, однако отличаются различным быстродействием: максимальным быстродействием обладает релейная система управления, а минимальным – линейная, что свидетельствует о разной скорости движения к началу координат.

**Выводы.**

Как показывают приведенные выкладки и результаты моделирования, существующие линейные и релейные управления, которые в теории оптимального управления рассматриваются раздельно, являются частными случаями обобщенного оптимального управления, которое определено в классе иррациональных функций вида (1). Весовые коэффициенты этого управляющего воздействия и функционала качества (18), который оно минимизирует, определяются через параметры объекта управления в соответствии с выражениями (4). Функционал качества (18) содержит два слагаемых, одно из которых определяет асимптотическую устойчивость движение объекта управлении, а второе – учитывает запас энергии управления и определяет вид активационной функции оптимального регулятора.

**Литература.**


1. Садовой А.В. , Сухинин Б.В., Сохина Ю.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. - К.: ИСИМО, 1996. – 298с.

2. С.В. Емельянов, С.К. Коровин, Л.В. Левантовский. Новый класс алгоритмов скольжения второго порядка. Математическое моделирование, М.:Наука,2007,том19,№1, стр.89-100

3. Волянский Р.С., Садовой А.В. Система управления следящим электроприводом со скользящим режимом 2-го порядка, Вісник Кременчуцького державного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КДУ, 2010. – Вип. 4/2010 (63) частина 3. – с.11-14