Кузев И.О., Сергиенко С.А. **Украина, Кременчуг**

Кременчугский государственный университет им. Михаила Остроградского

Волянский Р.С. **Днепродзержинск**

Днепродзержинский государственный технический университет

СИСТЕМА РАЗРЫВНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ДРОБНОМЕРНОЙ ЛИНИЕЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

Введение. Последние достижения микропроцессорной и микроконтроллерной технике в сфере разработки и создания сравнительно недорогих быстродействующих микроконтроллеров с большой разрядностью создали предпосылки к совершенствованию систем управления технологическими процессами и электромеханическими системами. Одним из направлений такого усовершенствования является исследование и разработка систем управления, в которых используется информация не только о координатах объекта управления, но и об их производных и интегралах дробной размерности [1-3].

Однако, недостатками известных работ, посвященных исследованию алгоритмов, реализующих дробномерные законы управления, является то, что авторы рассматривают динамику системы управления только с линейными регуляторами, что не позволяет в полной мере использовать ее возможности, связанные с обеспечением максимального быстродействия и точности компенсации различных возмущений.

Постановка задач исследования. Целью настоящей статьи является исследование переходных процессов в системе разрывного управления с дробномерной гиперплоскостью переключения.

Результаты исследования. В качестве объекта управления выберем электропривод постоянного тока на базе двигателя с независимым возбуждением и безынерционным преобразователем в цепи якоря, динамика которого с учетом известных допущений описывается следующей системой дифференциальных уравнений

$$p\omega = \frac{c}{J}I; \quad pI = -\frac{c}{R_a T_a}\omega - \frac{1}{T_a}I + \frac{K_п}{R_a T_a}U_y, \tag{1}$$

где c, J, R_a, T_a, $K_п$ – конструктивный коэффициент, момент инерции, сопротивление и постоянная времени якорной обмотки и коэффициент усиления преобразователя соответственно.

Путем направленного нормирования системы (1) перейдем к уравнениям в относительных единицах

$$py_1 = b_{12}y_2; \quad py_2 = b_{21}y_1 + b_{22}y_2 + m_2u, \tag{2}$$

где $b_{12} = \frac{1}{T_m}; b_{21} = b_{22} = -\frac{1}{T_a}; m_2 = \frac{1}{T_a}$, (3)

а затем к уравнениям возмущенного движения

$$p\eta_1 = b_{12}\eta_2; \quad p\eta_2 = b_{21}\eta_1 + b_{22}\eta_2 + m_2u\,. \tag{4}$$

Запишем систему (4) в виде дифференциальных уравнений в форме Фробениуса

$$p\mu_1 = \mu_2; \quad p\mu_2 = -a_1\mu_1 - a_2\mu_2 + M_2U, \tag{5}$$

где $\mu_1 = \eta_1,\ a_1 = -b_{12}b_{21},\ a_2 = -b_{22},\ M_2 = m_2$.

В соответствии с [4], разрывное управление объектом (5) может быть найдено из условия минимизации функционала качества вида

$$I = \int_0^\infty \left|V_{12}\mu_1 + V_{22}\mu_2\right| dt \tag{6}$$

в классе разрывных функций

$$U = -\mathrm{sign}\left(V_{12}\mu_1 + V_{22}\mu_2\right), \tag{7}$$

где V_{12} и V_{22} – коэффициенты функции Ляпунова, определяемые через параметры объекта управления (5)

$$V_{12} = a_2; V_{22} = 1 \text{ или } V_{12} = -b_{22}; V_{22} = 1\,. \tag{8}$$

Переход от фиктивных координат μ_i к координатам возмущенного движения η_i позволяет представить управление (8) следующим образом

$$U = -\mathrm{sign}\left(-b_{22}\eta_1 + p\eta_1\right), \tag{9}$$

определяя структуру регулятора как релейную с пропорционально-дифференциальной линией переключения.

Системы управления, аналогичные синтезированной, к настоящему моменту хорошо изучены, поэтому интерес представляет исследование влияния порядка дробной производной на качество переходных процессов.

Заменив в управлении (11) производную $p\eta_1$ ее дробномерным аналогом, приведем управляющее воздействие к виду

$$U = -\mathrm{sign}\left(V_{12}\eta_1 + V_{22}p^{\alpha}\eta_1\right), \ \alpha \in [0{,}1]\,. \tag{10}$$

Дробная производная $p^\alpha\eta_1$ определяется в соответствии с формулой Грюнвальда-Летникова [1]

$$p^{\alpha}\eta_1(t) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N^{\alpha}} \sum_{i=0}^{N-1} (-1)^i \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(i+1)\Gamma(\alpha-i+1)} \eta_1\left(t - \frac{i}{N}T\right), \qquad (11)$$

где N, T– объем и интервал выборки, Г(…)- гамма функция соответствующего аргумента.

Выбор именно такого подхода для определения дробной производной от переменных состояния объясняется сравнительной простотой реализации выражения (1) на базе существующей цифровой техники.

Результаты математического моделирования систем управления, построенных в соответствии с алгоритмами (9) и (10) для различных значений α показаны на рис. 1.

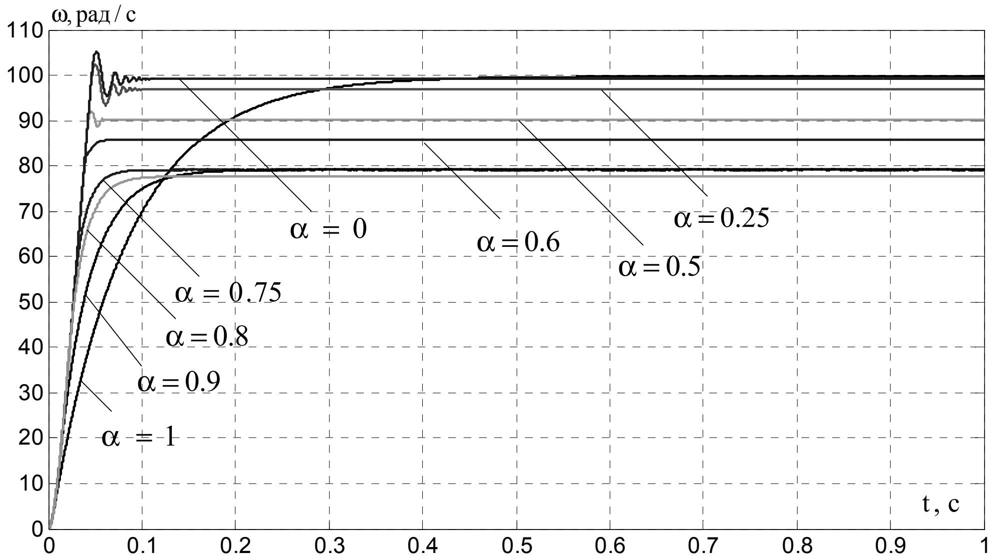

Рис.1 Результаты математического моделирования синтезированных систем управления

Выводы. Как следует из анализа полученных результатов математического моделирования управление (10) является обобщением алгоритма (9) на случай дробных производных от ошибки управления, которое при α=1 представляет собой классическую релейную систему управления с ПД гиперплоскостью переключения, а при α = 0 - с П гиперплоскостью переключения.

Необходимо отметить повышение быстродействия исследуемой системы при снижении показателя степени α, причем при α $\alpha \in [0.6, 1]$ сохраняется асимптотическая устойчивость при увеличении быстродействия практически на порядок. Дальнейшее снижение показателя α характеризуется повышением колебательности, которую можно объяснить снижением демпфирующего влияния производной в законе управления. Это приводит к уменьшению скорости рассеяния избыточной энергии, которая запасена на траекториях возмущенного движения (4) и, как следствие, снижению частоты переключений релейного регулятора. Очевидно, что повышение запаса устойчивости замкнутой системы управления с дробномерной гиперплоскостью переключения можно добиться за счет соответствующего назначения весовых коэффициентов алгоритма управления и функционала, характеризующего качество переходных процессов.

Интересной особенностью синтезированных систем управления с дробномерной линией переключения является статическая ошибка, поясняющаяся постоянной составляющей в установившемся значении дробной производной. Приведенные графики иллюстрируют наличие экстремальной зависимости в распределении установившейся ошибки, которая имеет максимум в районе α = 0.8. Однако эта зависимость требует дальнейшего изучения.

Дальнейшие теоретические исследования в области релейных систем с линиями переключения нецелочисленных порядков будут направлены на определение условий обеспечения желаемого запаса устойчивости, вплоть до асимптотической при любых показателях α, возникновения скользящих режимов, формулировки целей управления, минимизация которых обеспечивается управлениями вида (12), и решение задачи динамического программирования для таких целей управления. С практической точки зрения вызывает интерес техническая реализация рассматриваемых систем управления и сокращение числа итераций при использовании формулы (1) для повышения быстродействия системы и возможности ее работы в режиме реального времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Васильев, Л.А. Симак, Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. Киев, НАН Украины, 2008. — 256 с.
2. Нахушев А. М. Дробное исчисление и его применение. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 272 с.
3. I. Podlubny, Fractional Differential Equations., Academic Press, San Diego, 1999.
4. Садовой, А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. А.В. Садовой., Б.В. Сухинин, Ю.В. Сохина; под общ.ред. Садового А.В; К.: ИСИМО, 1996. – 298с.