

СТАБИЛИЗАЦИЯ ЗАДНЕГО ХОДА АВТОПОЕЗДА С ДВУХОСНЫМ ПРИЦЕПОМ МЕТОДОМ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ПО СОСТОЯНИЮ

Введение

Сложность управления автопоездом обусловлена явно выраженными нелинейностями, а также неустойчивостью объекта управления при движении задним ходом. В совместной работе [1] был рассмотрен синтез системы стабилизации заднего хода автопоезда с двухосным прицепом на основе линеаризации обратной связью по выходу. Было показано, что синтезированный нелинейный закон управления гарантирует асимптотическую устойчивость замкнутой системы в области, размеры которой ограничены лишь предельными углами системы рулевого управления тягача. Анализ также показал, что устойчивость системы стабилизации на основе линеаризации обратной связью по выходу, к сожалению, зависит от знака скорости движения автопоезда и направления смещения сцепного устройства относительно задней оси тягача. Предложенный в [1] нелинейный закон управления обеспечивает устойчивость замкнутой системы стабилизации движения задним ходом только для автопоездов со сцепным устройством за задней осью тягача.

Хотя для автопоездов с двухосным прицепом типичным является расположение тягово-сцепного устройства как раз за задней осью тягача (варианты С, D и E на рис 1), возможны также варианты сцепления с седельным тягачом двух полуприцепов таким образом, что результирующий автопоезд соответствует автопоезду с двухосным прицепом и сцепным устройством на или перед задней осью тягача (варианты А и В на рис 1). Синтез системы стабилизации заднего хода именно для таких автопоездов и является темой данной публикации.

Постановка задачи исследования

Объектом исследований, результаты которых излагаются в данной работе, является нелинейная система регулирования заднего хода автопоезда с двухосным прицепом при расположении сцепного устройства перед задней осью тягача. Задача системы регулирования – путем воздействия на систему рулевого управления тягача на основе информации с датчиков об углах передних осей тягача и прицепа, а также об угле в сцепном устройстве, исключить потерю управляемости автопоезда (задача стабилизации). При движении задним ходом водитель может при помощи руля задавать системе регулирования задание на кривизну траектории движения автопоезда (задача слежения).

Материалы исследования

Анализ возможных решений задачи. Из двух вариантов линеаризации обратной связью (ЛОС) ЛОС по выходу несколько проще, чем ЛОС по состоянию, но синтезированный на ее основе закон управления пригоден только для систем с устойчивой внутренней динамикой. В случае применения предложенной в [1] ЛОС по выходу внутренняя динамика автопоезда с двухосным прицепом, движущегося задним ходом, при расположении сцепного устройства перед задней осью тягача как раз неустойчива. Поэтому с точки зрения синтеза универсальных законов управления более предпочтительна ЛОС по состоянию, лишенная этого недостатка. Однако из-за трудоемкости и жестких условий существования решения применение ЛОС по состоянию ограничено лишь узким кругом нелинейных систем. Здесь требуются специальные подходы, упрощающие данную задачу. Принципиально известны следующие подходы с использованием ЛОС по состоянию:

- 1) применение ЛОС по состоянию для более простой модели автопоезда со сцепным устройством точно на задней оси тягача (нулевое смещение) и синтез на ее основе нелинейного закона управления, который использует не реальные переменные состояния, а модифицированные таким образом, чтобы упрощенная модель в каждый момент времени вела себя также, как и реальный объект [2];
- 2) если управление ведется в некоторой окрестности (для автопоезда это начало координат), то возможно применение так называемой линеаризации Пуанкаре [3] – ЛОС после линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений путем разложения в ряд Тейлора до первых нелинейных термов;
- 3) применение сцепного устройства с приводом, позволяющим смещать точку сцепки поперек главной оси тягача (активное сцепное устройство) [4].

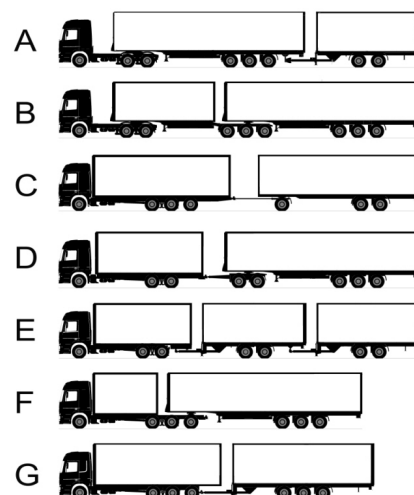


Рис. 1. Варианты автопоездов EuroCombi
[источник: <http://www.wikipedia.org>].

Исследования показали, что возможен еще один подход. Замена переменных в нелинейных дифференциальных уравнениях модели автопоезда позволяет получить систему с аффинным входом без увеличения порядка системы, а дальнейшее упрощение уравнений в окрестности положения равновесия дает возможность относительно легко получить приближенное решение одного дифференциального уравнения в частных производных.

Модель объекта регулирования. Кинематическая схема рассматриваемого автопоезда и принятые обозначения представлены на рис. 2.

- $x_0(t), y_0(t)$ – положение задней оси тягача;
- $\phi(t)$ – ориентация тягача;
- $\phi_{HH}(t)$ – угол „дышло-прицеп“ в передней оси прицепа;
- $\phi_H(t)$ – угол „тягач-дышло“ в сцепном устройстве;
- $\phi_L(t)$ – угол „тягач-колесо“ в передней оси тягача;
- $V_0(t)$ – скорость движения передней оси тягача;
- l_F – расстояние между осями тягача;
- d_H – смещение сцепного устройства вдоль оси тягача (положительно в сторону передней оси тягача);
- l_H – длина дышла прицепа;
- l_{HH} – расстояние между осями прицепа.

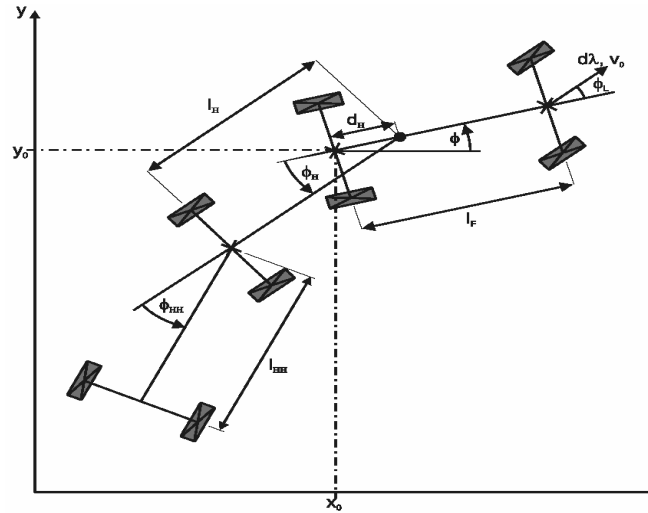


Рис. 2. Кинематическая схема автопоезда с двухосным прицепом [5].

С учетом указанных в [1] допущений кинематическая модель поведения внутренних координат $\phi_{HH}(t)$ и $\phi_H(t)$ без рассмотрения внешних степеней подвижности $x_0(t), y_0(t)$ и $\phi(t)$ представляет собой систему двух нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_1 s_1 c_2 c_3 - a_2 s_1 s_2 s_3 + a_3 s_2 c_3 - a_4 c_2 s_3, \\ \dot{x}_2 = -a_3 s_2 c_3 + a_4 c_2 s_3 - a_5 s_3 \end{cases} \quad (1)$$

в которой для удобства анализа и синтеза системы регулирования приняты следующие обозначения:

- переменные состояния: $x_1 = \phi_{HH}, x_2 = \phi_H$;
- управляющее воздействие при движении с постоянной скоростью ($V_0 = \text{const}$): $x_3 = \phi_L$;
- параметры модели: $a_1 = V_0 \frac{1}{l_{HH}}, a_2 = V_0 \frac{d_H}{l_F l_{HH}}, a_3 = V_0 \frac{1}{l_H}, a_4 = V_0 \frac{d_H}{l_F l_H}, a_5 = V_0 \frac{1}{l_F}$;
- параметры геометрии автопоезда: l_F, d_H, l_H, l_{HH} .
- сокращенная форма записи функций: $c_i = \cos x_i, s_i = \sin x_i, \{i = 1 \dots 3\}$.

ЛОС применима для класса нелинейных систем с аффинным входом:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot u, \quad \mathbf{x} \in R^n, u \in R, \quad (2)$$

в дифференциальные уравнения которых управляющее воздействие входит в явном виде, а начало координат при нулевом управлении является положением равновесия. $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ – гладкие $n \times 1$ векторные функции.

Чтобы преобразовать модель автопоезда (1) к виду (2), сначала следует уйти от использования в уравнениях скорости передней оси тягача к использованию скорости задней оси тягача. Это равносильно введению следующей замены переменных: $V_3 = V_0 \cdot c_3$. После такой замены модель автопоезда (1) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -p_1 s_1 c_2 + p_3 s_2 - (p_2 s_1 s_2 + p_4 c_2) \tan x_3, \\ \dot{x}_2 = -p_3 s_2 + (p_4 c_2 - p_5) \tan x_3 \end{cases} \quad (3)$$

где параметры модели p_i соответствуют параметрам a_i , если вместо скорости V_0 подставить скорость V_3 . После еще одной замены переменных

$$u = \tan x_3 \quad (4)$$

система (3) сводится к желаемому виду с аффинным входом, однако с целью дальнейшего упрощения уравнений процедуру замены переменных можно повторить, используя теперь в уравнениях скорость передней оси прицепа: $V_2 = V_3 \cdot c_3$. С учетом (4) функции модели автопоезда с аффинным входом (2) принимают вид:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1 s_1 + q_3 \tan x_2 \\ -q_3 \tan x_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) \\ \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_2 s_1 \tan x_2 - q_4 \\ q_4 - \frac{q_5}{c_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Параметры модели q_i также соответствуют параметрам a_i , если вместо скорости V_0 использовать скорость V_2 .

Линеаризация обратной связью по состоянию. ЛОС по состоянию принято называть переход от системы нелинейных дифференциальных уравнений (2) к эквивалентной канонической форме управления Бруновского (Brunovsky controller form) [6]:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, & \dot{z}_2 = z_3, & \dots & \dot{z}_{n-1} = z_n \\ \dot{z}_n = \alpha(\mathbf{z}) + \beta(\mathbf{z}) \cdot u \end{cases} \quad (6)$$

с помощью преобразования обратной связью, состоящего из:

- диффеоморфного преобразования состояния $\mathbf{Z}(\mathbf{x}) = (z_1(\mathbf{x}) \dots z_n(\mathbf{x}))^T$ (взаимно однозначное, непрерывно дифференцируемое отображение) и
- преобразования управления $u = \frac{1}{\beta(\mathbf{z})} (v - \alpha(\mathbf{z}))$, где $v = \dot{z}_n$ – новый вход линеаризованной системы.

Объект при этом охватывается обратной связью по теоретически всем переменным состояниям. Отсюда и название преобразования. Принципиальное отличие от ЛОС по выходу – отсутствие уравнений внутренней динамики, т.к. при ЛОС по состоянию линеаризуются все фазовые координаты.

Согласно теории, нелинейная система (2) линеаризуема обратной связью по состоянию в окрестности начала координат (т.е. существует диффеоморфизм $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$) тогда и только тогда, когда матрица управляемости $Q_s = (\text{ad}_f^0 \mathbf{g} \dots \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g})$ имеет в этой окрестности полный ранг, т.е. $\det Q_s \neq 0$ (в начале координат не обязательно), а множество $\{\text{ad}_f^0 \mathbf{g} \dots \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g}\}$ инволютивно [6].

Векторная функция $\text{ad}_f \mathbf{g} \equiv [\mathbf{f}, \mathbf{g}] = L_f \mathbf{g} - L_g \mathbf{f}$ – это скобки Ли векторных функций $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, где $L_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{d\mathbf{g}}{dx} \cdot \mathbf{f}$ – производная Ли скалярной или векторной функции $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ по векторной функции $\mathbf{f}(\mathbf{x})$. Скобки Ли, как и производная Ли, более высокого порядка определяются рекурсивно: $\text{ad}_f^i \mathbf{g} = \text{ad}_f(\text{ad}_f^{i-1} \mathbf{g}) \equiv [\mathbf{f}, \text{ad}_f^{i-1} \mathbf{g}]$, при этом $\text{ad}_f^0 \mathbf{g} = \mathbf{g}$. Для того чтобы множество линейно независимых векторных функций было инволютивно, скобки Ли любых двух функций из этого множества должны быть равны линейной комбинации функций из этого же множества [6]. Примечательно, что для нелинейных систем 2-го порядка множество, состоящее из одной функции \mathbf{g} всегда инволютивно, т.к. скобки Ли двух одинаковых функций всегда равны нулю.

Первый элемент вектора преобразования состояния $z_1(\mathbf{x})$ находится путем решения системы $n-1$ однородных дифференциальных уравнений в частных производных

$$\frac{dz_1}{dx} \cdot \text{ad}_f^i \mathbf{g} = 0, \quad i = 0 \dots n-2 \quad (7)$$

с дополнительным условием $\frac{dz_1}{dx} \cdot \text{ad}_f^{n-1} \mathbf{g} \neq 0$ [6]. Для систем 2-го порядка уравнение всего одно $\frac{dz_1}{dx} \cdot \mathbf{g} = 0$, что намного облегчает поиск z_1 . Остальные элементы вектора преобразования состояния, как и преобразование управления, являются функциями z_1 и их вычисление особых затруднений уже не вызывает [6]:

$$z_i = L_f^{i-1} z_1 = L_f z_{i-1}, \quad i = 2 \dots n, \quad \alpha(\mathbf{x}) = L_f^n z_1 = L_f z_n, \quad \beta(\mathbf{x}) = L_g L_f^{n-1} z_1 = L_g z_n. \quad (8)$$

Легко проверяется, что матрица управляемости для системы (2),(5) имеет полный ранг в окрестности начала координат, т.е. объект управляем. Условие инволютивности, как уже было отмечено, для системы 2-го порядка выполняется всегда. Это означает, что система (2),(5) линеаризуема и диффеоморфное преобразование состояния $\mathbf{Z}(\mathbf{x})$ теоретически существует. К сожалению, для системы (2),(5) простое аналитическое решение дифференциального уравнения в частных производных

$\frac{\partial z_1}{\partial x_1} (-q_2 \sin x_1 \tan x_2 - q_4) + \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \left(q_4 - \frac{q_5}{\cos x_2} \right) = 0$ найти не удается. Если же принять, что в окрестности начала координат $\sin x_1 \approx x_1$, а $\cos x_2 \approx 1$, то из модифицированного уравнения $\frac{\partial z_1}{\partial x_1} (-q_2 x_1 \tan x_2 - q_4 \cos^q x_2) + \frac{\partial z_1}{\partial x_2} (q_4 - q_5) = 0$ можно относительно легко найти приближенное выражение для первого элемента вектора преобразования состояния, а на его основе и выражение второго элемента:

$$\begin{aligned} z_1(\mathbf{x}) &\approx (q_5 - q_4) x_1 \cos^{-q} x_2 - q_4 x_2 \\ z_2(\mathbf{x}) &\approx (q_5 - q_4) \cos^{-q} x_2 (-q_1 \sin x_1 + q_3 \tan x_2) + q_3 \tan x_2 (q_2 x_1 \tan x_2 \cos^{-q} x_2 + q_4), \end{aligned} \quad (9)$$

где $q = \frac{q_2}{q_4 - q_5}$.

Преобразование состояния (9) является диффеоморфизмом в некоторой окрестности, если якобиан $d\mathbf{Z}(\mathbf{x}) / d\mathbf{x}$ в этой окрестности является неособым, т.е. не обращается в нуль [6]. Легко получить условия для диффеоморфного преобразования состояния в окрестности начала координат: $q_4 \neq q_5$ и $q_1 q_4 \neq q_3 q_5$, которые сводятся в конечном счете к одному ограничению на геометрию автопоезда: $d_H \neq l_H$. Однако в автопоезде

смещение d_H всегда меньше длины дышла прицепа l_H . Это означает, что преобразование состояния (9) является как минимум локальным диффеоморфизмом в окрестности начала координат.

Применение формализма (8) с использованием (9) позволяет найти выражения для функций $\alpha(\mathbf{x})$ и $\beta(\mathbf{x})$ (из-за громоздкости не приводятся). Исследования показали, если переменные состояния x_i изменяются в диапазоне ± 0.5 рад, то эти функции могут быть аппроксимированы с максимальной погрешностью 10% следующими приближенными выражениями:

$$\alpha(\mathbf{x}) = (q_5 - q_4)q_1^2 c_1 s_1, \quad (10)$$

$$\beta(\mathbf{x}) = (q_5 - q_4)(q_1 q_4 c_1 - q_3 q_5).$$

Синтез алгоритма стабилизации и слежения. С учетом замены (4) синтезированный аналогично изложенной в [1] методике нелинейный закон управления:

$$u = \frac{1}{\beta(\mathbf{z})} (v - \alpha(\mathbf{z})) = \frac{1}{\beta(\mathbf{z})} (\ddot{z}_{1d} + \mathbf{b}^T (\mathbf{z}_d - \mathbf{z}) - \alpha(\mathbf{z})) = \frac{1}{\beta(\mathbf{x})} (\ddot{z}_{1d} + b_1 (z_{2d} - z_2) + b_0 (z_{1d} - z_1) - \alpha(\mathbf{x})), \quad (11)$$

$$\varphi_L = x_3 = \arctan(u)$$

можно представить в виде двух контуров, охватывающих объект:

- 1) контура, линеаризующего фазовые координаты, со входом v ($\dot{z}_n = v$ см. систему (6)) и нелинейными звеньями ($\beta^{-1}(\mathbf{z})$ и \arctan – в прямом канале, $\alpha(\mathbf{z})$ – в канале обратной связи);
- 2) контура с линейным регулятором состояния по координатам z_1, z_2 и заданием $z_{1d}, \dot{z}_{1d}, \ddot{z}_{1d}$.

При выборе устойчивого характеристического полинома $Q(s) = s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0$ закон управления (9)–(11) обеспечивает локальную устойчивость замкнутой системы, асимптотическую сходимость к нулю ошибки слежения $\mathbf{\varepsilon}(t) = \mathbf{z}_d(t) - \mathbf{z}(t)$ и ограниченность всех переменных состояния [3]. При этом переходные процессы выходной координаты объекта будут описываться линейной передаточной функцией $G(s) = \frac{z_1(s)}{z_{1d}(s)} = \frac{1}{Q(s)}$ [3].

Коэффициенты b_0 и b_1 полинома $Q(s)$ в законе регулирования заднего хода автопоезда (11) нужно выбирать, исходя из желаемого быстродействия замкнутой системы и быстродействия сервопривода рулевого управления.

Результаты моделирования

Компьютерное моделирование синтезированной системы регулирования заднего хода автопоезда с двухосным прицепом производилось с параметрами: $l_F = 0.375$ м, $l_H = 0.18$ м, $l_{HH} = 0.26$ м, $d_H = 0.06$ м, $\phi_{L\max} = \pm 0.5$, $\phi_{HH\max} = \phi_{H\max} = \pm \pi/4$, постоянная времени сервопривода рулевого управления $T_{\phi_z} = 0.1$ с. В качестве полинома $Q(s)$ в законе управления (11) был использован полином второго порядка с характеристической частотой $\omega_0 = (0.75\text{с})^{-1}$, $b_1 = 4\omega_0$, $b_0 = \omega_0^2$. Моделирование показало ожидаемые показатели качества регулирования. Хотя нелинейный закон управления и является упрощенным (особенно функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$), с его помощью удается эффективно стабилизировать движение задним ходом тестового автопоезда.

Выводы

Нелинейный закон стабилизации и слежения для автопоезда с двухосным прицепом, синтезированный на основе ЛОС по состоянию, несмотря на предпринятые упрощения, является универсальным и способен исключить потерю управляемости движущегося задним ходом автопоезда при любом расположении сцепного устройства относительно задней оси тягача. Недостаток данного метода, как и ЛОС по выходу, состоит в том, что асимптотическую устойчивость замкнутой системы удается получить в окрестности положения равновесия, размеры которой заранее неизвестны. Здесь требуется проведение дальнейших исследований с целью поиска законов управления с глобальной устойчивостью на основе, например, метода функций Ляпунова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скляренок Е.Г., Шумахер В. Стабилизация заднего хода автопоезда с двухосным прицепом методом линеаризации обратной связью по выходу // Электроинформ. Тем. выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика». – Львів: ЕКОінформ, 2009. – № 30. – С. 233 - 236.
2. Bolzern P., DeSantis R.M., Locatelli A. and Masciocchi D. Path-Tracking for Articulated Vehicles with Off-Axle Hitching // IEEE transactions on control systems technology, vol. 6. – 1998. – No. 4. – С. 515 - 523.
3. J.-J.Slotine, W.Li. Applied Nonlinear Control. – Prentice Hall, 1991. – 461 с. – ISBN 978-0130408907.
4. Hoffmann, C.. Gespannmanagement durch eine intelligente und aktive Anhängerkupplung. – Aachen: Forsch.ges. Kraftfahrwesen (fka), 2007. – 154 с. – 978-3-925194-91-7.
5. Schumacher W. Stabilisierung der Rückwärtsfahrt von LKW-Aufliegern und Gliederzügen durch einen Regler // Automatisierungs- und Assistenzsysteme für Transportmittel, 2. Braunschweiger S, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12. – Braunschweig, Deutschland, 2001. – Nr. 460. – ISBN 3-18-346012-2.
6. Д.П.Ким. Теория автоматического управления. Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с. – ISBN 5-9221-0534-5.