Мосюндз Д.А. **Украина**

Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОСТЕЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

В настоящее время одним из важных направлений в электромеханике является поиск путей, позволяющих с большой точностью описывать процессы, вызванные наличием нелинейных элементов.

Ввиду отсутствия простого и эффективного метода анализа систем и устройств с нелинейными характеристиками без существенных потерь информации, актуальным является создание теоретической и математической базы для описания и анализа энергетических процессов электромеханических систем (ЭМС), которая позволит получить необходимую точность оценки особенностей физических процессов в нелинейных цепях.

Необходимость получения достоверных данных о нелинейностях вызвана, во-первых, тем, что нелинейности характерны для конструктивных частей электрических машин, звеньев преобразования энергии, кинематических цепей и т.д., во-вторых, в ходе преобразования энергии нелинейности являются причиной нелинейных искажений параметров, которые определяют долговечность и работоспособность электромеханического и механического оборудования (напряжения и тока в сети, момента двигателя, и т.п.) [1].

Существующие методы анализа цепей с нелинейностями базируются на тех или иных допущениях [2, 3]. В свою очередь упрощение исходных зависимостей при анализе приводит к погрешностям в математическом представлении основных свойств систем, что сказывается на дальнейшей оценке динамических режимов и энергетике процессов. Эти погрешности могут быть более весомыми, чем имеющиеся ошибки при формировании компонент, определяющих мощность (напряжение и ток, мощность и момент и др.).

Одним из таких методов является метод гармонической линеаризации [4]. Идея метода базируется на замене нелинейного элемента системы линейным звеном, параметры которого определяются при гармоническом входном воздействии из условия равенства амплитуд первых гармоник на выходе нелинейного элемента и эквивалентного ему линейного звена. При этом высшие гармоники отбрасываются, и устанавливается связь между первой гармоникой выходного сигнала и входным гармоническим воздействием нелинейного элемента.

Следует отметить, что использование метода гармонической линеаризации нелинейностей, входящих в структуру системы, приводит к недостаточно точной оценке определяемых результатов. При этом наиболее важные данные, такие как устойчивость, сочетание параметров, при которых возможны автоколебательные режимы, и др., представляются достаточно приближенно, что не позволяет получить достоверную информацию о процессах энергопреобразований.

Таким образом, необходимость идентификации параметров нелинейностей является отдельной и независимой задачей. Эта задача часто рассматривается как второстепенная из-за своей сложности, отсутствия соответствующего математического аппарата, который бы позволил исследовать и описывать энергопроцессы, происходящие в нелинейных цепях.

Именно это обстоятельство позволяет считать заслуживающим внимания применение энергетического метода оценки и точного определения характеристик нелинейных звеньев ЭМС автоматического управления. В основе метода находится уравнения равновесия составляющих мощности источника и потребителя в форме уравнений баланса гармонических составляющих мгновенной мощности.

Компоненты мгновенной мощности [5] формируются в результате произведения сигналов напряжения и тока в форме тригонометрических рядов

$$P(t)=U(t)I(t)=\sum_{n=0}^{N}U_n\sum_{m=0}^{M}I_m=P_0+\sum_{m=1}^{m=k}\left(P_{ka}\cos(k\Omega t)+P_{kb}\sin(k\Omega t)\right), \quad (1)$$

где I_m, U_n, P_k – амплитудные значения тока, напряжения и мощности; G – угловая частота гармоники; m, n, k – номера гармоник.

В ходе перемножения рядов тока и напряжения производится формирование гармонических составляющих в полученных уравнениях. На основании приравнивания коэффициентов при гармониках одного порядка в их левых и правых частях (в отдельности для синусных и косинусных составляющих) записывается система алгебраических уравнений относительно искомых амплитуд функции, которые, по существу, являются идентификационными уравнениями.

Основное преимущество такого подхода в том, что количество идентификационных уравнений баланса мощностей позволяет создать разрешимую систему линейных или нелинейных уравнений при большом числе неизвестных [6].

В работах [7, 8] применение данного метода было рассмотрено для определения таких нелинейностей, аналитическое описание которых известно или вытекает из исходных математических зависимостей, описывающих физические процессы на элементе, а также для определения некоторых электромеханических параметров электрических машин [9].

Известно, что одним из основных проявлений наличия нелинейных элементов является увеличение количества гармонических составляющих в сигналах тока, напряжения, мощности и т.д. Таким образом, в ряде случаев, когда математический аппарат описания нелинейности или отсутствует, или содержит недостаточное количество составляющих, характеризующих ее особенности, получить выражение, описывающее параметры нелинейности с учетом необходимого количества гармоник, можем с помощью разложения функции в ряд Фурье.

Существует ряд типовых нелинейностей, наиболее часто встречающихся в системах автоматизированного управления, например, таких как «зона насыщения», «сухое трение», нелинейности с зоной нечувствительности и ограничением и т.д. [10]. Идентификация таких нелинейностей имеет ряд сложностей. Во-первых, эти нелинейности часто представлены в виде кусочно-линейных функций, для описания которых используют линейную аппроксимацию. Этот подход заключается в том, что при линейной аппроксимации исходная характеристика нелинейного элемента заменяется ломаной линией с конечным числом прямолинейных отрезков и для каждого участка ломаной определяются эквивалентные линейные параметры нелинейного элемента, что, в свою очередь, ведет к потере информации об объекте и не позволяет выполнить целостный анализ особенностей нелинейности. Во-вторых, при наличии в цепи переменного источника энергии рабочая (изображающая) точка будет постоянно скользить по аппроксимирующей характеристике, переходя через точки излома. Переход через такие точки соответствует мгновенному изменению схемы замещения, поэтому задача определения искомой переменной сводится не только к расчету схем замещения, но и к определению моментов “переключения” между ними, т.е. нахождению граничных условий по времени. Анализ существенно усложняется, если в цепи имеется несколько нелинейных элементов. Главная трудность в этом случае связана с тем, что заранее не известно сочетание линейных участков, соответствующее заданному входному напряжению (току).

Еще одним недостатком кусочно-линейной аппроксимации является то, что производные на границах участков разрывны, что недопустимо при численных решениях.

В связи с этим в работе предложен метод описания таких нелинейностей с применением полиномов, что позволяет обеспечить непрерывность на границах участков исследуемой функции. Данный метод получил название гармонической аппроксимации. Отличие гармонической линеаризации и гармонической аппроксимации заключается в том, что в первом случае нелинейный элемент представляется линейным, а во втором – гармоническим рядом с какими-то весовыми коэффициентами.

Если акцентировать внимание не на линеаризации нелинейности, а на аппроксимации ее определенным набором гармонических составляющих, то его достаточно эффективно можно использовать в задачах идентификации параметров нелинейностей энергетическим методом. Сущность метода заключается в анализе энергетических процессов, протекающих в нелинейностях с учетом как можно большего числа гармонических составляющих в исходном сигнале, которые характеризуют сигнал на выходе нелинейности. Это обусловлено повышением точности полученных результатов, хотя такой подход и приводит к незначительному усложнению расчетов.

Пусть имеется нелинейность типа «зона насыщения» *y(x)*, которая соответствует некоторой кусочно-линейной функции, параметры которой в общем случае неизвестны (рис.1). Форма характеристики насыщения идентична для многих реальных устройств, хотя входные и выходные величины могут иметь самую различную физическую природу. Так, практически все реальные усилители, независимо от того, являются ли они электронными, магнитными, пневматическими или гидравлическими, обладают пределом усиления по мощности в области больших входных сигналов уже только потому, что источник питания, за счет которого осуществляется усиление входного сигнала, ограничен по мощности. Исполнительным элементам также зачастую присущи нелинейности типа насыщения, например, двухфазный исполнительный двигатель имеет ограничение по скорости и т.д.

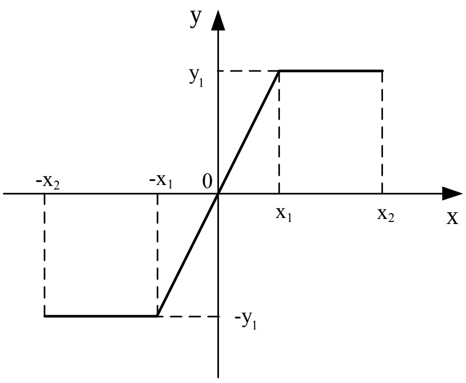

Рис. 1 Кусочно-линейная зависимость, описывающая параметры нелинейности

Параметры *x* и *y* могут представлять собой любые физические величины, характеризующие нелинейность. При этом осно-вной задачей идентификации является их определение, т.е. определение коэффициентов, описывающих данную нелинейность.

Рассмотрим этот вопрос подробнее на примере электрической цепи (рис. 2), содержащей активное и индуктивное сопротивления и нелинейность, представленную зависимостью $X(t)$, где $X(t)$ − нелинейность типа «зона насыщения», при этом известны параметры входного напряжения $U(t)$, тока в цепи $I(t)$, активное и индуктивное сопротивления. Отметим, что $X(t)$ может быть любой интересующий нас объект с указанными свойствами.

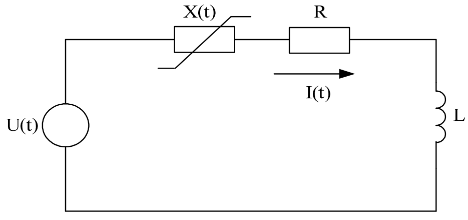

Рис. 2 Электрическая цепь, содержащая нелинейность

Определение параметров нелинейности энергетическим методом включает в себя в общем случае следующие этапы:

− записывается уравнение баланса мощностей для исследуемой электрической цепи или схемы замещения;

− выбирается выражение аналитической аппроксимации заданной нелинейности (полином или гармоническая аппроксимация);

− на основе предварительного анализа цепи и нелинейной характеристики записывается выражение искомой величины в виде конечного ряда гармоник с неизвестными на этом этапе амплитудами;

− осуществляется подстановка функций, определяющих входное воздействие в уравнение баланса энергии электрической цепи с последующей реализацией необходимых тригонометрических преобразований для выделения синусных и косинусных составляющих гармоник;

− производится приведение подобных членов в полученных уравнениях по отдельным гармоникам, и на основании приравнивания коэффициентов при гармониках одного порядка в их левых и правых частях (в отдельности для синусных и косинусных составляющих) записывается система нелинейных алгебраических уравнений относительно искомых амплитуд функции разложения определяемой величины;

− осуществляется решение (в общем случае численными методами на ЭВМ) полученной системы уравнений относительно неизвестных искомых параметров.

При работе нелинейного элемента в цепи переменного тока в последнем протекает ток, состоящий из бесконечного числа гармонических, кратных частоте сети, причем отдельные гармоники пренебрежительно малы, чем и объясняется тот факт, что при анализе берется конечное число гармонических:

$$I(t)=I_{1a}\cos(\Omega t)+I_{1b}\sin(\Omega t)+...+I_{ma}\cos(m\Omega t)+I_{mb}\sin(m\Omega t), \tag{2}$$

где I_m − амплитудное значение тока на m-ой гармонике; Ω − угловая частота гармоники; m − номер гармоники. Напряжение синусоидально $U(t)=U_{1a}\cos(\Omega t)$.

С учетом представления кусочно-линейной функции нелинейности в виде ряда Фурье при прохождении через нее тока $I(t)$, выражение для $X(t)$ будет иметь вид:

$$X(t)=a_1\sin(\Omega t)+a_3\sin(3\Omega t)+a_5\sin(5\Omega t)+a_7\sin(7\Omega t)+...+a_n\sin(n\Omega t), \tag{3}$$

где a_1, a_3, a_5, a_7, a_n – неизвестные, требующие определения.

Из особенностей разложения в ряд Фурье, в зависимости от того, четная или нечетная функция, более весомыми будут те или иные коэффициенты. В данном случае функция нечетная, поэтому нулевая и косинусные составляющие будут равны нулю.

С учетом вышеприведенных параметров система уравнений для определения неизвестных параметров будет получена из уравнения баланса мощностей:

$$U(t)I(t)=RI(t)^2+L\frac{dI(t)}{dt}I(t)+\left(X(t)I(t)\right)I(t). \tag{4}$$

Использование уравнения баланса на основе мощности (4) обусловлено тем, что в результате произведения сигналов напряжения и тока, представленных гармоническими рядами, получим сумму гармонических составляющих, количественно превосходящих сумму составляющих, полученных из уравнения баланса напряжений. Такой подход позволяет формировать систему с достаточным количеством уравнений с учетом закона сохранения энергии: мгновенная мощность источника в любой точке анализируемого интервала равна сумме мгновенных значений составляющих мощности элементов схемы замещения.

Следует отметить, что количество идентификационных уравнений зависит от количества гармоник в исходных сигналах. Для простоты расчета в общем случае ограничим количество гармоник тока $I(t)$ – до двух, а гармоник нелинейности $X(t)$ – до семи (чем больше количество гармоник учитывается, тем выше точность расчета).

Тогда из условий формирования системы идентификационных уравнений [11] получим систему из 23 уравнений. Это обусловлено тем, что в результате перемножения составляющих мощности получим постоянную составляющую и переменную, с количеством гармоник k=11, в свою очередь каждая из них содержит косинусную и синусную составляющие, т.е. общее количество уравнений будет равно 2k+1=23.

С учетом того, что для данной нелинейности количество неизвестных равно четырем, важным условием точности полученных результатов является выбор метода решения полученной системы линейных уравнений. Методы решения таких систем известны и достаточно точно описаны в литературе [12]. Таким образом, в результате математических преобразований для данной системы уравнений запишем эквивалентную систему из четырех уравнений:

$$\begin{cases} 0=RI_{2a}^2-RI_{2b}^2+2L\Omega I_{2a}I_{2b}+a_1\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4a_{(2)}}\right)+a_3\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4a_{(2)}}\right)+a_5\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4a_{(2)}}\right)+a_7\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4a_{(2)}}\right); \\ 0=2RI_{2a}I_{2b}+2L\Omega I_{2b}^2-2L\Omega I_{2a}^2+a_1\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4b_{(2)}}\right)+a_3\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4b_{(2)}}\right)+a_5\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4b_{(2)}}\right)+a_7\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{4b_{(2)}}\right); \\ 0=a_1\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5a_{(2)}}\right)+a_3\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5a_{(2)}}\right)+a_5\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5a_{(2)}}\right)+a_7\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5a_{(2)}}\right); \\ 0=a_1\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5b_{(2)}}\right)+a_3\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5b_{(2)}}\right)+a_5\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5b_{(2)}}\right)+a_7\left(\sum\limits_{m=1}^{M}I_{5b_{(2)}}\right), \end{cases} \tag{5}$$

где составляющие $\sum_{m=1}^{M}I_{m_{(2)}}$ формируются из выражения мощности для нелинейного элемента:

$P_{R(t)}=R(t)I(t)I(t)=R(t)I^2(t)$. Таким образом, $\sum_{m=1}^{M} I_{m(2)}$ – это сумма составляющих тока каждой гармоники, полученная после возведения в квадрат гармонического ряда тока $I(t)$.

В качестве примера рассмотрим решение данной задачи для электрической цепи с параметрами: R = 100 *Ом*, L = 1,4 *Гн*, $U(t) = 220cos(\Omega t)$, $\Omega = 314$ c^{-1}. В результате математического моделирования, выполненного решением дифференциального уравнения:

$$U(t) = RI(t) + L\frac{dI(t)}{dt} + (X(t)I(t)), \qquad (6)$$

получен ток:

$$I(t) = -0{,}5\cos(\Omega t) - 0{,}3\sin(\Omega t) - 0{,}03\cos(2\Omega t) + 0{,}04\sin(2\Omega t). \qquad (7)$$

С учетом вышеприведенных параметров, система уравнений для определения неизвестных коэффициентов будет иметь вид:

$$\begin{cases} 0 = 0{,}03 + 1 - 0{,}005a_1 + 0{,}014a_3 + 0{,}05a_5 - 0{,}05a_7; \\ 0 = -0.3 + 0.12 + 4{,}2 - 0{,}02a_1 - 0{,}5a_5 - 0{,}015a_3; \\ 0 = 0{,}075a_3 + 0{,}001a_1 + 0{,}001a_5 + 0{,}075a_7; \\ 0 = -0{,}0025a_1 + 0{,}04a_3 + 0{,}17a_5 - 0{,}04a_7. \end{cases} \qquad (8)$$

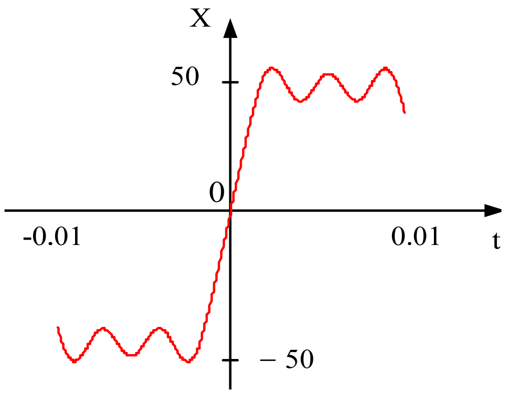

Рис. 3 Кривая нелинейности $X(t)$, полученная путем идентификации энергетическим методом

В результате решения полученной системы линейных уравнений известными методами [13] определим параметры нелинейности $X(t)$:

$$X(t) = 55\sin(\Omega t) + 15\sin(3\Omega t) + 5{,}1\sin(5\Omega t) - 3{,}8\sin(7\Omega t). \qquad (9)$$

Таким образом, в работе показано, что применение предложенного метода гармонической аппроксимации в совокупности с энергетическим методом позволяет получить удобную форму записи нелинейностей, представленных кусочно-линейными функциями в виде рядов Фурье, что, в отличие от линейной аппроксимации, позволяет учитывать переменный несинусоидальный характер параметров цепи с любым количеством гармоник.

Данный подход является универсальным и позволяет определить параметры нелинейностей любого типа. В литературе [14] показано, что выполнить разложение в ряд Фурье любой кусочно-линейной функции можно несколькими способами: во временной области, в частотной и комплексным методом, поэтому использование данных особенностей позволяет учитывать параметры нелинейностей, а именно, особенности их физической природы, входных параметров и т.д. Таким образом, для любой заданной функции нелинейности может быть получено аналитическое выражение, удобное для дальнейшего расчета.

ВЫВОДЫ. В работе показана целесообразность анализа систем с нелинейными элементами путем анализа энергетических процессов энергетическим методом. Показано, что удобным аппаратом для получения аналитических выражений любой нелинейности является разложение в ряд Фурье, т.к. это позволяет получить более информативный сигнал с учетом его физических особенностей.

Показано, что для анализа процессов энергообмена, в нелинейной электрической цепи, удобным и эффективным является энергетический метод, который, с учетом исходных данных (тока и напряжения сети), позволяет построить энергетические и математические модели для идентификации параметров элементов с нелинейными характеристиками.

На примере нелинейности типа «зона насыщения», представленной кусочно-линейной зависимостью, показано, что идентификация может быть выполнена с достаточной точностью. В отличие от существующих методов, предложенный математический аппарат позволяет учитывать любое количество гармонических составляющих, что позволяет повысить точность оценки параметров нелинейностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фираго Б.И. Теория электропривода. – Мн.: ЗАО «Техноперспектива». – 2004. – 527 с.

2. Попов Е.П. Нелинейные системы автоматического управления. – М.: Машиностроение, 1970. – 417 с.

3. Скубов Д.Ю., Ходжаев К.Ш. Нелинейная электромеханика. − М.: Физматлит, 2003. − 360 с.

4. Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. – Санкт-Петербург: Питерпресс. – 2009. – 574 с.

5. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning – New York: Wiley, 2007. – 380 p.

6. Крогерис А.Ф., Рашевиц К.К., Трейманис Э.П., Шинка Я.К. Мощность переменного тока. – Рига: Физ.-энерг. ин-т Латв. АН, 1993. – 294 с.

7. Mosyundz D.A. Concerning the problem of nonlinearity parameters identification in electromechanical systems. Електромеханічні і енергозберігаючі системи // Щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук: КрНУ, 2013. – Вип. 1/2013 (21). – С 48−58.

8. Родькин Д.Й., Мосюндз Д.А., Черный А.П., Коренькова Т.В. Расширение возможностей энергетического метода в задачах идентификации нелинейностей электромеханических систем // Збірник наукових праць X Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених і спеціалістів «Електромеханічні і енергетичні системи, методи моделювання та оптимізації». – Кременчук, КНУ, 2012. – Вип. 2/2012 (18). – С. 10−17.