Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПУСКА СИНХРОННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДВИГАТЕЛЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

На предприятиях горно-металлургической отрасли Украины эксплуатируется значительное количество синхронных электрических двигателей типов СТД и СТДП.

Пуск синхронных электрических двигателей (СЭД), предназначенных, как правило, для механизмов имеющих большие моменты инерции, согласно ПУЭ, должен производиться от пониженного напряжения для чего применяются пусковые устройства различных видов и структур в т.ч. на основе полупроводниковых преобразователей электрической энергии [1].

Одной из базовых задач в определении направления и тактики исследований по разработке и практической реализации энергоэффективных систем и законов управления ими для пуска СЭД является построение адекватной математической модели двигателя в различных системах координат и изучение с её помощью передаточных функций по различным управляющим воздействиям.

Разработка математической модели синхронного электрического двигателя в различных системах координат и изучение на ее основе передаточных функций по соответствующим управляющим воздействиям для синтеза регуляторов при векторном и частотном управлении уровнем напряжения их питания.

В основу построения математической модели положена обобщенная система дифференциальных уравнений явнополюсного СЭД Парка – Горева в векторной форме записи [2, 3]:

$$\begin{cases} \overline{U}_{s} = \frac{d\overline{\psi}_{s}}{dt} + j\omega_{k}\overline{\Psi}_{s} + \overline{I}_{s} \cdot R_{s}; \\ \overline{U}_{R} = \frac{d\psi_{R}}{dt} + j(\omega_{k} - \omega) \cdot \overline{\psi}_{R} + \overline{I}_{R} \cdot R_{R}; \\ \overline{U}_{f} = \frac{d\psi_{f}}{dt} + j(\omega_{k} - \omega) \cdot \overline{\psi}_{f} + \overline{I}_{f} \cdot R_{f}, \end{cases}$$
(1)

Для достижения цели данного исследования выберем неподвижную ( $\omega_{K}=0$ ) систему координат  $\alpha$  и  $\beta$ , координаты переменных обозначены индексами  $\rightarrow$  A, B.

Примем следующие обозначения:  $\omega$  – угловая частота вращения ротора,  $\omega_{\kappa}$  – угловая частота вращения выбранной системы координат, U – напряжение, I – ток,  $\Psi$  – потокосцепление, R – сопротивление, (индекс s – относится к параметрам статора, соответственно индекс R – относится к соответствующим параметрам роторной обмотки; индекс f – к параметрам обмотки возбуждения; индексы SR, Rf, Sf – параметрам взаимоиндукции между обмотками).

Введем коэффициенты :

$$A = 1/(L_{s}L_{R} - L_{sR}^{2})$$

$$A_{1} = 1/(L_{f}L_{R} - L_{Rf}^{2})$$

$$A_{2} = 1/(L_{f}L_{S} - L_{Sf}^{2})$$
(2)

При этом взаимосвязь токов и потоков можно представить в виде:

$$\begin{cases} \overline{\Psi}_{S} = \overline{I}_{s}L_{s} + \overline{I}_{R}L_{SR} + \overline{I}_{f}L_{Sf}; \\ \overline{\Psi}_{R} = \overline{I}_{s}L_{sr} + \overline{I}_{R}L_{R} + \overline{I}_{f}L_{Rf}; \\ \overline{\Psi}_{f} = \overline{I}_{S}L_{Rf} + \overline{I}_{R}L_{Rf} + \overline{I}_{f}L_{f}. \end{cases}$$
(3)

Используем систему координат: ток статора – поток ротора I<sub>s</sub>,  $\psi_S$  для демпферной обмотки и обмотки возбуждения, а для статорной обмотки примем фазную систему координат.

$$I_{SA} = 1.5 \cdot I_{A}$$

$$I_{SB} = 0.866 \cdot (I_{B}^{-} - I_{C})$$

$$I_{S} = \sqrt{I_{SA}^{-2} + I_{SB}^{-2}}$$
(4)

Потокосцепление статора, демпферных обмоток и обмотки возбуждения:

$$\begin{split} \psi_{SA} &= (I_{SA} / A + \psi_{RA} \cdot L_{SR} + \psi_{f} \cdot L_{Sf}) / L_{S} \\ \psi_{SB} &= (I_{SB} / A + \psi_{RB} \cdot L_{SR}) / L_{S} \\ \psi_{S} &= \sqrt{\psi_{SA}^{-2} + \psi_{SB}^{-2}} \\ \psi_{Ra} &= (I_{RA} / A_{1} + \psi_{RA} \cdot L_{SR} + \psi_{f} \cdot L_{Rf}) / L_{R} \\ \psi_{RB} &= (I_{RA} / A_{1} + \psi_{RB} \cdot L_{SR}) / L_{R} \\ \psi_{RB} &= (I_{RA} / A_{1} + \psi_{RB} \cdot L_{SR}) / L_{R} \\ \psi_{fA} &= (I_{SA} / A_{2} + \psi_{RB}^{-2} + U_{RB}^{-2} + U_{SB} \cdot L_{Sf}) / L_{f} \\ \psi_{fA} &= (I_{SA} / A_{2} + \psi_{RB} \cdot L_{Rf} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf}) / L_{f} \\ \psi_{f} &= \sqrt{\psi_{fA}^{-2} + \psi_{RB}^{-2}} \\ Toku \, \muempephoŭ (nyckobă) obmotku I_{R}; \\ I_{RA} &= A \cdot \psi_{RA} \cdot L_{S} - A \cdot \psi_{SA} \cdot L_{SR} - A_{1} \cdot \psi_{fA} \cdot L_{Sf} \\ I_{RB} &= A \cdot \psi_{RB} L_{S}^{-A} \cdot \psi_{SB} \cdot L_{SR} - A_{1} \cdot \psi_{fB} \cdot L_{Sf} \\ I_{R} &= \sqrt{I_{RA}^{-2} + I_{RA}^{-2}} \\ Toku obmotku bo36yxdehus I_{f}; \\ I_{fA} &= \psi_{fA} \cdot L_{f} + \psi_{RA} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ I_{B} &= \frac{\psi_{BL} L_{f}^{-2} + \psi_{RB}}{V_{RB} \cdot L_{Rf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ I_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ I_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SA} \cdot L_{Sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SB} \cdot L_{sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SB} \cdot L_{sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SB} \cdot L_{sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{sf} \cdot A_{2} + \psi_{SB} \cdot L_{sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{f} \cdot A_{2} + \psi_{SB} \cdot L_{sf} \cdot A_{1} \\ U_{R} &= \frac{\psi_{RB} L_{f}^{-2} + \psi_{RB} \cdot L_{f} \cdot A_{2} + \psi_{SB} \cdot$$

$$I_{f} = \sqrt{I_{fA} + I_{fB}}$$
  
Определение электромагнитного момента:

$$M_{\rm E} = 3L_{\rm SR}A(\psi_{\rm SA}\psi_{\rm RB} - \psi_{\rm SB}\psi_{\rm RA})/2 + 3L_{\rm SF}A_1(\psi_{\rm SA}\psi_{\rm fB} - \psi_{\rm SB}\psi_{\rm fA})/2$$
(8)

Формирование фазы синусоидального питающего напряжения и модель напряжений синхронного двигателя в трехфазных координатах :

$$\frac{d\theta_{c}}{dt} = \omega_{c}$$

$$\theta_{c} = \theta_{c} - 2\pi \ \epsilon c \pi \mu \ \theta_{c} > 2\pi$$

$$Ua = U_{m} \sin(\theta_{c})$$

$$Ub = U_{m} \sin(\theta_{c} + 2\pi/3))$$

$$Uc = U_{m} \sin(\theta_{c} - 2\pi/3))$$
(9)

Уравнения движения ротора примет вид:

$$\frac{d\omega}{dt} = (M_E - M_H) / J$$
(10)

где  $M_E$  – электромагнитный момент, развиваемый синхронным двигателем;  $M_H$  – момент нагрузки; J – момент инерции синхронного двигателя и механизма.

Уравнения для производных потокосцеплений демпферных контуров  $\psi_R$  и обмотки возбуждения  $\psi_f$  :

$$\frac{d\Psi_{RA}}{dt} = -I_{RA}R_{R} + \Psi_{RB}\omega + \Psi_{fB}\omega L_{Rf} / L_{f}$$

$$\frac{d\Psi_{RB}}{dt} = -I_{RB}R_{R} - \Psi_{RA}\omega - \Psi_{fA}\omega L_{Rf} / L_{f}$$

$$\frac{d\Psi_{fA}}{dt} = -I_{f}R_{f} + \Psi_{fB}\omega + \Psi_{RA}\omega L_{Rf} / L_{f} + u_{f}\sin\theta_{Uf}$$

$$\frac{d\Psi_{fB}}{dt} = -I_{f}R_{f} - \Psi_{fA}\omega - \Psi_{RA}\omega L_{Rf} / L_{f} - u_{f}\sin\theta_{Uf}$$
(11)

где  $\theta_{\rm Uf}$  – угол между вектором потока, создаваемым током обмоткой возбуждения и вектором напряжения. Уравнения ЭДС цепи статора в трехфазной системе:

$$E_{SA} = \frac{3}{2} \left(\frac{d\psi_a}{dt}\right) L_m / L_r - \psi_a R_r / L_r + \psi_b \omega + \omega \psi_f$$

$$E_{SB} = \left[-0.5\left(\frac{d\psi_a}{dt}\right) + \frac{d\psi_b}{dt} \sqrt{3} / 2\right] L_m / L_r$$

$$E_{SC} = \left[-0.5\left(\frac{d\psi_a}{dt}\right) - \frac{d\psi_b}{dt} \sqrt{3} / 2\right] L_m / L_r$$
(12)

Производные потокосцепления статора в трехфазной системе:

$$\frac{d\Psi_{a}}{dt} = (Usa - IaR_{s} - Esa)AL_{s}$$

$$\frac{d\Psi_{b}}{dt} = (Usb - IbR_{s} - Esb)AL_{s}$$

$$\frac{d\Psi_{c}}{dt} = (Usc - IcR_{s} - Esc)AsL_{s}$$
(13)

Уравнения 11-13 с уравнениями связи составляют:

$$M_{E} = \frac{3L_{SR}A(\psi_{SA}\psi_{RB} - \psi_{SB}\psi_{RA}) + 3L_{fS}A(\psi_{Sa}\psi_{Rb} - \psi_{Sb}\psi_{Ra})}{2}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{E} + M_{H}}{j}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega$$
(14)

Полученная модель является нелинейной за счет наличия перекрестных связей по моменту и противо-ЭДС вращения, наводимых в обмотках двигателя.

Решение, полученных уравнений (14) позволяет исследовать переходные процессы в явнополюсном или неявнополюсном СЭД с различными законами формирования фазных напряжений двигателя, потока возбуждения и нагрузки.

Для решения поставленной задачи используем программную среду Фортран.

Адекватность модели синхронного двигателя в координатах ток статора  $I_s$  – потокосцепление статора –  $\psi_S$  подтверждается результатами расчетов, приведенных на рис. 1 совпадающих с результатами опубликованными в технической литературе.

В действительности в СЭД имеет место магнитное насыщение стали. Учет эффекта насыщения следует производить с помощью ограничения магнитного потока стали статора и ротора. Эффект насыщения осуществляется алгоритмом:

если  $\psi_s > \psi_{Nas}$ , то  $\psi_s = \psi_{Nas}$  если  $\psi_R > \psi_{Nas}$ , то  $\psi_R = \psi_{Nas}$ 

(15)

На рис. 2 приведены графики переходных процессов в синхронном двигателе с учетом насыщения стали. Намагничивание стали моделировалось системой уравнений (15).



возбуждения; в) по току статора и ротора.





а) по моменту – М и частоте вращения ω (Φ);
б) по потокосцеплениям статора, ротора, возбуждения и частоте вращения; в) по току статора и ротора.

Дополнительным основным моментом пуска СЭД является и то, что из-за насыщения стали имеет место факт ограничение потокосцепления, что ухудшает динамику систем.

Улучшить динамические и энергетические показатели при пуске синхронного двигателя можно, используя плавный пуск – линейно изменяющихся во времени напряжения и частоты.

На рис. 3 приведены машинограммы переходных процессов синхронного двигателя при плавном пуске с учетом насыщения стали



синхронного двигателя при плавном пуске с учетом насыщения стали:
 а) по моменту – М и частоте вращения – ω (Φ); б) по потокосцеплениям статора, ротора, возбуждения и частоте вращения; в) по току статора и ротора.

Анализ полученных результатов показывает, что при линейном задании пуск происходит в 2 раза быстрее, а момент при низких скоростях вращения не имеет высокочастотных составляющих (рис. 3, а). Потокосцепление при низких частотах так же не имеет высокочастотных составляющих (рис. 3, б) и ограничено насыщением стали. Переходные процессы по токам статора и ротора СЭД представлены на рис.3, в.

На рис. 4 приведены кривые потребления электроэнергии для рассматриваемых моделей.



Рис. 4 Графики потребления электроэнергии при прямом пуске *Ee*, пуске с учетом насыщения *Eenas* и при линейном пуске *Elin*.

Из полученных результатов видно, что при линейном пуске потребление электрической энергии на 30-40% ниже, чем при прямом пуске.

Предложенные математические модели синхронного двигателя адекватно отражают процессы, протекающие в реальном двигателе и могут быть использованы для исследований по оценке эффективности применения различных пусковых устройств и законов управления ими для СЭД.

Насыщение стали синхронного двигателя приводят к возникновению высокочастотных колебаний, модулируемых низкочастотными колебаниями. Амплитуда пиков тока может достигать 40–90% от номинальных значений тока.

Потребление электроэнергии при линейном пуске с помощью IGBT-преобразователей на 30-40% меньше, чем при прямом пуске.

## Список использованной литературы

1. Синчук И.О. Полупроводниковые преобразователи электрической энергии в структурах электроприводов. Схемотехника и принципы управления./ Синчук И.О., Чернышев А.А., Киба И.И., Пасько О.В., Ключка О.Е., Мельник О.Е./ Учебное пособие. Под редакцией проф. Синчука О.Н. – Кременчуг, Вид. Щербатих О.В., 2008. – 88с.

2. Зеленов А.Б. Теория электропривода: Учебное пособие. Часть І. – Алчевск: ДонГТУ, 2005. – 394 с.

3. Башарин А.В., Постников Ю.В. Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 512с.