Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

## МЕТОД СИНТЕЗА ИНВАРИАНТНЫХ К ВАРИАЦИЯМ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ РОТОРА АЛГОРИТМОВ ПРЯМОГО ВЕКТОРНОГО УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

**Введение.** Эффективность систем полеориентированного управления асинхронным двигателем (АД) в значительной степени зависит от точности информации о параметрах электрической машины, которые используются в алгоритме управления. Наиболее критическим параметром является активное сопротивление роторной цепи, которое в АД с короткозамкнутым ротором недоступно для непосредственного измерения и может изменяться в процессе работы машины вследствие ее нагрева в 1.5–2 раза. В этом случае нарушаются условия полеориентирования, и, как следствие, теряется асимптотичность регулирования модуля вектора потокосцепления и момента, и также снижается энергетическая эффективность процесса электромеханического преобразования энергии [1].

Известно, что робастность алгоритмов прямого векторного управления определяется свойствами наблюдателя вектора потокосцепления ротора. Компенсация влияния вариаций активного сопротивления ротора может выполняться на основании одного из двух концептуальных подходов. Первый, основанный на теории адаптивных систем, позволяет достичь полной асимптотической компенсации вариаций активного сопротивления ротора без ограничений на диапазон его изменения. Однако общим недостатком адаптивных систем является их сложность и чувствительность к изменениям или неопределенности неидентифицируемых параметров. Альтернативным является второй подход, использующий теорию грубых (робастных) систем, которые обычно обеспечивают более простые решения при частичной компенсации ограниченных вариаций переменного параметра. Одним из достижений теории робастного управления является формирование особого типа систем с переменной структурой, в которых используются скользящие режимы, положительные свойства которых хорошо известны [2]. Однако, как показал анализ [3], существующие наблюдатели со скользящим режимом не способны решить задачу точного оценивания вектора потокосцепления при вариациях активного сопротивления ротора в нижнем диапазоне регулирования скорости. Такой режим является наиболее тяжелым для робастифицированных алгоритмов векторного управления, что объясняется ослаблением зависящих от скорости корректирующих сигналов.

В данной работе представлен метод синтеза алгоритмов прямого векторного управления АД инвариантных к вариациям активного сопротивления ротора. Инвариантность обеспечивается за счет свойств инвариантности наблюдателя полного порядка. Наблюдатель синтезирован в два этапа: на первом – промасштабированное эквивалентное управление, полученное путем организации скользящего режима в уравнении оценки моментообразующей компоненты статорного тока, компенсирует часть компонент возмущения из уравнения оценки углового положения вектора потокосцепления ротора; на втором – формируются дополнительные корректирующие обратные связи, обеспечивающие устойчивость системы.

Синтез инвариантного наблюдателя. Математическая модель электрической части АД в условиях стандартных допущений [1], представленная в системе координат (d-q), вращающейся с угловой скоростью  $\omega_0$ , задана уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{i}_{d} &= -\gamma_{N}\dot{i}_{d} + \omega_{0}\dot{i}_{q} + \alpha_{N}\beta\psi_{d} + \beta\omega\psi_{q} + u_{d}/\sigma + \Delta\alpha\beta(\psi_{d} - L_{m}\dot{i}_{d}), \\ \dot{i}_{q} &= -\gamma_{N}\dot{i}_{q} - \omega_{0}\dot{i}_{d} + \alpha_{N}\beta\psi_{q} - \beta\omega\psi_{d} + u_{q}/\sigma + \Delta\alpha\beta(\psi_{q} - L_{m}\dot{i}_{q}), \\ \dot{\psi}_{d} &= -\alpha_{N}\psi_{d} + (\omega_{0} - \omega)\psi_{q} + \alpha_{N}L_{m}\dot{i}_{d} - \Delta\alpha(\psi_{d} - L_{m}\dot{i}_{d}), \\ \dot{\psi}_{q} &= -\alpha_{N}\psi_{q} - (\omega_{0} - \omega)\psi_{d} + \alpha_{N}L_{m}\dot{i}_{q} - \Delta\alpha(\psi_{q} - L_{m}\dot{i}_{q}), \end{aligned}$$
(1)

 $\dot{\psi}_{q} = -\alpha_{N}\psi_{q} - (\omega_{0} - \omega)\psi_{d} + \alpha_{N}L_{m}i_{q} - \Delta\alpha(\psi_{q} - L_{m}i_{q}),$ где  $(i_{d}, i_{q})^{T}$  – вектор тока статора,  $(u_{d}, u_{q})^{T}$  – вектор управляющего напряжения статора,  $(\psi_{d}, \psi_{q})^{T}$  – вектор потокосцепления ротора,  $\omega$  – угловая скорость ротора,  $\varepsilon_{0}$  – угловое положение системы координат (d-q) относительно стационарной системы координат (a-b). Положительные константы в (1), (2), связанные с электрическими параметрами АД, определены следующим образом:

$$\alpha = (R_{2N}/L_2 + \Delta R_2/L_2) \square \alpha_N + \Delta \alpha > 0; \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \gamma_N = R_1/\sigma + \alpha_N \beta L_m; \sigma = L_1 - L_m^2/L_2, \beta = L_m/(\sigma L_2); \beta = L_m/$$

где  $L_m$  – индуктивность намагничивающего контура,  $R_1$ ,  $L_1$  – активное сопротивление и индуктивность статора,  $L_2$  – индуктивность ротора,  $R_{2N}$ ,  $\Delta R_2$  – номинальное значение и отклонение активного сопротивления ротора, так что  $R_2 = R_{2N} + \Delta R_2 > 0$ . Без потери общности в (1), (2) принята одна пара полюсов.

Для вектора состояния  $\mathbf{x} = (i_d, i_q, \psi_d, \psi_q)^T$  вектор оцененных переменных равен  $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{i}_d, \hat{i}_q, |\hat{\psi}_2|, 0)^T$ ,  $\hat{\psi}_d = |\hat{\psi}_2|, \hat{\psi}_q = 0$ , а вектор ошибок оценивания  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = (\tilde{i}_d, \tilde{i}_q, \tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q)^T$ ,  $\tilde{\psi}_d = \psi_d - |\hat{\psi}_2|, \tilde{\psi}_q = \psi_q$ .

Допустим, что:

А.1. Напряжения статора  $(u_d, u_q)$ , токи статора  $(i_d, i_q)$  и угловая скорость  $\omega$  являются ограниченными известными функциями с ограниченными производными первого порядка.

А.2. Все параметры в (1), (2) известны и постоянны, а возмущение  $\Delta R_2 = 0$ .

При допущениях A.1 и A.2 необходимо синтезировать наблюдатель модуля и положения вектора потокосцепления, который асимптотически оценивает реальные модуль и положение так, что  $\lim_{d \to 0} (\tilde{\psi}_d, \tilde{\psi}_q) = 0$ .

Уравнения предложенного наблюдателя имеют вид:

$$\begin{split} \hat{i}_{d} &= -\gamma_{N}\hat{i}_{d} + \omega_{0}i_{q} + \alpha_{N}\beta|\hat{\psi}_{2}| + u_{d}/\sigma + k_{id1}\tilde{i}_{d}, \\ \hat{i}_{q} &= -\gamma_{N}\hat{i}_{q} - \omega_{0}i_{d} - \beta\omega|\hat{\psi}_{2}| + u_{q}/\sigma + \delta \text{sign}(\tilde{i}_{q}), \\ \left|\hat{\psi}_{2}\right| &= -\alpha_{N}|\hat{\psi}_{2}| + \alpha_{N}L_{m}\hat{i}_{d}, \\ \hat{\varepsilon}_{0} &= \omega_{0} = \omega + [\alpha_{N}L_{m}\hat{i}_{q} + k_{\psi}\delta \text{sign}(\tilde{i}_{q}) + v_{\varepsilon}]/|\hat{\psi}_{2}|, \ |\hat{\psi}_{2}| > 0, \end{split}$$

$$(3)$$

где  $\delta$ ,  $k_{\psi}$  – корректирующие коэффициенты,  $v_{\epsilon}$  – корректирующая обратная связь наблюдателя, которые подлежат определению;  $k_{idl} > 0$ .

Уравнения динамики ошибок оценивания из (1), (2) и (3), (4) запишутся следующим образом:

$$\begin{split} \tilde{i}_{d} &= -(\gamma_{N} + k_{id1})\tilde{i}_{d} + \alpha_{N}\beta\tilde{\psi}_{d} + \beta\omega\tilde{\psi}_{q}, \\ \dot{\tilde{i}}_{q} &= -\gamma_{N}\tilde{i}_{q} + \alpha_{N}\beta\tilde{\psi}_{q} - \beta\omega\tilde{\psi}_{d} - \delta\text{sign}(\tilde{i}_{q}), \\ \dot{\tilde{\psi}}_{d} &= -\alpha_{N}\tilde{\psi}_{d} + (\omega_{0} - \omega)\tilde{\psi}_{q} + \alpha_{N}L_{m}\tilde{i}_{d}, \end{split}$$
(5)

$$\dot{\tilde{\psi}}_{q} = -\alpha_{N}\tilde{\psi}_{q} - (\omega_{0} - \omega)\tilde{\psi}_{d} + \alpha_{N}L_{m}\tilde{i}_{q} - k_{\psi}\delta sign(\tilde{i}_{q}) - v_{\varepsilon}.$$

На первом этапе синтеза во втором уравнении (5) организовывается скользящий режим на поверхности  $\tilde{i}_q = 0$ . Для этого, согласно второму методу Ляпунова, производится выбор коэффициента  $\delta$ . Так при  $\delta > \max\{|\alpha_N \beta \tilde{\psi}_q - \beta \omega \tilde{\psi}_d|\}$  во втором уравнении (5) возникает скользящий режим и за конечное время достигается условие  $\tilde{i}_q \equiv \dot{i}_q \equiv 0$ , что дает возможность из этого же уравнения, согласно методу эквивалентного управления [2], извлечь эквивалентную компоненту:

 $[\delta \text{sign}(\tilde{i}_q)]_{eq} = \alpha_N \beta \tilde{\psi}_q - \beta \omega \tilde{\psi}_d.$ 

Организация «быстрого» движения переменной  $\tilde{i}_q(t)$  на поверхности  $\tilde{i}_q = 0$  понижает порядок системы (5) и обеспечивает формирование эквивалентного управления (7), несущего информацию об ошибках оценивания вектора потокосцепления ротора. Выбрав  $k_{\psi} = -1/\beta$  и подставляя в уравнение (6) вместо  $\delta sign(\tilde{i}_q)$  эквивалентную компоненту (7), система (5), (6) может быть представлена в таком виде:

(7)

(9)

$$\begin{split} \mathbf{i}_{d} &= -(\gamma_{N} + \mathbf{k}_{id1})\mathbf{i}_{d} + \alpha_{N}\beta\tilde{\psi}_{d} + \beta\omega\tilde{\psi}_{q}, \\ \dot{\tilde{\psi}}_{d} &= -\alpha_{N}\tilde{\psi}_{d} + (\omega_{0} - \omega)\tilde{\psi}_{q} + \alpha_{N}L_{m}\tilde{\mathbf{i}}_{d}, \end{split}$$
(8)

$$\dot{\tilde{\psi}}_q = -\omega_0 \tilde{\psi}_d - v_{\epsilon}.$$

Для доказательства устойчивости системы (8) введем линейное преобразование координат

$$z_d = i_d + \beta \tilde{\psi}_d, \ z_q = \beta \tilde{\psi}_q.$$

Сконструируем корректирующую обратную связь в виде

$$v_{\varepsilon} = \tilde{i}_{d} \left( \omega_{0} + \gamma_{1} \omega \right) / \beta , \qquad (10)$$

тогда в новых координатах (9) система (8) запишется:

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_{d} \\ \dot{z}_{d} \\ \dot{z}_{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\gamma_{N} + k_{idl} + \alpha_{N}) & \alpha_{N} & \omega \\ -\gamma_{l}\alpha_{N} & 0 & \omega_{0} \\ -\gamma_{l}\omega & -\omega_{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{d} \\ z_{d} \\ z_{q} \end{bmatrix},$$
(11)

где  $\gamma_1 = (R_1 / \sigma + k_{id1}) / \alpha_N > 0$ .

Обозначим сигнал 
$$\mathbf{\Omega}(t) = [\mathbf{\Omega}_{a}(t), \mathbf{\Omega}_{b}(t)]^{T} = e^{\mathbf{J}\varepsilon_{0}} \begin{bmatrix} \alpha_{N} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{N} \cos \varepsilon_{0} - \omega \sin \varepsilon_{0} \\ \alpha_{N} \sin \varepsilon_{0} + \omega \cos \varepsilon_{0} \end{bmatrix}$$
, где  $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  – кососим-

метричная матрица, тогда система (11) с z-переменными в стационарной (с  $\omega_0 = 0$ ) системе координат (a-b) примет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_{d} \\ \dot{z}_{a} \\ \dot{z}_{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\gamma_{N} + k_{id1} + \alpha_{N}) & \Omega_{a}(t) & \Omega_{b}(t) \\ -\gamma_{I}\Omega_{a}(t) & 0 & 0 \\ -\gamma_{I}\Omega_{b}(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{d} \\ z_{a} \\ z_{b} \end{bmatrix}.$$
(12)

Для системы (12) рассмотрим следующую функцию Ляпунова

$$V = 0.5[\tilde{i}_d^2 + (z_a^2 + z_b^2)/\gamma_1] > 0,$$

производная которой имеет вид

$$\dot{V} = -(\gamma_N + k_{id1} + \alpha_N)i_d^2 < 0.$$
(14)

Из (12), (13) и (14) следует ограниченность сигналов  $(\tilde{i}_d, z_a, z_b)$  для всех  $t \ge 0$ . Поскольку  $V(t) \le V(0)/(\gamma_N + k_{id1} + \alpha_N)$ , то сигнал  $\tilde{i}_d$  является квадратично интегрируемым и прямое использование леммы Барбалат дает, что в системе (12)  $\lim_{t\to\infty} \tilde{i}_d = 0$ . С другой стороны, в силу допущений А.1 и А.2  $\| \mathbf{\Omega}(t) \|$  и

 $\|\dot{\Omega}(t)\|$  будут равномерно ограничены также, как и  $\omega$ ,  $\dot{\omega}$ . Если сигнал  $\Omega(t)$  гарантирует условия персистности (постоянства) возбуждения (ПВ), т.е. существуют такие положительные действительные T и k, что:

$$\int_{t}^{t+1} \mathbf{\Omega}(\tau) \mathbf{\Omega}^{\mathrm{T}}(\tau) \mathrm{d}\tau \ge k\mathbf{I} > 0, \, \forall t \ge 0,$$
(15)

где  $\mathbf{I} = \text{diag}(1, 1)$ , то используя известный результат из теории адаптивных систем [4], устанавливаем, что положение равновесия  $(\tilde{i}_d, z_a, z_b)^T = 0$  является глобально экспоненциально устойчивым, а, следовательно, ошибки оценивания компонент вектора потокосцепления ротора будут экспоненциально затухать в нуль. Таким образом уравнения (3), (4) с (10) будут описывать асимптотический наблюдатель вектора потокосцепления ротора со свойством глобальной экспоненциальной устойчивости.

Замечание 1. В общем случае аналитическое исследование условий (15) затруднительно. Упрощенный анализ, базирующийся на физических свойствах АД, свидетельствует о том, что условия ПВ выполняются во всех режимах работы АД за исключением возбуждения постоянным током, то есть при  $\omega_0 = 0$ .

Замечание 2. Может быть показано, что при возмущении  $\Delta R_2 \neq 0$  наблюдатель (3), (4) с (10) будет локально экспоненциально устойчивым и инвариантным к этому возмущению.

Результаты экспериментального тестирования. Предложенный наблюдатель (3), (4) с (10) исследовался в составе алгоритма [5] (далее – инвариантный алгоритм). Экспериментальные исследования выполнялись на станции быстрого прототипного тестирования [6] с АД 4АО80В2 мощностью 0.75 кВт со следующими параметрами:  $R_1 = 11 \text{ Om}$ ,  $R_2 = 5.51 \text{ Om}$ ,  $L_1 = L_2 = 0.95 \text{ Fh}$ ,  $L_m = 0.91 \text{ Fh}$ , J=0.0036 кг·м<sup>2</sup>, номинальный момент 2.5 Нм, номинальная скорость 300 рад/с. С целью сравнительного анализа тестирование также выполнялось для стандартного алгоритма [7] с разомкнутым наблюдателем пониженного порядка.

Алгоритмы были настроены следующим образом: коэффициенты пропорциональной и интегральной составляющих регуляторов скорости  $k_{\omega} = 150$ ,  $k_{\omega i} = 11250$ , регуляторов потокосцепления –  $k_{\psi} = 100$ ,  $k_{\psi i} = 2500$ , регуляторов тока –  $k_{id} = k_{iq} = 750$ ,  $k_{iid} = k_{iiq} = 281250$ ; параметры наблюдателя  $k_{id1} = 100$ ,  $\delta = 150$ . Кроме  $|\hat{\psi}_2(0)| = 0.025$  Вб, начальные условия для всех переменных устанавливались нулевыми. При исследованиях использовалась последовательность операций управления, представленная на рис. 1:

- на интервале 0÷0.25 с АД возбуждается, траектория заданного потока начинается с 0.025 Вб и достигает номинального значения 0.9 Вб с 1-ой и 2-ой производными, равными 3.5 Вб/с и 350 Вб/с<sup>2</sup> соответственно;

- начиная с t = 0.6 с АД без нагрузки разгоняется по заданной траектории скорости, которая имеет нулевое начальное значение и достигает 50 рад/с (16.7 % от номинальной), с первой и второй производными, равными 714 рад/с<sup>2</sup> и 23810 рад/с<sup>3</sup> соответственно (траектория сформирована таким образом, чтобы двигатель разгонялся с номинальным моментом);

- в момент времени t = 1.2 с к валу двигателя прикладывается постоянный момент нагрузки, равный 90% от номинального значения, а в момент времени t = 2 с момент нагрузки снимается.



Проблемы автоматизированного электропривода

(13)

Для наглядности при проведении экспериментальных исследований в качестве реального модуля потока использовался полученный с помощью разомкнутого наблюдателя пониженного порядка с корректными параметрами.

На рис. 2 и рис. 3 показаны графики переходных процессов исследуемых алгоритмов. Из графиков видно, что динамические характеристики инвариантного алгоритма выше, так как ошибка отработки траектории скорости в момент разгона составляет 0.5 рад/с, в то время как у стандартного алгоритма 2 рад/с. При отработке постоянного момента нагрузки поведение алгоритмов одинаково, ошибка регулирования скорости в моменты при набросе и сбросе момента нагрузки составляет 3.5 рад/с.



Во второй части экспериментальных исследований выполнялось сравнение исследуемых алгоритмов при использовании в них параметра  $\hat{\alpha} = \rho \alpha_N$ . При проведении данного теста момент нагрузки (90% от номинального) прикладывался в момент времени t = 1.2 с и поддерживался постоянным на протяжении всего эксперимента. Рис. 4 и рис. 5 демонстрируют переходные процессы, полученные при использовании в алгоритмах  $\rho = 0.5$  и  $\rho = 1.7$  соответственно. При  $\rho = 0.5$ , в стандартном алгоритме значительных отличий по сравнению с переходными процессами угловой скорости при номинальном значении параметра не наблюдается, однако увеличивается ток по оси q на 14.3 % и поток на 60% (рис. 4a). Как видно из рис. 5a, при использовании в алгоритме параметра  $\rho = 1.7$  происходит значительная деградация динамических показателей, а также увеличение установившегося значения тока по оси q на 42.9% и уменьшения потока на 39% по сравнению со случаем с номинальными параметрами. Результаты теста, полученные при тех же условиях, для инвариантного алгоритма представлены на рис. 4б и рис. 5б. Из сравнения полученных графиков можно заключить, что динамические показатели качества и значения тока АД не изменились при исследованных возмущениях. Отличие составляет лишь участок намагничивания, на котором поток отрабатывается с ошибкой.

**Выводы.** Впервые предложен метод синтеза инвариантных к вариациям активного сопротивления ротора алгоритмов прямого векторного управления АД. Инвариантность алгоритмов обеспечивает инвариантный наблюдатель 4-го порядка. Синтез наблюдателя выполнен в два этапа с использованием скользящего режима, а при доказательстве устойчивости использовался второй метод Ляпунова и теорема о персистности возбуждения. Выполненные сравнительные экспериментальные исследования предложенного инвариантного алгоритма наглядно демонстрируют превосходство его динамических и статических характеристик при отсутствии и при вариациях активного сопротивления ротора в сравнении со стандартным алгоритмом.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Пересада С.М. Векторное управление в асинхронном электроприводе: аналитический обзор // Вестник Донецкого государственного технического университета, серия: "Электротехника и энергетика". – 1999. – №4 – С. 1–23.

2. Utkin V.I., Guldner J., Shi J. Sliding mode control in electromechanical systems. 2nd ed. – Boca Raton, London: CRC Press, Taylor & Francis, 2009. – 485 p.

3. Пересада С.М., Трандафилов В.Н. Метод синтеза и робастность наблюдателей потокосцепления асинхронного двигателя, работающих в скользящих режимах // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія й практика» науково-виробничого журналу №3 (19). – Кременчук: КрНУ, 2012. – С. 40–44.

4. Narendra K.S., Annaswamy A.M. Stable adaptive systems. – New Jersey, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1989. – 496 p.

5. Пересада С.М., Ковбаса С.Н. Прямое векторное управление асинхронным двигателем со свойством глобальной экспоненциальной устойчивости // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск "Проблеми сучасної електротехніки". – 2002 р. Ч. 2. – Київ. – С. 36–42.

6. Пересада С.М., Ковбаса С.Н., Тониэлли А. Станция быстрого моделирования алгоритмов управления электроприводом // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. Сборник научных трудов. Тематический выпуск 61. – Харьков, ХДПУ. – 1999г. – С. 190–194.

7. Leonhard W. Control of Electrical Drives. - Berlin, Heidelberg: Springer, 1996. - 421 p.