Кудин В.Ф. ***Украина***
Колесниченко С.П. ***Киев***

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

СИНТЕЗ СУБОПТИМАЛЬНОНОГО УПРАВЛЕНИЯ, РАСШИРЯЮЩЕГО ОБЛАСТЬ ПРИТЯЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА

Введение. В статье рассматривается крайне важная в прикладном отношении задача построения субоптимального управления, расширяющего область управляемости (притяжения) нелинейного объекта. Впервые эту задачу поставил Летов А.М.[1] и отнес ее к классу нерешенных задач теории автоматического управления.

К настоящему времени в литературе по управлению накопилось достаточное количество публикаций, посвященных прикладным техническим задачам, для которых характерно наличие области притяжения. Это задачи стабилизации режима работы синхронной машины при выпадении машины из синхронизма [2,3]; управления подвижными объектами (летательный аппарат и морские подвижные объекты) при больших отклонениях от положения равновесия [4, 5, 6]. Для рассматриваемого класса систем характерно прежде всего ограничение на управление и собственная неустойчивость управляемого объекта.

Рассмотрим задачу расширения области притяжения на конкретном примере, исследованном в [4].

Постановка задачи. Задана структурная схема (Рис.1) системы угловой стабилизации летательного аппарата (ЛА).

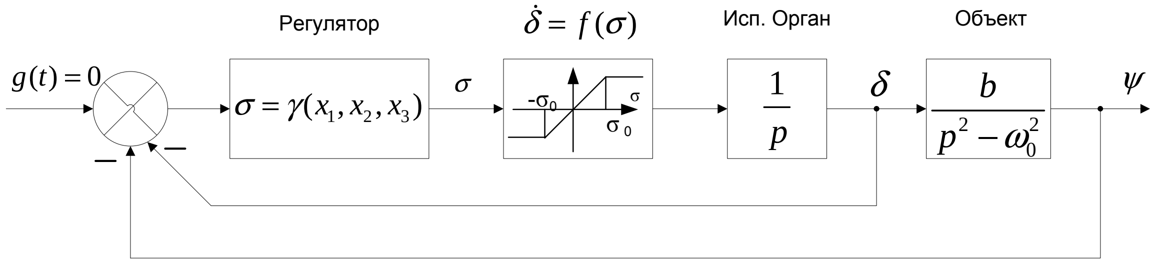

Рис.1

На Рис.1 обозначено: $\sigma(t)$ – управляющий сигнал (ток, напряжение), поступающий на вход исполнительного органа, $\delta(t)$ – координата характеризующая отклонение управляемого органа, который создает управляющий момент, $\psi(t)$ – координата, характеризующая угловые колебания управляемого объекта относительно центра масс, b и ω_0 – параметры объекта.

Математическая модель разомкнутого контура угловой стабилизации имеет следующий вид

$$\dot{x}_1 = x_2$$
$$\dot{x}_2 = \omega_0^2 x_1 + b x_2$$
$$\dot{x}_3 = f(\sigma) = sat\sigma \qquad |\dot{x}_3| < 1\,рад/сек.$$

Здесь x_1 – координата углового перемещения ЛА, соответствующая $\psi(t)$, x_2 – угловая скорость - $\dot{\psi}(t)$, x_3 – координата, характеризующая отклонения рулевого привода - $\delta(t)$.

Решим задачу синтеза субоптимального регулятора опираясь на естественную декомпозицию общей задачи: вначале синтезируется внутренний контур рулевого привода с учетом ограничения на управление, а затем внешний контур углового движения управляемого объекта, учитывая малую инерционность рулевого привода по отношению к контуру углового движения.

Решение задачи синтеза субоптимального регулятора. Уравнение динамики рулевого привода имеет вид:

$\dot{x}_3 = sat\sigma = \dot{\delta}_m th\sigma_1$, где $\dot{\delta}_m = 1\,рад/сек$, $\quad \sigma_0 = 10\,ма$, $\quad \sigma_1 = \sigma/\sigma_0$.

Найдем субоптимальный алгоритм управления с учетом ограничения на управление.

Критерий оптимальности имеет следующий вид в соответствии с [7].

$$\min_{\sigma_1} J = \int_0^{\infty} [\alpha x_3^2 + \omega(\sigma_1)]dt \text{, где } \omega(\sigma_1) = 2c(\sigma_1 th\sigma_1 - \ln ch\sigma_1).$$

Тогда функциональное уравнение Беллмана определяется соотношением:

$$\min_{\sigma_1}[\alpha x_3^2+2c(\sigma_1 th\sigma_1-\ln ch\sigma_1)+\frac{\partial V}{\partial x_3}\dot{\delta}_m th\sigma_1]=0$$. Откуда $\sigma_1=-\frac{\dot{\delta}_m}{2c}\frac{\partial V}{\partial x_3}$

После исключения σ_1 приходим к уравнению Гамильтона-Якоби-Беллмана (ГЯБ):

$$\alpha x_3^2=2c\ln ch\left(\frac{\dot{\delta}_m}{2c}\frac{\partial V}{\partial x_3}\right).$$

Дальнейшая процедура решения уравнения в частных производных сводится к разложению правой части в цепную дробь. Разложение имеет следующий вид:

$$\ln chx=\frac{0,5x^2+0,09x^4+0,006x^6}{1+0,35x^2+0,003x^4}.$$

Это подходящая дробь обеспечивает разложение с точностью дл 1% на интервале $|x|\le 4\div 5$.

Уравнение ГЯБ для этого разложения имеет следующий вид (без учета членов шестой степени)

$$\left[1+0,35\frac{\dot{\delta}_m^2}{4c^2}\left(\frac{\partial V}{\partial x_3}\right)^2\right]\alpha x_3^2=\frac{\dot{\delta}_m^2}{4c}\left(\frac{\partial V}{\partial x_3}\right)^2+0,18\frac{\dot{\delta}^4}{1\sigma c^3}\left(\frac{\partial V}{\partial x_3}\right)^4.$$

Решение этого уравнения аппроксимируется степенным рядом:

$$V(x_3)=K_1x_3^2+K_2x_3^4+K_3x_3^6+\dots.$$

Параметры K_1 и K_2, определяются системой уравнений

$$\alpha c=\dot{\delta}_m^2K_1^2,\qquad 0,35\alpha\frac{\dot{\delta}_m^2}{c^2}K_1^2=\frac{4\dot{\delta}_m^2}{c}K_1K_2+0,18\frac{\dot{\delta}_m^4}{c^3}K_1^4.$$

В итоге решения получаем субоптимальный алгоритм управления в относительных единицах:

$$\sigma_1=-\left(\sqrt{\frac{\alpha}{c}}x_3+0,19\frac{\alpha}{c}\sqrt{\frac{\alpha}{c}}x_3^3\right).$$

Выбор весовой константы c затруднен, поскольку подинтегральная функция $\omega(\sigma)$ минимизируемого функционала неквадратична. Поэтому выбор весовой константы c осуществим по линейному приближению уравнения ГЯБ. В итоге получаем обычные соотношения:

$$\alpha=1/x_{3m}^2,\qquad c=1/\sigma_{1m}^2$$

В итоге получаем при $\sigma_1=2\div 3$ $\qquad\sigma=-(100x_3+400x_3^3)$.

Полагая, что вредное влияние насыщения скоростной характеристики компенсировано в контуре рулевого привода, рассмотрим задачу аналитического конструирования регулятора для углового движения ЛА, рассматривая рулевой привод как безинерционное звено. Уравнение ГЯБ для системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1=x_2,$$

$$\dot{x}_2=\omega_0^2x_1+b\delta$$

и минимизируемого неквадратичного функционала

$$\min_{\delta}J=\int_0^\infty[\alpha_1x_1^2+\alpha_2x_2^2+\alpha_3x_1^4+\alpha_4x_2^4+c_2\delta^2)]dt$$

приобретает следующий вид

$$\alpha_1x_1^2+\alpha_2x_2^2+\alpha_3x_1^4+\alpha_4x_2^4+\frac{\partial V}{\partial x_1}x_2+\frac{\partial V}{\partial x_2}\omega_0^2x_1=\frac{b^2}{4c_2}\left(\frac{\partial V}{\partial x_2}\right)^2.$$

Оптимальный закон управления определяется соотношением

$$\delta=-\frac{b}{2c_2}\frac{\partial V}{\partial x_2}=-\frac{b^2}{2c_2}\left(k_{12}x_1+k_{22}x_2\right).$$

Решение уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана ищется в виде последовательности степенных форм

$$V(x_1x_2)=V^2(x)+V^4(x)+V^6(x)+\dots$$

Здесь $V^2(x)$ – квадратичная форма от переменных состояния, $V^4(x)$ – форма четвертой степени от x_1 и x_2, и так далее.

Параметры квадратичной формы определяются системой уравнений Риккати. Параметры четвертичной формы определяются из линейной системы алгебраичных уравнений. На первоначальном этапе используем квадратичный функционал по переменным состояния x_1 и x_2. Тогда решение задачи АКОР приводит к линейному закону управления.

$$\delta = -\frac{b}{c_2}\left(K_{12}x_1 + K_{22}x_2\right) = -(7x_1 + 5x_2).$$

Полагая рулевой привод, охваченный нелинейной обратной связью, безынерционным, получаем

$$\sigma = K\delta = -700x_1 + 500x_2.$$

В итоге управляющее воздействие определяется соотношением:

$$\sigma = -(K_1x_1 + K_2x_2 - K_3x_3 - K_4x_3^3).$$

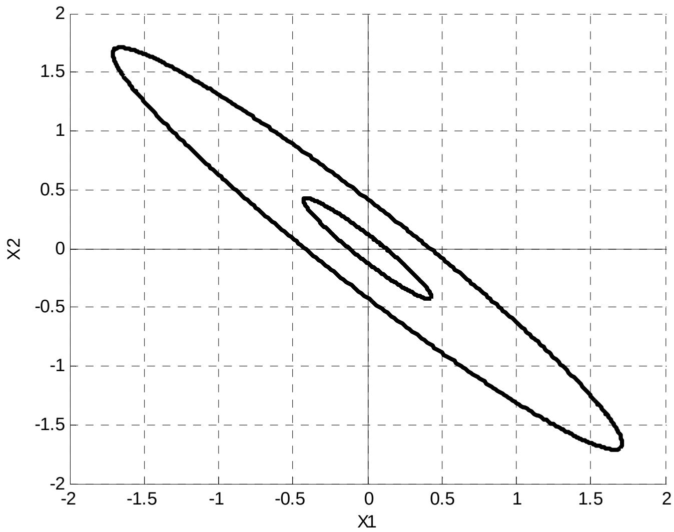

Рис. 2

Дальнейшие исследования сводится к построению области притяжения с полученным алгоритмом управления. Аналитическое построение замкнутой области притяжения сложная и до сих пор нерешенная задача. Некоторые рекомендации на построении области притяжения содержатся в [6] при линейном законе управления. В данном случае использован метод моделирования, поскольку алгоритм управления нелинеен. Результаты моделирования приведены на Рис.2. Внутренний эллипс соответствует границе области притяжения при линейном алгоритме управления. Внешний – при нелинейном управлении.

Вывод. Анализ построенных областей притяжения говорит о том, что даже приближенный метод синтеза субоптимального нелинейного регулятора позволяет существенно расширить область притяжения по сравнению с линейным законом управления.В дальнейшем необходимо продолжить исследования по созданию субоптимального регулятора, исходя из оптимизации неквадратичного функционала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Летов А.М. Некоторые нерешенные задачи теории автоматического управления. Дифференциальные уравнения, №4, 1970г.

2. Петров Ю.П. Использование «принципа максимума» для нахождения оптимального закона управления синхронных машин. Электричество. №10, 1964.

3. Абдуллаев Н.Д., Петров Ю.П. Области устойчивости синхронной машины, изв. АН СССР. «Энергетика и транспорт». №6, 1980.

4. Фридлянд Б. Оптимальное управление аэродинамически неустойчивым ускорителем при наличии ограничения на положение и скорость исполнительного механизма. Ракетная техника и космонавтика. М.Мир. №7, 1965.

5. Кузин В.П., Лашев А.Я. Управление подвижным объектом при ограничении скорости привода. Тезисы докладов XI Всесоюзного совещания по проблемам управления. М. 1989.

6. Формальский А.Н.Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами. М. «Наука». 1974.

7. Кудин В.Ф. Выбор минимизируемого функционала в нелинейных задачах аналитического конструирования регуляторов. Известия АН СССР, Техническая кибернетика, № 5, 1976.