

СКОЛЬЗЯЩИЕ РЕЖИМЫ ДРОБНЫХ ПОРЯДКОВ

Введение. Современный уровень развития производственных отношений требует постоянного повышения качества выпускаемой продукции и улучшения оказываемых услуг, что невозможно без совершенствования процесса производства. Этому способствует существующая материальная база информационной, преобразовательной и исполнительской техник, которая создает все предпосылки для разного рода модернизаций и позволяет не только реализовать известные принципы и законы управления, но и внедрять принципиально новые подходы к процессам управления исполнительными устройствами, отдельными технологическими процессами и производством в целом с целью улучшения их технико-экономических показателей.

Существенно улучшить статические и динамические характеристики исполнительных электромеханических систем можно путем использования принципа разрывного управления [1], который позволяет в полной мере использовать заложенные в объекте управления энергетические ресурсы, обеспечивая максимальное быстродействие и минимум ошибки регулирования. Возникновение в системах разрывного управления скользящих режимов обеспечивает инвариантность к координатным и параметрическим возмущениям. Указанные факторы создают предпосылки к широкому использованию разрывных законов при разработке высокоточных систем управления различными технологическими процессами. Существенно затрудняет этот процесс то, что работа систем разрывного управления сопровождается высокочастотными колебаниями.

К настоящему времени в теории релейных систем, основы которой заложены в работах [1-3], наиболее полно рассмотрены и изучены вопросы анализа и синтеза систем управления, регуляторы которых реализуют законы управления вида [4]

$$u = -\text{sign} \left[\sum_{i=0}^n V_{in} \eta_i \right]. \quad (1)$$

Управления (1) гарантируют скольжение изображающей точки вдоль линии переключения, определяемой уравнением

$$S = \sum_{i=0}^n V_{in} \eta_i = 0, \quad (2)$$

которое может быть обобщено до некоторой нелинейной зависимости

$$S = s(z_0, z_1, \dots, z_n), \quad (3)$$

в общем случае не имеющей аналитического описания.

Скользящие режимы, возникающие при реализации управлений вида (1), являются идеальными скользящими режимами первого порядка [5] и сопровождаются переключениями управляющего воздействия с большой частотой. Частые переключения в канале управления приводят к возникновению больших перенапряжений на ключах и обмотках электрической машины, которые негативно влияют на надежность, долговечность и помехозащищенность электропривода.

В последнее время появились работы, посвященные анализу и синтезу систем управления, в которых реализуются скользящие режимы выше первого порядка [5-7]. Порядок k скользящего режима определяется минимальным порядком полной производной управляющего воздействия, которая в установившемся режиме терпит разрывы [6]. В отличие от скользящего режима первого порядка, скользящий режим k -го порядка возникает при реализации управления вида

$$u = -f(S), \quad (4)$$

где $f(S)$ - нечетная ограниченная функция, определенная таким образом, чтобы ее $k-1$ производная на линии переключения имела разрыв. Поэтому скользящие режимы высоких порядков характеризуются гладкостью управляющего воздействия, которое подается на вход объекта управления, что позволяет повысить технико-экономические показатели замкнутой электромеханической системы.

Выполненный анализ релейных систем управления показывает повышенный интерес к разрывному управлению и создает предпосылки к его обобщению.

Постановка задачи исследования. Целью данной статьи является анализ алгоритмов управления, обеспечивающих возникновение скользящих режимов дробных порядков и обобщение на основе этого анализа понятия «скользящий режим».

Материалы исследования. Рассмотрим частный случай управляющего воздействия (4), при котором функция $f(S)$ представляет собой полиномиальную зависимость [6,7]

$$U = -|S|^{\delta} \text{sign}(S). \quad (5)$$

Алгоритм управления (5) при $\beta = 0$ вырождается в алгоритм

$$U = -\text{sign}(S), \quad (6)$$

который гарантирует при попадании изображающей точки на линию переключения S возникновение скользящего режима первого порядка.

В случае, когда для показателя степени β справедливо утверждение $\beta \in (0,1)$, алгоритм (5) преобразуется к виду

$$U = -\frac{1}{\sqrt[\beta]{|S|}} \text{sign}(S), \quad (7)$$

и по терминологии [7] гарантирует возникновение в системе управления с алгоритмом (7) скользящего режима второго порядка при выполнении на линиях переключения (2) и (3) условий

$$U \Big|_{S=0} = 0 \text{ и } \frac{\partial U}{\partial S} \Big|_{S=0} - \text{разрывная функция.} \quad (8)$$

На практике такое деление оказывается достаточно грубым вследствие того, что при малых значениях показателя степени β характеристики замкнутой системы с алгоритмом (7) приближаются к характеристикам системы с алгоритмом (6).

Воспользовавшись понятием производной дробного порядка [8], расширим понятие скользящего режима выше первого порядка на случай скользящих режимов дробных порядков. Для этого найдем производную амплитуды управляющего воздействия (5) по S порядка α

$$D_{|S|}^{\alpha}(U) = -\frac{\Gamma(1+\beta)}{\Gamma(1+\beta-\alpha)} |S|^{\beta-\alpha}, \quad \beta \neq 0, \quad (9)$$

где $\Gamma(\cdot)$ - гамма-функция.

Анализ выражения (9) показывает, что если порядок производной α больше показателя степени β , то производная $D_{|S|}^{\alpha}(U)$ будет иметь разрыв на линии переключения S , а сама производная примет вид

$$D_{|S|}^{\alpha}(U) = -\frac{\Gamma(1+\beta)}{\Gamma(1+\beta-\alpha)} \frac{1}{|S|^{\alpha-\beta}}, \quad \beta \neq 0. \quad (10)$$

Переход от непрерывной функции (9) к разрывной (10) происходит при выполнении условия $\beta = \alpha$. (11)

Зависимости (9)-(11) позволяют сформулировать следующее обобщение для условий (8)

$$U \Big|_{S=0} = 0 \text{ и } D_{|S|}^{\alpha} U \Big|_{S=0} - \text{разрывная функция.} \quad (12)$$

Скользящий режим, для которого выполняются условия (10), будем называть скользящим режимом порядка $1+\alpha$.

Выводы. Приведенные выкладки показывают, что использование аппарата нецелочисленного интегрирования позволяет расширить понятие скользящего режима. В отличие от используемого в настоящее время понятия скользящего режима целого порядка, точное действительное значение порядка скользящего режима однозначно определяет характер движения замкнутой электромеханической системы, ее свойства и характеристики.

Литература

1. Цыпкин Я.З. Теория релейных систем автоматического регулирования/ Я.З.Цыпкин. – М.: Гостехиздат, 1955. – 456с.
2. Уткин В.И. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой/В.И.Уткин. - М.: Наука, 1974. - 272с.
3. Емельянов С.В. Системы автоматического управления с переменной структурой/С.В.Емельянов. - М.: Наука, 1967.- 336 с.
4. Садовой А.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами/ А.В. Садовой, Б.В.Сухинин, Ю.В.Сохина. - К.: ИСИМО, 1996. – 298с.
5. Емельянов С.В. Новые типы обратной связи/ С.В.Емельянов, С.К.Коровин.- М.: Наука 1997.- 352с.
6. Емельянов С.В., Новый класс алгоритмов скольжения второго порядка/ С.В.Емельянов, С.К.Коровин, Л.В.Левантовский// Математическое моделирование.- М.: Наука, 2007, том 19, №1.- С.89-100.
7. Волянський Р. С. Система оптимального керування швидкістю двигуна зі змінною активаційною функцією/Р.С.Волянський, О. В.Садовой// Вісник ДДМА. – 2012. – № 4 (29), С.18-24.
8. С.Г. Самко Интегралы и дифференциалы дробного порядка и некоторые их приложения/Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. – Минск: Наука и техника, 1987.- 688с.