

**Д. И. МОРОЗОВ**, канд. техн. наук, доц. кафедры АЭМС, ДонГТУ, Лисичанск  
**Е. С. РУДНЕВ**, канд. техн. наук, доц. кафедры АЭМС, ДонГТУ, Лисичанск  
**И. С. ШЕВЧЕНКО**, канд. техн. наук, проф. кафедры АЭМС, ДонГТУ, Лисичанск

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПУСКОВЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ В ЦЕПИ РОТОРА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

**Введение.** Расчет пусковых сопротивлений двигателей с нелинейной механической характеристикой рекомендуется производить графическими методами [1]. В частности для расчета пусковых сопротивлений в цепи ротора асинхронного двигателя (АД) в учебниках по электроприводу можно найти два приближенных метода с линеаризацией механической характеристики (МХ) на рабочем участке и построением лучевой диаграммы: с размещением полюса лучевой диаграммы в точке идеального холостого хода; с размещением полюса в точке с положительным значением момента при скорости идеального холостого хода. При линеаризации МХ первым методом возможно аналитическое решение с применением известных выражений для расчета пусковых сопротивлений двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (ДПТ с НВ), однако это решение не является точным. Второй метод подразумевает графическое построение лучевой диаграммы с итерационной процедурой определения момента переключения и положения полюса лучевой диаграммы и в [1] назван точным.

С другой стороны, нелинейная МХ асинхронного двигателя имеет известное аналитическое описание. Более того, вариантов ее описания несколько в зависимости от принятых допущений. Наличие описания позволяет разработать методику аналитического расчета пусковых сопротивлений в цепи ротора АД.

**Задача.** Разработка аналитических методик расчета пусковых сопротивлений в роторной цепи асинхронного двигателя для нормального и форсированного пуска без применения линеаризации механических характеристик.

**Решение.** Исходными данными являются: параметры естественной МХ (критическое скольжение  $s_{ke}$ , критический момент  $M_K$ ); число пусковых ступеней  $n$ ; тип пуска (форсированный или нормальный) с заданным моментом переключения (максимальным  $M_1$  или минимальным  $M_2$ ) соответственно.

При разработке методики используем описание МХ АД упрощенной формулой Клосса, помня, что критическое скольжение на искусственной характеристике пропорционально полному сопротивлению цепи ротора. Получение выражений для общего случая с числом пусковых ступеней  $n$  произведем по индукции, основываясь на выражениях для случая пуска в две ступени  $n = 2$ . Семейство механических характеристик для этого случая приведено на рисунке 1, на котором: «0», «1», «2» – номер искусственной характеристики; «e» – естественная характеристика;  $s_{12}$  – скольжение переключения с характеристики 1-й ступени на 2-ю;  $s_{2e}$  – скольжение переключения с характеристики 2-й ступени на естественную;  $M_1, M_2$  – моменты переключения;  $\lambda_1, \lambda_2$  –

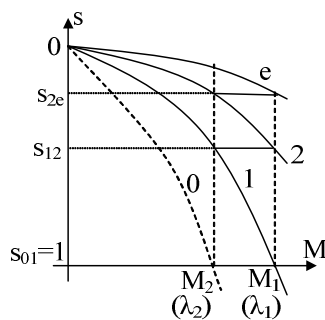


Рис. 1 Семейство пусковых МХ двухступенчатого пуска

относительные моменты переключения,  $\lambda_1 = \frac{M_K}{M_1}$ ;  $\lambda_2 = \frac{M_K}{M_2}$ .

При выводе соотношений используем такой же подход, как и для ДПТ с НВ – записывая выражения для скоростей (скольжений) переключения на смежных характеристиках.

**Форсированный пуск.** Считаем заданным значение максимального момента переключения  $M_1$  или задаемся им из условия  $M_1 = (0.7 \div 0.8)M_K$ . Так как сопротивления рассчитываются исходя из критических скольжений на каждой из пусковых характеристик, найдем

выражения для  $s_{ki}$ .

Рассчитываем относительный момент переключения

$$\lambda_1 = \frac{M_K}{M_1}.$$

Зная  $\lambda_1$ , определяем критическое скольжение на характеристике первой ступени по точке  $s = 1$

$$s_{k1} = 1 \cdot \left( \lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right).$$

Зная  $s_{ke}, s_{k1}, n$  найдем относительный момент переключения –  $\lambda_2$ .

Найдем значения скольжений переключения для каждой пары характеристик. Переключение с характеристики 1 на характеристику 2

$$s_{12} = s_{K1} \left( \lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1} \right), \quad s_{12} = s_{K2} \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right). \quad (1)$$

Переключение характеристики 2 на естественную:

$$s_{2e} = s_{K2} \left( \lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1} \right), \quad s_{2e} = s_{Ke} \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right). \quad (2)$$

Рассмотрим (1) и (2) совместно и исключим из них скольжения, при которых происходят переключения. В результате получим

$$s_{K1} = s_{Ke} \left( \frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1}}{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1}} \right)^2.$$

В общем случае для  $n$  характеристик получим

$$s_{K1} = s_{Ke} \left( \frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1}}{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1}} \right)^n. \quad (3)$$

Из полученного выражения найдем  $\lambda_2$ :

$$\lambda_2 = \frac{\left( \sqrt[n]{\frac{s_{Ke}}{s_{K1}}} \right)^2 \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right)^2 + 1}{2 \cdot \left( \sqrt[n]{\frac{s_{Ke}}{s_{K1}}} \right) \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right)}. \quad (5)$$

Зная  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , находим критические скольжения на пусковых ступенях

$$s_{Ki} = s_{Ke} \left( \frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1}}{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1}} \right)^{n+1-i}, \quad (6)$$

где  $i$  – номер пусковой ступени,  $i = 1 \dots n$  (при  $i = n + 1$  – естественная характеристика, имеем  $s_{Ki} = s_{Ke}$ ).

Зная критические скольжения, находим в общем виде полные сопротивления ротора на пусковых ступенях ( $R_i$ ) и сопротивления ступеней ( $r_i$ ):

$$R_i = r_p \frac{s_{Ki}}{s_{Ke}}; \quad r_i = R_i - R_{(i+1)}. \quad (7)$$

*Нормальный пуск.* Считаем заданным значение минимального момента переключения  $M_2$  или задаемся им из условия  $M_2 = (1.2 \div 1.5) M_c$ . Для удобства введем фиктивную «нулевую ступень» (характеристика «0» на рис. 1), которая характеризуется следующими скольжениями:  $s_{01}$  – скольжение переключения с характеристики нулевой ступени на 1-ю,  $s_{01} = 1$ ;  $s_{K0}$  – критическое скольжение на нулевой характеристике.

Рассчитываем относительный момент переключения

$$\lambda_2 = \frac{M_K}{M_2}.$$

Зная  $\lambda_2$ , определяем критическое скольжение на характеристике нулевой ступени по точке  $s = 1$

$$s_{K0} = 1 \cdot \left( \lambda_2 + \sqrt{\lambda_2^2 - 1} \right).$$

Найдем значения скольжений переключения для каждой пары характеристик (на примере двухступенчатого пуска):

$$s_{01} = s_{K0} \left( \lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1} \right) = s_{K1} \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right);$$

$$s_{12} = s_{K1} \left( \lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1} \right) = s_{K2} \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right);$$

$$s_{2e} = s_{K2} \left( \lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1} \right) = s_{Ke} \left( \lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1} \right).$$

Откуда после последовательных подстановок найдем выражение связи между  $s_{K0}$ ,  $s_{Ke}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ :

$$\frac{s_{K0}}{s_{Ke}} = \left( \frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1}}{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1}} \right)^3.$$

В общем случае для  $n$  ступеней будем иметь

$$\frac{s_{K0}}{s_{Ke}} = \left( \frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1}}{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1}} \right)^{(n+1)}. \quad (8)$$

Из полученного выражения (8) найдем неизвестное –  $\lambda_1$ . В результате получим

$$\lambda_1 = \frac{\left( \sqrt[n+1]{\frac{s_{K0}}{s_{Ke}}} \right)^2 (\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1})^2 + 1}{2 \cdot \left( \sqrt[n+1]{\frac{s_{K0}}{s_{Ke}}} \right) (\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1})}.$$

Далее по (6) и (7) находим критические скольжения и сопротивления.

Представим в таблице 1 полученные результаты в виде методик для двух вариантов пуска.

Таблица 1 – Методики расчета пусковых сопротивлений

	Нормальный пуск	Форсированный пуск
Заданный момент переключения	$M_2 = (1.2 \div 1.5)M_c$ ; $\lambda_2 = \frac{M_K}{M_2}$	$M_1 = (0.7 \div 0.8)M_K$ ; $\lambda_1 = \frac{M_K}{M_1}$
	$s_{K0} = 1 \cdot (\lambda_2 + \sqrt{\lambda_2^2 - 1})$	$s_{K1} = 1 \cdot (\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - 1})$
Относительный момент переключения	$\lambda_1 = \frac{\left( \sqrt[n+1]{\frac{s_{K0}}{s_{Ke}}} \right)^2 (\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1})^2 + 1}{2 \cdot \left( \sqrt[n+1]{\frac{s_{K0}}{s_{Ke}}} \right) (\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1})}$	$\lambda_2 = \frac{\left( \sqrt[n]{\frac{s_{Ke}}{s_{K1}}} \right)^2 (\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1})^2 + 1}{2 \cdot \left( \sqrt[n]{\frac{s_{Ke}}{s_{K1}}} \right) (\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1})}$
Проверка условий для найденного момента переключения	$M_1 = \frac{M_K}{\lambda_1}$ ; $M_1 < (0.8 \div 0.9)M_K$	$M_2 = \frac{M_K}{\lambda_2}$ ; $M_2 > (1.1 \div 1.2)M_c$
Критические скольжения на пусковых ступенях	$s_{Ki} = s_{Ke} \left( \frac{\lambda_1 - \sqrt{\lambda_1^2 - 1}}{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 1}} \right)^{n+1-i}$ , $i$ – номер пусковой ступени, $i = 1 \dots n$	
Сопротивления: полные ( $R_i$ ) и ступеней ( $r_i$ )	$R_i = r_p \frac{s_{Ki}}{s_{Ke}}$ ; $r_i = R_i - R_{(i+1)}$ .	

Сравним результаты расчета сопротивлений, полученные по упрощенной аналитической методике (с плюсом семейства характеристик в точке идеального х.х. – как у ДПТ с НВ) и по разработанной методике на примере АД с параметрами МХ  $s_{Ke} = 0,3$ ,  $M_K = 2,5M_n$  для нормального пуска в 3 ступени ( $n = 3$ ) с  $M_2 = M_n$ . Наклон линеаризованной естественной МХ задаем точкой ( $2M_K$ ;  $s_{Ke}$ ). В результате получим:  $M_1 = 2.021M_n$ ,  $r_1 = 4.166r_p$ ,  $r_2 = 2.062r_p$ ,  $r_3 = 1.021r_p$ . По предложенной методике  $M_1 = 1.777M_n$ ,  $r_1 = 3.993r_p$ ,  $r_2 = 1.997r_p$ ,  $r_3 = 0.999r_p$ . Сравнивая значения сопротивлений видим, что точная методика дает меньшие их значения. Различие в значениях сопротивлений, рассчитанных по двум методикам, не превышает 5%.

**Вывод.** Используя упрощенную формулу Клосса получены выражения для моментов переключения при многоступенчатом пуске АД с фазным ротором. Разработаны методики аналитического расчета пусковых сопротивлений в цепи ротора для нормального и форсированного вариантов пуска с учетом нелинейности механической характеристики асинхронного двигателя.

**Практическое применение.** Более точный расчет сопротивлений, по сравнению с приближенными методами, практически мало применим т.к. сами сопротивления устанавливаются с 10-15% отклонением. В настоящее время, при практически повсеместном применении управляемых преобразователей для обеспечения динамических режимов двигателя, актуальность аналитического метода расчета сопротивлений довольно сомнительна. Однако с точки зрения теории электропривода данный материал представляет определенный интерес. Данная статья может быть полезна при изучении курса «Теория электропривода» хотя бы потому, что в ней показано, что аналитический расчет сопротивлений в цепи ротора с учетом нелинейности МХ АД в принципе возможен и существуют методики такого расчета.

**Список литературы:** 1. Вешневский С.Н. Характеристики двигателей в электроприводе / С.Н. Вешневский. – М.: Энергия, 1977. – 432 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Veshenevskij S.N. *Harakteristiki dvigatelej v elektroprivode*. Moscow: Energiya, 1977. Print.

Поступила (recieved) 30.06.2015