

**Б. І. ПРИЙМАК**, канд. техн. наук, доц., НТУУ «КПІ»

## ВЛАСТИВОСТІ АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ З МАКСИМІЗАЦІЄЮ МОМЕНТА У ЗОНІ ВИСОКИХ ШВИДКОСТЕЙ РОТОРА

**Вступ.** У багатьох виробничих механізмах, таких як металообробні верстати, електромобілі, трамваї, тролейбуси тощо, асинхронні електроприводи (АЕП) з векторним керуванням повинні працювати як на нижчих, так і на значно вищих від номінальної швидкостях ротора. На високих швидкостях, де обмежується амплітуда напруги живлення асинхронного двигуна (АД), стандартним законом зміни потокозчеплення ротора є зворотно пропорційна залежність від швидкості двигуна [1]. Але цей закон не забезпечує повноцінне використання енергетичних ресурсів привода, чого можна досягти за рахунок екстремального керування.

На сьогодні відомо чимало робіт [2-4], де розглядається проблема поліпшення характеристик АЕП у зоні високих швидкостей двигуна. Серед недоліків цих робіт є використання моделі АД без врахування нелінійності магнітного кола чи втрат потужності у залізі. В праці [5] для розширеної моделі АД отримано граничні характеристики при максимізації моменту та показано істотне зростання переважувальної здатності привода. Проте на сьогодні не всі властивості АЕП з екстремальним керуванням моментом двигуна є достатньо вивченими, зокрема потребує дослідження питання точності визначення швидкості, що розмежує зони номінального та оптимального потокозчеплення ротора.

**Метою роботи** є дослідження властивостей АЕП з оптимальним щодо максимізації електромагнітного моменту формуванням потокозчеплення ротора на високих швидкостях обертання при врахуванні обмежень струму та напруги живлення статора.

**Матеріали дослідження.** Короткозамкнений АД у зорієнтованих за вектором потокозчеплення ротора  $\bar{\Psi}_r$  координатах  $(d, q)$  при врахуванні втрат у залізі і кривої намагнічування можна описати системою диференціальних рівнянь [5]

$$\begin{aligned} dI_{sd}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[ -(R_s + R_z)I_{sd} - R_z L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{rd} + T_z^{-1} L_r L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md} + U_{sd} \right] + \omega_0 I_{sq}; \\ dI_{sq}/dt &= L_{s\sigma}^{-1} \left[ -(R_s + R_z)I_{sq} + T_z^{-1} L_r L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{mq} + U_{sq} \right] - \omega_0 I_{sd}; \\ d\Psi_{rd}/dt &= T_{r\sigma}^{-1} (-\Psi_{rd} + \Psi_{md}); \\ d\Psi_{md}/dt &= R_z \left( I_{sd} + \Psi_{rd}/L_{r\sigma} - L_r L_m^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{md} \right) + \omega_0 \Psi_{mq}; \\ d\Psi_{mq}/dt &= R_z \left( I_{sq} - L_r L_m^{-1} L_{r\sigma}^{-1} \Psi_{mq} \right) - \omega_0 \Psi_{md}; \\ d\omega/dt &= J^{-1} (M - M_L), \end{aligned} \quad (1)$$

де змінними є компоненти узагальнених векторів напруги статора  $\bar{U}_s$ , струму статора  $\bar{I}_s$ , потокозчеплення ротора  $\bar{\Psi}_r$ ; головного потокозчеплення  $\bar{\Psi}_m$ ;  $\omega_0$  – швидкість обертання координат  $(d, q)$ ;  $z_p$  – кількість пар полюсів;  $\omega$  – швидкість ротора;  $R_s, R_r$  – активні опори фаз статора та ротора;  $R_z = R_z(\omega_0, \omega)$  – еквівалентний опір, що відображає втрати потужності у залізі машини;  $L_m = L_m(\Psi_m)$  – взаємна індуктивність;  $L_{s\sigma}, L_{r\sigma}$  – індуктивності від полів розсіювання;  $L_r = L_m + L_{r\sigma}$ ,  $T_{r\sigma} = L_{r\sigma}/R_r$ ,  $T_z = L_m/R_z$ ;  $M, M_L$  – моменти двигуна та навантаження відповідно;  $J$  – сумарний момент інерції. Враховуючи те, що в зорієнтованих координатах  $\Psi_{rd} = |\bar{\Psi}_r| \equiv \Psi_r$ , електромагнітний момент двигуна та швидкість координат в (1) обчислюються як

$$M = 1.5z_p L_{r\sigma}^{-1} \Psi_r \Psi_{mq}, \quad \omega_0 = z_p \omega + \Psi_{mq}/(T_{r\sigma} \Psi_r). \quad (2)$$

Насичення магнітопроводу в (1) враховується за рахунок нелінійної функції  $L_m = L_m(\Psi_m)$ , отриманої на основі кривої намагнічування двигуна та апроксимованої поліноміальним виразом

$$L_m = L_{mn} \sum_{i=0}^k a_i \Psi_m^{k-i}, \quad (3)$$

де  $a_i$  – коефіцієнти полінома;  $k$  – степінь полінома;  $L_{mn}$  – номінальне значення взаємної індуктивності (індексом “n” нижче позначатимуться номінальні значення величин);  $\Psi_m = |\bar{\Psi}_m|$ .

Магнітний опір можна визначати за виразом [6]

$$R_z = \left( K_h (1 + |s|)/f_0 + K_e (1 + s^2) \right)^{-1}, \quad (4)$$

де  $K_h, K_e$  – коефіцієнти втрат від гістерезису та вихрових струмів;  $f_0 = |\omega_0|/2\pi$  – частота живлення АД;  $s = (\omega_0 - z_p \omega)/\omega_0$  – ковзання двигуна.

Опис (1)-(4) слід доповнити існуючими в АЕП обмеженнями модуля вектора напруги статора  $U_s = |\bar{U}_s|$  на рівні номінальної напруги двигуна  $U_{sn}$  та модуля вектора струму статора  $I_s = |\bar{I}_s|$  на рівні  $I_{max}$  у вигляді

$$0 \leq U_s \leq U_{sn}; \quad 0 \leq I_s \leq I_{max}. \quad (5)$$

Стандартний закон формування модуля вектора потокозчеплення ротора має вигляд

$$F_{st}(\omega) = \begin{cases} \Psi_m & \text{при } |\omega| \leq \omega_n, \\ \Psi_m \omega_n / |\omega| & \text{при } |\omega| > \omega_n. \end{cases} \quad (6)$$

Отже задача оптимізації електромагнітного момента двигуна на високих швидкостях ротора формується наступним чином: для АД з описом (1)-(4) при врахуванні обмежень (5) за критерієм  $M \Rightarrow \max$  для швидкостей  $0 \leq \omega \leq \omega_{max}$ , де  $\omega_{max}$  – максимально допустима швидкість двигуна, знайти оптимальний закон формування потокозчеплення ротора в рушійному режимі, а для швидкостей  $-\omega_{max} \leq \omega \leq 0$  – в режимі рекуперативного гальмування (у генераторному режимі).

Враховуючи високий порядок та суттєву нелінійність опису (1)-(5), очевидно, що точно дану задачу оптимізації можна розв'язати лише чисельно. У числових дослідженнях в статті використано типовий чотириполюсний АД потужністю 1,5 кВт, номінальні дані якого подані у табл. 1.

Таблиця 1 – Номінальні дані АД потужністю 1,5 кВт

1500 Вт	380/220 В	3,56 А	50 Гц	1413 об/хв	$\cos\varphi=0,83$
$R_s = 6,46$ Ом	$R_r = 3,87$ Ом	$R_z = 1380$ Ом	$L_s = 0,389$ Гн	$L_r = 0,398$ Гн	$L_m = 0,374$ Гн

Оптимальне потокозчеплення ротора  $\Psi_r = F_{opt}^m(\omega)$  для опису (1)-(5) отримано за допомогою генетичного алгоритму числової оптимізації. На рис. 1 зображені статичні характеристики АД при стандартному, а на рис. 2 – при оптимальному законах формування потокозчеплення ротора для  $I_{max} = 1,5I_{sn}$ , де змінні нормовані відносно своїх номінальних значень і вимірюються у відносних одиницях (в.о.).

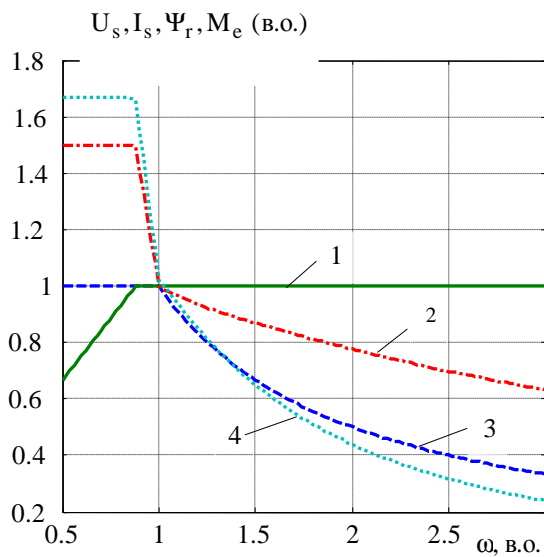


Рисунок 1 – Характеристики АД при стандартному формуванні потокозчеплення ротора  $\Psi_r = F_{st}(\omega)$ : 1 –  $U_s$ ; 2 –  $I_s$ ; 3 –  $\Psi_r$ ; 4 –  $M_e$ .

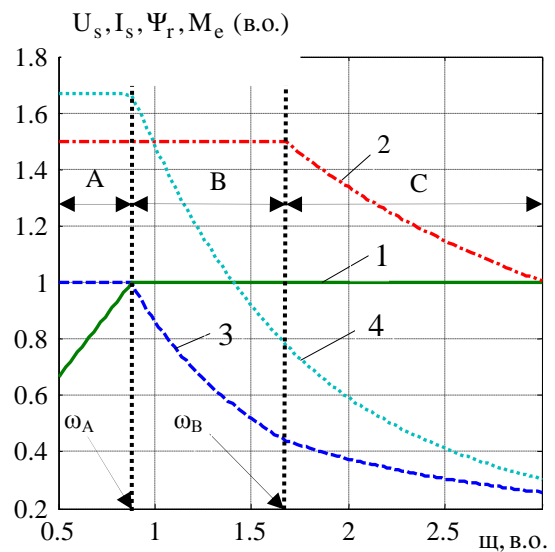


Рисунок 2 – Характеристики АД при оптимальному формуванні потокозчеплення ротора  $\Psi_r = F_{opt}^m(\omega)$ : 1 –  $U_s$ ; 2 –  $I_s$ ; 3 –  $\Psi_r$ ; 4 –  $M_e$ .

Аналізуючи рис. 2 варто відмітити, що за обмеження напруги та струму живлення двигуна доцільно розглядати не дві (як це робиться у класичній теорії електропривода), а три зони регулювання швидкості, які можна назвати зонами А, В і С. Межовим значенням швидкості для зон А та В є швидкість, при якій напруга статора сягає свого обмеження, а для зон В та С – коли струм статора перестає обмежуватися. На рис. 2 ці межові швидкості позначено відповідно як  $\omega_A$  та  $\omega_B$ . Отже зоні А відповідають швидкості  $0 \leq \omega \leq \omega_A$ , зоні В –  $\omega_A < \omega \leq \omega_B$ , а зоні С –  $\omega_B < \omega \leq \omega_{max}$ . Важливим є те, що в кожній із вказаних зон швидкості причини обмеження електромагнітного момента двигуна є різними.

Зокрема, в зоні А максимальний момент двигуна визначається обмеженням струму статора, в зоні В – обмеженнями як струму так і напруги статора, а в зоні С – лише обмеженням напруги статора.

На рис. 3 подані графіки стандартного та оптимальних законів формування потокозчеплення для двох значень  $I_{max}$ . Ці графіки засвідчують, що для різних значень обмеження струму статора залежності  $\Psi_r = F_{opt}^m(\omega)$ , а, відповідно, і досягнутий максимальний момент двигуна відрізняються між собою лише в зоні швидкості В. Для оцінювання ефекту від оптимізації було обчислено показник оптимальності моменту двигуна  $k_\mu$ , що є відношенням оптимізованого до не оптимізованого моментів АД (рис. 4). Згідно з рис. 4, завдяки оптимальному закону формування потокозчеплення момент АД в зоні високих швидкостей істотно зростає.

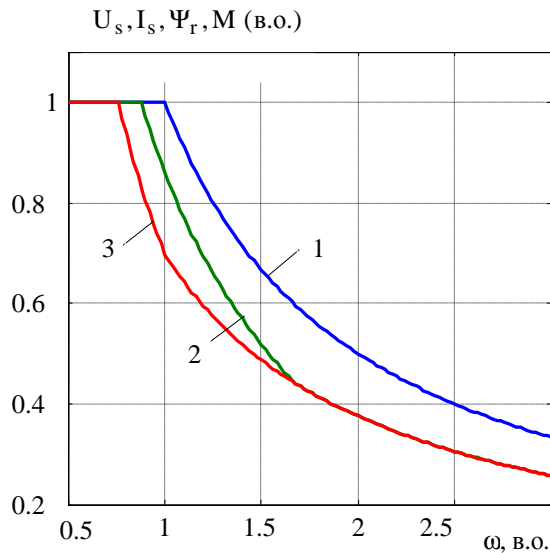


Рисунок 3 – Стандартний (крива 1) та оптимальні (криві 2, 3) закони формування потокозчеплення: (2 –  $I_{max} = 1,5I_{sn}$ ; 3 –  $I_{max} = 2I_{sn}$ ).

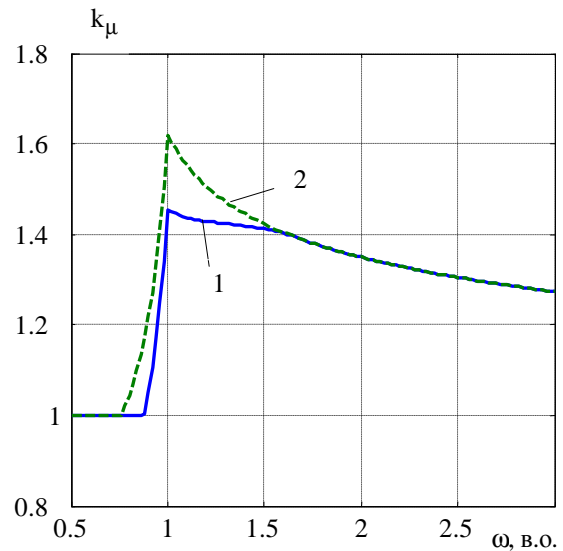


Рисунок 4 – Показник оптимальності моменту двигуна для  $I_{max} = 1,5I_{sn}$  (крива 1) та  $I_{max} = 2I_{sn}$  (крива 2).

Як зазначено вище, за наявності обмежень напруги та струму статора АД існують три зони регулювання його швидкості. Ці зони відокремлюються між собою відповідно двома межовими швидкостями –  $\omega_A$  та  $\omega_B$  (рис. 2). Перша межа швидкості  $\omega_A$  відіграє важливу роль, оскільки при максимізації електромагнітного моменту саме з неї треба починати зниження магнітного потоку АД. Вище ця швидкість визначалася при числовому отриманні оптимального потокозчеплення двигуна. Проте для задач аналізу властивостей АЕП з максимізацією моменту та для налаштування параметрів алгоритму екстремального векторного керування корисно мати аналітичний вираз для визначення  $\omega_A$ . Щоб віднайти такий вираз, використаємо опис ідеалізованого АД [1], де магнітне коло вважається лінійним, а втрати в залізі не враховуються.

Усталені електромагнітні процеси ідеалізованого АД у зорієнтованих за  $\bar{\Psi}_r$  координатах (d,q) описуються системою рівнянь

$$\begin{aligned} U_{sd} &= R'_s I_{sd} - \omega_0 L'_s I_{sq} - K_r \Psi_r / T_r ; \\ U_{sq} &= R'_s I_{sq} + \omega_0 L'_s I_{sd} + K_r \Psi_r z_p \omega ; \\ \Psi_r &= L_m I_{sd} ; \\ \omega_0 &= z_p \omega + K_r R_r I_{sq} / \Psi_r , \end{aligned} \quad (7)$$

де  $L'_s = L_{s\sigma} + K_r L_{r\sigma}$ ;  $R'_s = R_s + K_r^2 R_r$ ;  $K_r = L_m / L_r$ ;  $L_m = L_{mn}$ . На модулі векторів струму та напруги статора двигуна накладені обмеження

$$I_{sd}^2 + I_{sq}^2 \leq I_{max}^2 ; \quad U_{sd}^2 + U_{sq}^2 \leq U_{max}^2 . \quad (8)$$

Межове значення швидкості  $\omega_A$  фізично відповідає досягненню напругою статора рівня обмеження при обмеженні струму. В цьому разі виконуватимуться наступні умови:  $I_{sd}^2 + I_{sq}^2 = I_{max}^2$ ;  $U_{sd}^2 + U_{sq}^2 = U_{max}^2$ ;  $\Psi_r = \Psi_m$ . За таких умов з (7) отримаємо вираз для моментної складової струму статора

$$I_{sq} = \pm \sqrt{I_{max}^2 - \Psi_m / L_m}, \quad (9)$$

а також наступне квадратичне рівняння для значення швидкості  $\omega = \omega_A$ :

$$a_0 \omega_A^2 + a_1 \omega_A + a_2 = 0, \quad (10)$$

де  $a_0 = b_2^2 + c_2^2$ ,  $a_1 = -2(c_1 c_2 - b_1 b_2)$ ,  $a_2 = b_1^2 + c_1^2 - U_{max}^2$ ,  $b_1 = \Psi_r (R'_s / L_m - K_r / T_r) - L'_s K_r R_r I_{sq}^2 / \Psi_r$ ,  $b_2 = -z_p L'_s I_{sq}$ ,  $c_1 = -(R'_s + L'_s / T_r) I_{sq}$ ,  $c_2 = z_p (L'_s / L_m + K_r) \Psi_r$ .

Розв'язок рівняння (10) має вигляд

$$\omega_A = \left( -a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2} \right) / 2a_0 \quad (11)$$

Формула (11) дозволяє визначати межу швидкості  $\omega_A$  як у рушійному режимі АЕП, так і в генераторному режимі. Для цього в першому разі у (9) слід брати додатні значення, а в другому – від'ємні.

За (11) при  $U_{max} = U_{sn}$  були розраховані залежності  $\omega_A(I_{max})$  для двигуна потужністю 1,5 кВт, дані якого наведені в табл. 1, та для типового 4-х полюсного АД потужністю 30 кВт. Ці залежності представлені відповідно на рис. 5 та 6, де криві 1 отримані для рушійного режиму, а криві 2 – для режиму рекуперативного гальмування.

Аналізуючи наведені на рис. 5, 6 графіки, можна зауважити деякі характерні ознаки. Для рушійного режиму роботи двигунів швидкості  $\omega_A$  при зростанні  $I_{max}$  монотонно спадає за близькими до лінійної залежностями. Причому інтенсивність спадання  $\omega_A$  більша для двигуна меншої потужності. Лише при обмеженні струму статора на рівні номінального  $I_{max} = I_{sn}$  межу швидкості дорівнює номінальній  $\omega_A = \omega_n$ , що відповідає стандартному закону формування потокозчеплення. Для генераторного режиму двигунів швидкість  $\omega_A$  при зростанні  $I_{max}$  змінюється за певними нелінійними залежностями. Що стосується взаємної віддаленості між кривими  $\omega_A(I_{max})$  для рушійного та генераторного режимів роботи, то вона значно більша для двигуна потужністю 1,5 кВт, ніж для АД потужністю 30 кВт.

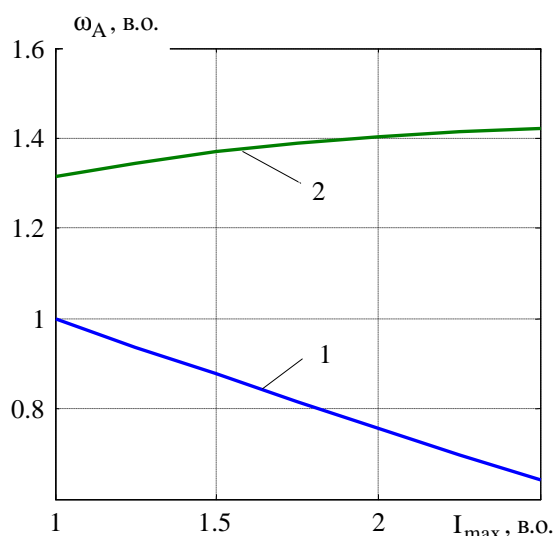


Рисунок 5 – Залежності швидкості  $\omega_A(I_{max})$  для рушійного (крива 1) та генераторного (крива 2) режимів АД потужністю 1,5 кВт.

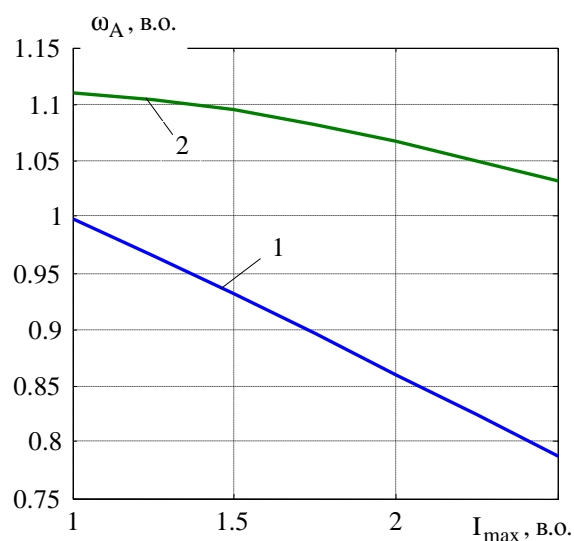


Рисунок 6 – Залежності швидкості  $\omega_A(I_{max})$  для рушійного (крива 1) та генераторного (крива 2) режимів АД потужністю 30 кВт.

Варто відмітити, що отримана формула (11) відрізняється від відомого аналогу [4] кращою точністю. Це пояснюється тим, що у зазначеному аналогу знехтувано активним опором статора –  $R_s = 0$ . У цьому зв'язку корисно оцінити рівень помилок при визначенні межевої швидкості, до яких призводить нехтування активним опором статора двигуна. Відносна помилка межевої швидкості обчислюється як

$$\delta \omega_A = (\tilde{\omega}_A - \omega_A) / \omega_A, \quad (12)$$

де  $\omega_A$  – значення межевої швидкості, отримане власне за виразом (11),  $\tilde{\omega}_A$  – значення межевої швидкості, отримане за виразом (11) при  $R_s = 0$ .

За (12) були розраховані залежності помилки межевої швидкості від максимально допустимого струму статора  $\delta \omega_A(I_{max})$  для двигунів потужністю 1,5 кВт та 30 кВт. Ці залежності представлені відповідно на рис. 5

та 6, де криві 1 отримані для рушійного режиму двигунів, а криві 2 – для режиму рекуперативного гальмування. Аналіз наведених на цих рисунках графіків дозволяє зазначити наступне.

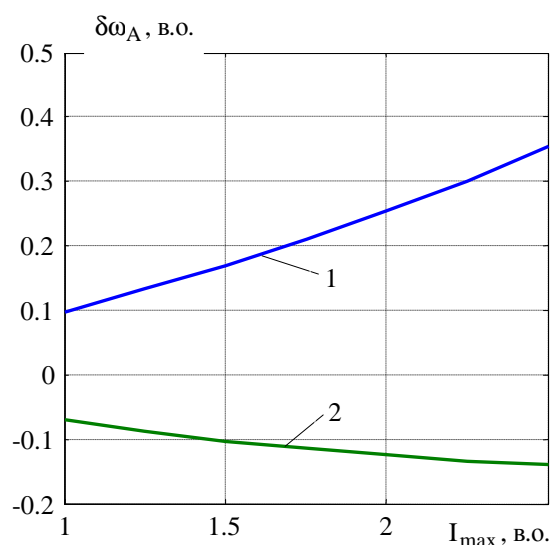


Рисунок 5 – Залежності помилки  $\delta\omega_A(I_{max})$  для рушійного (крива 1) та генераторного (крива 2) режимів АД потужністю 1,5 кВт.

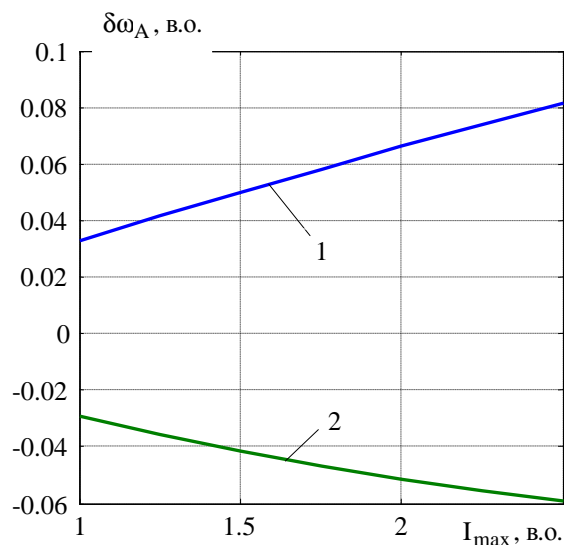


Рисунок 6 – Залежності помилки  $\delta\omega_A(I_{max})$  для рушійного (крива 1) та генераторного (крива 2) режимів АД потужністю 30 кВт.

Абсолютні значення відносних помилок межевої швидкості для обох АД монотонно зростають при збільшенні  $I_{max}$ , причому їх величина та інтенсивність зростання є більшими для рушійного режиму ніж для генераторного. Для АД потужністю 1,5 кВт помилки сягають досить істотних значень – 14% у генераторному та 35% у рушійному режимах при  $I_{max} = 2,5I_{sn}$ . Для двигуна потужністю 30 кВт помилки зменшуються і сягають 6% у генераторному та 8% у рушійному режимах.

Отже, врахування активного опору статора у виразі (11) дозволяє уникнути помилок визначення межевої швидкості  $\omega_A$ , рівень яких може сягати десятків відсотків для АД малої потужності та одиниць відсотків для двигунів великої потужності.

**Висновки.** 1) Застосування оптимального закону формування потокозчеплення ротора уможливило істотне збільшення моменту АД в зоні високих швидкостей. 2) Залежності межевої швидкості, що розділяє зони номінального та оптимального потокозчеплення ротора, від максимального струму статора є більш віддаленими в рушійному та генераторному режимах для двигунів малої потужності, ніж для великої. 3) Врахування опору статора в отриманому аналітичному виразі для межевої швидкості дозволяє суттєво зменшити помилки її визначення, причому для двигунів малої потужності більшою мірою, ніж для великої.

**Список літератури:** 1. Leonhard W. Control of electrical drives, Springer Verlag, 1985. – 346 p. 2. Bodson M., Chiasson J.N., Novotnak R.T. A systematic approach to selecting flux references for torque maximization in induction motors // IEEE Trans. on Control Sys.Technol., Vol. 3, No. 4, 1995, pp. 388 -397. 3. Wieser R.S. Optimal rotor flux regulation for fast accelerating induction machines in the field weakening region / Proc. IEEE Ind. Applicat. Soc. Annu. Meeting IAS, 1997, Vol.1, pp. 401-409. 4. Lim S., Nam K. Loss-minimizing control scheme for induction motors, Proc. Inst. Elect. Eng., Vol. 151, No. 4., 2004, pp. 385-397. 5. Приймак Б.І. Максимізація моменту асинхронного двигуна в зоні високих швидкостей ротора за допомогою генетичного алгоритму / Б.І. Приймак // Вісник Нац. техн. ун-ту "Харківський політехн. ін-тут". Темат. вип. «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика». № 36. 2013. – С. 493-494. 6. Приймак Б.І. Математичні моделі асинхронної машини з врахуванням втрат у залізі / Б.І. Приймак // Праці Ін-ту електродинаміки НАН України. – 2005. – № 3 (12). – С. 60-66.

**Bibliography (transliterated):** 1. Leonhard, W. "Control of electrical drives." Springer Verlag, 1985. Print. 2. Bodson, M., Chiasson, J.N. and Novotnak, R.T. "A systematic approach to selecting flux references for torque maximization in induction motors." IEEE Trans. on Control Sys.Technol. 3.4 (1995): 388 -397. Print. 3. Wieser, R.S. "Optimal rotor flux regulation for fast accelerating induction machines in the field weakening region." Proc. IEEE Ind. Applicat. Soc. Annu. Meeting IAS 1 (1997): 401-409. Print. 4. Lim, S., Nam, K. "Loss-minimizing control scheme for induction motors." Proc. Inst. Elect. Eng. 151.4. (2004): 385-397. Print. 5. Pryymak, B. "Maksimizatsiya momenta asinhronnogo dviguna v zoni visokih shvidkostey rotora za dopomogoyu genetichnogo algoritmu." Visnik Nats. tehn. un-tu "Harkivskiy politehn. In-tut". Temat. vip. «Problemi avtomatizovanogo elektroprivoda. Teoriya i praktika», Kharkiv, Ukraine. 36 (2013): 493-494. Print. 6. Pryymak, B. "Matematichni modeli asinhronnoyi mashini z vrahuvannyam vtrat u zalizi." Pratsi In-tu elektrodinamiki NAN Ukraini, Kyiv, Ukraine, 3 (2005): 60-66. Print.

Надійшла (received) 20.07.2015