УДК 681.51

А. В. САДОВОЙ, д-р техн. наук, проф., проректор по научной работе ДГТУ, Днепродзержинск;
Ю. В. СОХИНА, канд. техн. наук, доц. ДГТУ, Днепродзержинск

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ПРИНЦИП СИММЕТРИИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ РЕГУЛЯТОРОВ

Введение. В 1960 году практически одновременно были опубликованы статьи А.М. Летова [1] – [3] и Р. Калмана [4], посвященные определению методами математического анализа алгоритмов управления, оптимальных в смысле минимума принятых априори интегральных квадратичных критериев качества, или по терминологии А.М. Летова решению задачи аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР). Эти статьи послужили основой многочисленных работ, посвященных АКОР в различных постановках и опубликованных на протяжении длительного периода времени. Одновременно с этим развивается концепция известных со времен И. Ньютона, Ж. Лагранжа, А. Пуанкаре обратных задач динамики применительно к системам автоматического управления, одной из составляющих которой является принцип симметрии [5].

Задача АКОР в постановке Летова-Калмана может быть решена только численно и не имеет строгого аналитического решения в общем виде, что затрудняет анализ общих свойств синтезированных систем. Кроме того при АКОР традиционно полагают критерии оптимальности априорно заданными, оставляя выбор вида оптимизирующего функционала и его коэффициентов за пределами этой задачи, поэтому полученные управляющие воздействия являются оптимальными лишь в смысле минимума назначенного функционала, минимизация которого не гарантирует достижения желаемых прямых показателей качества процесса управления. В связи с этим весьма актуальными являются вопросы выбора таких интегрантов оптимизирующих функционалов, которые гарантировали бы синтезированным системам вполне определенные наперед заданные динамические и статические свойства.

Постановка задачи. Настоящая статья посвящена установлению однозначной связи между параметрами объекта управления, видом и весовыми коэффициентами интегральных функционалов, прямыми показателями качества процессов управления и функциями Ляпунова замкнутых электромеханических систем, синтезированных в результате решения задачи АКОР.

Материалы исследования. Рассмотрим синтез системы управления, обеспечивающей движение изображающей точки по назначенной траектории, как решение обратной задачи динамики. Пусть движение управляемого объекта подчиняется дифференциальным уравнениям

$$p y_i = \sum_{k=1}^{n} b_{ik} y_k + m_n u\,,\ \left(i=1,\ldots,n\right). \qquad (1)$$

Система n уравнений (1) может быть приведена к одному дифференциальному уравнению n-го порядка

$$\sum_{k=0}^{n} a_k p^k y_1 = m_n u\ . \qquad (2)$$

Требуется определить управляющее воздействие u, которое обеспечит движение координаты $y_1(t)$ по траектории $y_1^*(t)$. В соответствии с основной идеей обратных задач динамики определим управляющее воздействие из уравнения (2)

$$u = m_n^{-1} \sum_{k=0}^{n} a_k p^k y_1(t)\ . \qquad (3)$$

Подставим в (3) вместо текущего значения переменной $y_1(t)$ ее желаемое значение $y_1^*(t)$

$$u^* = m_n^{-1} \sum_{k=0}^{n} a_k p^k y_1^*(t)\ . \qquad (4)$$

Из выражения (4) следует, что искомое управляющее воздействие может быть найдено как функция времени в результате выполнения конечного числа операций: дифференцирования, сложения, умножения и т.д.

На основании соотношения (4) формулируются общие положения определения управляющих воздействий, обеспечивающих движение системы по назначенной траектории. Из сопоставления выражений (2) и (4) следует, что операции формирования искомого управления обратны соответствующим операциям, определяющим структуру математической модели управляемого объекта. Интегрированию в математической модели объекта соответствует дифференцирование в алгоритме управления, суммированию соответствует вычитание, умножению – деление. В конечном итоге выходная u^* и входная $y_1^*(t)$ переменные структурной схемы алгоритма управления представляют собой соответствующие обращенные переменные u, y_1 математической модели управляемого объекта. Таким образом, структурная схема управляющей части системы может быть получена на основании структурной схемы объекта управления в результате обращения операций и соответствующих переменных [5].

Иными словами, передаточная функция управляющей части системы обратна передаточной функции управляемого объекта. В результате этого эквивалентная передаточная функция рассматриваемой разомкнутой системы равна единице, что определяет условие идеального воспроизведения заданной траектории движения $y_1 = y_1^*$. Такое условие оказывается реализуемым лишь в том случае, когда имеет место сокращение нулей и полюсов передаточных функций объекта управления $W_0(p)$ и управляющего устройства $W_y(p)$. Отсюда следует, что воспроизведение заданных траекторий движения в разомкнутых системах, построенных на основании принципа симметрии, возможно лишь для стационарных объектов с замороженными параметрами при отсутствии внешних возмущений. Для реальных электромеханических объектов рассмотренный принцип управления в разомкнутой системе лишен смысла.

Осуществим замыкание системы, включив в ее состав усилительный элемент с коэффициентом передачи g. В результате получим структурную схему, изображенную на рис. 1.

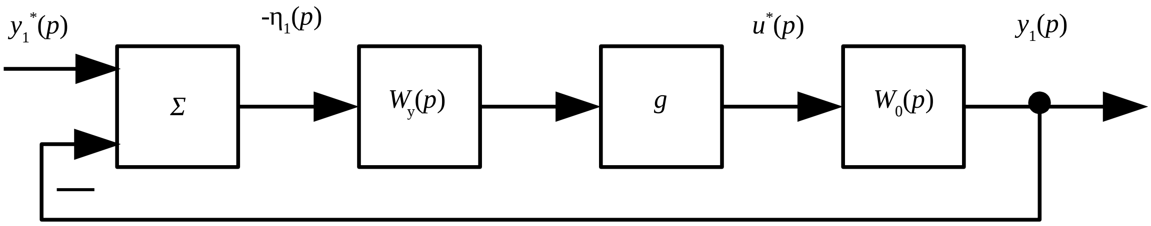

Рис.1 – К построению замкнутой системы

Передаточная функция такой системы

$$\Phi(p) = \frac{y_1(p)}{y_1^*(p)} = \frac{gW_y(p)W_0(p)}{1 + gW_y(p)W_0(p)} \qquad (5)$$

при соблюдении условия $W_y(p) = \dfrac{1}{W_o(p)}$ примет вид

$$\Phi(p) = \frac{y_1(p)}{y_1^*(p)} = \frac{g}{1+g}\,. \qquad (6)$$

Выражение (6) свидетельствует о том, что использование свойств симметрии теоретически позволяет построить безынерционную замкнутую систему управления, а при $g \to \infty$ обеспечить равенство единице передаточной функции такой системы. Следовательно, управляющая часть системы должна полностью скомпенсировать собственную динамику объекта управления и обеспечить идеальное воспроизведение ступенчатого задающего воздействия. В реальных линейных электромеханических объектах это возможно лишь при наличии источника энергии неограниченной мощности, что является физически нереализуемым. Поэтому модифицируем замкнутую систему, структурная схема которой приведена на рис.1, путем введения в ее состав интегрирующего звена, способствующего формированию реально достижимых предельных динамических характеристик в замкнутом состоянии и обеспечивающего в случае необходимости устранение статической ошибки при ограниченном коэффициенте усиления. Кроме того, учтем ограничение предельного значения управляющего воздействия путем включения в соответствующее место прямого канала усиления системы функции ограничения sat (saturation). В результате получим систему, структурная схема которой приведена на рис. 2. В такой системе управляющее воздействие $u(p)$, непосредственно поступающее на вход объекта управления, равно оптимальному управлению $u^*(p)$, если $u^*(p)|\leq 1$ и $u(p)=\pm 1$ в противном случае.

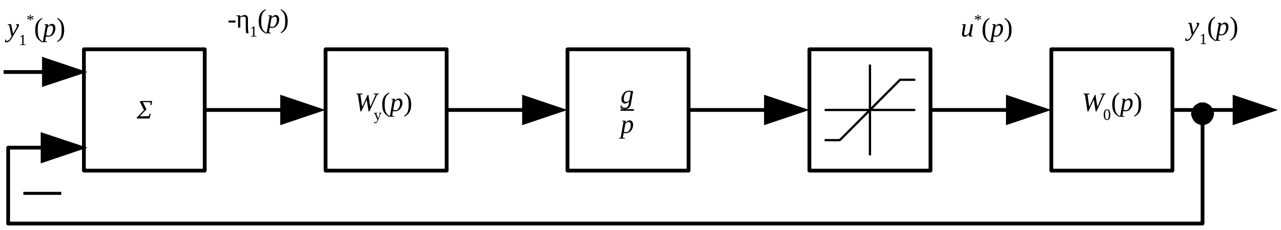

Рис. 2 – Система с интегральной составляющей

Рассмотрим передаточную функцию замкнутой системы когда $u(p) = u^*(p)$, т.е. когда управляющее воздействие на входе объекта не достигло уровня ограничения

$$\Phi(p) = \frac{y_1(p)}{y_1^*(p)} = \frac{\dfrac{g}{p}W_y(p)W_0(p)}{1 + \dfrac{g}{p}W_y(p)W_0(p)}\,. \qquad (7)$$

При соблюдении условия $W_y(p)=\frac{1}{W_o(p)}$ передаточная функция (7) преобразуется к виду

$$\Phi(p)=\frac{y_1(p)}{y_1^*(p)}=\frac{1}{\frac{1}{g}p+1}\ . \tag{8}$$

Иными словами, замкнутая система автоматического управления (САУ) эквивалентна апериодическому звену первого порядка с постоянной времени $T = 1 / g$.

При подаче на вход системы ступенчатого задающего воздействия y_1^* достаточно большой амплитуды движение ее будет происходить по двум отрезкам фазовых траекторий. В начальный момент под действием значительного по абсолютной величине воздействия y_1^* произойдет насыщение регулятора и система управления будет работать как разомкнутая с максимально допустимым управляющим воздействием $u = 1$. Траектория движения выходной переменной y_1 при этом определяется исключительно динамическими параметрами объекта управления и уровнем ограничения управляющего воздействия. По мере разгона системы ошибка η_1 начнет снижаться до тех пор, пока u^* не станет равным единице. В этот момент произойдет замыкание системы и дальнейшее движение будет осуществляться по экспоненте $\exp\left(\frac{1}{g}t\right)$ в соответствии с передаточной функцией (8) до тех пор, пока ошибка η_1 не станет равной нулю. Таким образом, выбором коэффициента усиления регулятора g можно обеспечить протекание переходного процесса перевода системы из начального положения $\eta_1(0)$ в начало координат $\eta_1=0$ на конечной стадии с требуемой интенсивностью. Если же задающее воздействие $y_1^*(t)$ как функция времени представляет собой воспроизводимую траекторию, при отработке которой на любом участке управляющее воздействие $u_1^*(t)$ не достигает уровня ограничения, то размыкание системы не происходит и она ведет себя как астатическая система первого порядка. Идеальное воспроизведение таких невозмущенных движений с нулевой ошибкой может быть осуществлено в скользящем режиме, когда g = ∞, а функция sat трансформируется в функцию sign.

Такой подход к синтезу алгоритмов управления при определенных условиях полностью соответствует решениям задачи аналитического конструирования регуляторов. Покажем это на примере объекта управления произвольного порядка, движение которого описывается нормальной системой дифференциальных уравнений в форме Коши

$$py_i=\sum_{k=1}^{n} b_{ik}y_k+m_n u\ ,\ \ (i=1,2,\ldots,n)\ , \tag{9}$$

где y_k, u – переменные состояния и управляющее воздействие в относительных единицах; b_{ik}, m_n – постоянные коэффициенты. Преобразуем систему (3.19) к форме Фробениуса

$$\begin{gathered} p\,\hat{y}_i=\hat{y}_{i+1},\ \ i=1,2,\ldots,n-1;\\ p\,\hat{y}_n=\sum_{i=1}^{n}-a_i\,\hat{y}_i+M_n\,u. \end{gathered} \tag{10}$$

Необходимо отметить, что в системе (10) $\hat{y}_1,\ldots,\hat{y}_n$ – это некие фиктивные координаты, введенные в систему преднамеренно, причем некоторые из них могут совпадать с реальными фазовыми координатами объекта управления. В данном случае $\hat{y}_1$ совпадает с y_1. Системы (9) и (10) описывают движение одного и того же объекта в различных фазовых пространствах.

Последнее уравнение системы (10) можно записать в виде

$$p^n\,\hat{y}_1=-a_1\,\hat{y}_1-a_2\,p\,\hat{y}_1-a_3 p^2\,\hat{y}_1-\ldots-a_n\,p^{n-1}\,\hat{y}_1+M_n u\ , \tag{11}$$

выразив все слагаемые в левой и правой части через производные выходной координаты, т.к. для системы (10)

$$\hat{y}_2=p\,\hat{y}_1\,,\hat{y}_3=p^2\,\hat{y}_1,\ldots,\hat{y}_n=p^{n-1}\,\hat{y}_1,\,p\,\hat{y}_n=p^n\,\hat{y}_1\ .$$

Выражение (11) описывает динамику объекта с передаточной функцией

$$W_0(p)=\frac{y_1(p)}{u}(p)=\frac{M_n}{p^n+a_n p^{n-1}+\ldots+a_2\,p+a_1}\ . \tag{12}$$

Таким образом, коэффициенты a_i, (i=1,...,n) в последнем уравнении системы (10) являются коэффициентами характеристического полинома объекта управления (9).

В соответствии с изложенным выше модифицированным принципом симметрии и структурной схемой на рис. 2 определим управляющее воздействие

$$u=-sat\left[\frac{g}{M_n}\left(\frac{a_1}{p}+a_2+a_3\,p+\ldots+a_n\,p^{n-2}+p^{n-1}\right)\eta_1\right]\ . \tag{13}$$

Определим теперь оптимальное управление объектом (9) в результате решения задачи аналитического конструирования регуляторов, для чего опишем его динамику уравнениями возмущенного движения, соответствующими системе (10),

$$p\,\hat{\eta}_i=\hat{\eta}_{i+1}\,;\;\; i=1,2,\ldots,n-1\,;$$
$$p\hat{\eta}_n=\sum_{i=1}^{n}-a_i\eta_i+M_nU\,, \qquad (14)$$

где $\hat{\eta}_i=\hat{y}_i-\hat{y}_i^*,(i=1,\ldots,n)$ отклонения координат истинного движения системы (10) $\hat{y}_i$ от невозмущенного $\hat{y}_i^*$ U – стабилизирующее управление. Будем считать, что качество управления задано функционалом Летова

$$I=\int_0^{\infty}\left(\sum_{i,k=1}^{n}\hat{w}_{ik}\hat{\eta}_i\hat{\eta}_k+cU^2\right)dt\;, \qquad (15)$$

и найдем управление $U(\hat{\eta}_1,\ldots,\hat{\eta}_n)$, доставляющее минимум интегралу (15) на траекториях движения системы (14) из любого начального положения $\hat{\eta}_1(0),\ldots,\hat{\eta}_n(0)$ в начало координат $\hat{\eta}_1(\infty)=,\ldots,=\hat{\eta}_n(\infty)=0$. Составим основное функциональное уравнение Беллмана для системы (14) и функционала (15)

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_i}p\,\hat{\eta}_i+\sum_{i,k=1}^{n}\hat{w}_{ik}\hat{\eta}_i\hat{\eta}_k+cU^2=0\;,$$

или в развернутом виде

$$\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_1}\text{¿}\,\hat{\eta}_2+\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_2}\text{¿}\,\hat{\eta}_3+\ldots+\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_{n-1}}\hat{\eta}_n+$$
$$+\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_n}\left(-a_1\hat{\eta}_1-a_2\hat{\eta}_2-\ldots-a_n\hat{\eta}_n+M_nU\right)+\sum_{i,k=1}^{n}\hat{w}_{ik}\hat{\eta}_i\hat{\eta}_k+cU^2=0. \qquad (16)$$

Для определения искомого управления продифференцируем выражение (16) по U

$$M_n\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_n}+2cU=0\;,$$

Откуда

$$U=-\frac{M_n}{2c}\cdot\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{\eta}_n}\;. \qquad (17)$$

В алгоритме (17) $\hat{V}$ - функция Ляпунова - положительно определенная квадратичная форма

$$\hat{V}=\sum_{i,k=1}^{n}\hat{v}_{ik}\hat{\eta}_i\hat{\eta}_k,\;\; \hat{v}_{ik}=\hat{v}_{ki}\;. \qquad (18)$$

С учетом (18) оптимальное управление (17) принимает вид

$$U=-\frac{M_n}{c}\left(\hat{v}_{1n}\hat{\eta}_1+\hat{v}_{2n}\hat{\eta}_2+\ldots+\hat{v}_{nn}\hat{\eta}_n\right)\;. \qquad (19)$$

Учитывая то, что в реальных системах имеет место ограничение управляющего воздействия, и выразив переменные $\hat{\eta}_2,\ldots,\hat{\eta}_n$ через $\eta_1=\hat{\eta}_1$ в силу уравнений (14), окончательно получим

$$U=-sat\left[\frac{M_n}{c}\left(\hat{v}_{1n}+\hat{v}_{2n}p+\ldots\hat{v}_{nn}p^{n-1}\right)\eta_1\right]. \qquad (20)$$

Сопоставляя алгоритмы (13) и (20), можно увидеть, что за исключением интегральной составляющей a_1/p в (13) они имеют одинаковую структуру. Этот вывод позволяет сделать заключение о том, что решение задачи АКОР можно трактовать с позиций концепций обратных задач динамики, вытекающих из свойств симметрии систем автоматического управления. Такой подход к проблеме синтеза систем оптимального управления позволил разработать ряд простых вычислительных процедур определения структуры и параметров замкнутых систем, обладающих заданными динамическими и статическими показателями и свойствами низкой чувствительности к широкому спектру дестабилизирующих факторов.

Для синтеза алгоритма управления объектом (14) в виде (13) расширим фазовое пространство путем введения переменной состояния $\eta_0=\eta_1/p$, представляющей собой интеграл отклонения регулируемой переменной от желаемой траектории. Тогда управляющее воздействие

$$U=-sat\,\frac{M_n}{c}\sum_{i=0}^{n}v_{\text{in}}\eta_i=-sat\,\frac{g}{M_n}\left[\left(\frac{v_{0n}}{p}+v_{1n}+v_{2n}p+\ldots+v_{(n-1)n}p^{(n-2)}+v_{nn}p^{(n-1)}\right)\eta_1\right] \qquad (21)$$

минимизирует квадратичный функционал качества

$$I=\int_0^{\infty}\left(\sum_{i,k=0}^{n}w_{ik}\eta_i\eta_k+c_jU_j^2\right)dt\,,\;\; w_{ik}=w_{ki}\;, \qquad (22)$$

гарантируя при этом экспоненциальный характер управляемого движения регулируемой переменной $\eta_1=-\exp\left(\frac{c}{M_n^2}t\right)$ при ступенчатом изменении задающего воздействия $y_j^*=l(t)$ и обеспечивая системе астатические свойства за счет наличия в своем составе интегральной составляющей $\eta_0=\eta_1/p$. В алгоритме управления (21) v_i являются коэффициенты функции Ляпунова для замкнутой системы автоматического управления (САУ), которая представляет собой положительно определенную квадратичную форму

$$V(\eta)=\sum_{i,k=0}^{n} v_{ik}\eta_i\eta_k, v_{ik}=v_{ki}, \qquad (23)$$

коэффициенты которой удовлетворяют критерию Сильвестра и связаны с параметрами объекта управления (14) соотношениями

$$\hat{v}_{ik}=a_{(i+1)}a_{(k+1)}, \quad (i,k=0,1,\ldots,n). \qquad (24)$$

Если в выражении (24) $i = n$ или $k = n$, то $a_{(i+1)}$ или $a_{(k+1)}$ принимают значения, равные 1.

Весовые коэффициенты функционала качества (22) и при этом однозначно определяются через коэффициенты функции (23) по формуле

$$\hat{w}_{ik}=\frac{M_n^2}{c_j}\hat{v}_{\text{in}}\hat{v}_{kn}=\hat{g}_j\hat{v}_{\text{in}}\hat{v}_{kn}. \qquad (25)$$

Динамика любого электромеханического объекта управления может быть описана системой дифференциальных уравнений возмущенного движения в форме Коши

$$p\eta_i=\sum_{k=1}^{n} b_{ik}\eta_k+m_n U, \quad (i=1,\ldots,n), \qquad (26)$$

где $\eta_i=y_i-y_i^*$ - отклонения координат реального движения системы y_i от желаемого y_i^*; b_{ik}, m_i - постоянные коэффициенты; U – управляющее воздействие.

В самом общем случае коэффициенты b_{ik} и m_n известны или легко вычисляются на основании паспортных данных ОУ. Они характеризуют параметры электромеханических систем (ЭМС), к которым относятся постоянные времени и коэффициенты усиления. Если изменение этих параметров не выходит за пределы диапазона, допускающего безаварийную работу ЭМС, то при синтезе систем управления коэффициенты b_{ik} и m_n могут быть приняты постоянными и соответствующими номинальным параметрам ОУ, т.к. такие изменения не приводят к нарушению устойчивости управляемого движения.

Для объекта (26) закон управления вида

$$U=-sat\left(\frac{m_n}{c}\sum_{i=0}^{n} v_{\text{in}}\eta_i\right)=-sat\left(\frac{m_n}{c}\sum_{i=0}^{n} v_{\text{in}}\eta_i\right) \qquad (27)$$

минимизирует квадратичный функционал качества

$$I=\int_0^{\infty}\left(\sum_{i,k=0}^{n} w_{ik}\eta_i\eta_k+cU^2\right)dt, \quad w_{ik}=w_{ki}, \qquad (28)$$

гарантируя при этом экспоненциальный характер управляемого движения регулируемой переменной $\eta_1=-\exp\left(\frac{c}{M_n^2}t\right)$ при ступенчатом изменении задающего воздействия $y_j^*=l(t)$ и обеспечивая замкнутой системе астатические свойства за счет наличия в своем составе интегральной составляющей $\eta_0 = \eta_1 / p$. Коэффициентами алгоритма управления (27) являются коэффициенты функции Ляпунова

$$V(\eta)=\sum_{i,k=0}^{n} v_{ik}\eta_i\eta_k, v_{ik}=v_{ki} \qquad (29)$$

которые связаны между собой соотношениями

$$v_{ik}=\frac{v_{\text{in}}v_{kn}}{v_{nn}}, \quad (i,k=0,1,2,\ldots,n). \qquad (30)$$

Коэффициенты v_{in}, v_{kn}, v_{nn}, входящие в управляющее воздействие (27) и в выражение (30), определяются соответственно минорами *i*-ых, *k*-ых или *n*-ых элементов первого столбца определителя коэффициентов системы (26)

$$\Delta=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \ldots & b_{1j} & \ldots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \ldots & b_{2j} & \ldots & b_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{m1} & b_{m2} & \ldots & b_{mj} & \ldots & b_{mn} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_{(n-1)1} & b_{(n-1)2} & \ldots & b_{(n-1)j} & \ldots & b_{(n-1)n} \\ b_{n1} & b_{n2} & \ldots & b_{nj} & \ldots & b_{nn} \end{bmatrix}. \qquad (31)$$

Коэффициент v_{0n} при этом равен

$$v_{0n}=(-1)^n\Delta. \qquad (32)$$

Весовые коэффициенты функционала (28) однозначно связаны с коэффициентами функции (29) соотношениями

$$\hat{w}_{ik}=\frac{M_n^2}{c_j}\hat{v}_{\text{in}}\hat{v}_{kn}=\hat{g}_j\hat{v}_{\text{in}}\hat{v}_{kn}, \quad (i,k=0,1,2,\ldots,n). \qquad (32)$$

Теоретически исчерпывающее решение задачи управления в условиях действия изменяющихся в широком диапазоне параметрических и координатных возмущений дает идея построения систем, устойчивых при неограниченном увеличении коэффициента усиления. Требуемый результат при подобном подходе достигается в пределе при увеличении коэффициента усиления до бесконечности при использовании в качестве исполнительных элементов релейных регуляторов, работающих в скользящем режиме, что достигается устремлением к нулю весового коэффициента *c*. При этом справедливо выражение

$$\lim_{c \to 0} sat\left(\frac{m_n}{c}\sum_{i=0}^{n} v_{\text{in}}\eta_i\right) = sign\left(m_n\sum_{i=0}^{n} v_{\text{in}}\eta_i\right).$$

Тогда для объекта управления, динамика которого описывается системой дифференциальных уравнений возмущенного движения (26) в форме Коши, закон управления

$$U = -sign\left(m_n\sum_{i=0}^{n} v_{\text{in}}\eta_i\right) \tag{33}$$

минимизирует интегральный функционал качества

$$I = \int_0^\infty 2\left|m_n\sum_{i=0}^{n} v_{\text{in}}\eta_i\right| dt \tag{34}$$

гарантируя при этом в скользящем режиме экспоненциальный характер управляемого движения регулируемой переменной при ступенчатом изменении задающего воздействия $y_j^* = l(t)$ и обеспечивая замкнутой системе астатические свойства за счет наличия в своем составе интегральной составляющей $\eta_0 = \eta_1 / p$. Коэффициентами алгоритма управления (24) являются коэффициенты функции Ляпунова (29).

Если математическая модель объекта управления представлена дифференциальными уравнениями возмущенного движения в форме Фробениуса (14), то управляющее воздействие

$$U = -sign\left(M_n\sum_{i=0}^{n} \hat{v}_{\text{in}} p^{i-1}\eta_1\right) \tag{35}$$

минимизирует на траекториях возмущенного движения функционал

$$I = \int_0^\infty 2\left|M_n\sum_{i=0}^{n} \hat{v}_{\text{in}} p^{i-1}\eta_1\right| dt . \tag{36}$$

Выводы. Решение задач аналитического конструирования оптимальных регуляторов на основе концепций обратных задач динамики и модификации принципа симметрии позволило установить однозначные связи между параметрами объекта управления, видом и весовыми коэффициентами интегральных функционалов, прямыми показателями качества процессов управления и функциями Ляпунова синтезированных замкнутых электромеханических систем. Весьма важным при этом является отсутствие необходимости решения граничных задач или матричных уравнений Риккати поскольку структура и параметры законов оптимального управления определяются в результате решения алгебраических уравнений.

Список литературы: **1.** *Летов А.М.* Аналитическое конструирование регуляторов. /*А.М.Летов//*Автоматика и телемеханика. – 1960. – №4. – С. 436-441. **2.** *Летов А.М.* Аналитическое конструирование регуляторов. II. /*А.М.Летов //* Автоматика и телемеханика. – 1960. – №5. – С. 561-568. **3.** *Летов А.М.* Аналитическое конструирование регуляторов. III./*А.М.Летов//*Автоматика и телемеханика. – 1960. – 6. – С. 661-665. **4.** *Kalman R.* Contribunion to the Theory of Optimal Control/ *R.Kalman*//Bul. Soc. Mat. Meh. – 1960. – V. 5. **5.** *Крутько П.Д.* Обратные задачи динамики управляемых систем: Линейные модели/ *П.Д.Крутько*. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

Bibliography (transliterated): **1.** Letov A.M. “Analiticheskoe konstruirovanie regul’atorov”. *Avtomanika i telemekhanika* 4 (1960): 436-441. Print. **2.** Letov A.M. “Analiticheskoe konstruirovanie regul’atorov”. *Avtomanika i telemekhanika* 5 (1960): 561-568. Print. **3.** Letov A.M. “Analitichtskoe konstruirovanie regul’atorov”. *Avtomanika i telemekhanika* 6 (1960): 661-665. Print. **4.** *Kalman R.* Contribunion to the Theory of Optimal Control/ *R.Kalman*//Bul. Soc. Mat. Meh. – 1960. – V. 5. Print. **5.** Krut’ko P.D. *Obratnie zadachi dinamiki upravliaemih system:Lineinie sistemi.* Moskow: Nauka, 1987.

Поступила (received) 25.08.2015