## Д. Г. АЛЕКСЕЕВСКИЙ, канд. тех. наук, доц. каф. ЭС ЗГИА, Запорожье

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ЗВЕНА АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВЭУ С АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ МУЛЬТИПЛИЦИРОВАНИЕМ

**Введение.** Схема с аэродинамическим мультиплицированием, в настоящее время, являются достаточно перспективной, альтернативной по отношению к классической, схемой построения электромеханической системы ВЭУ [1]. Она позволяет избавиться от механического мультипликатора при одновременном использовании генераторов с большими номинальными угловыми скоростями вращения вала, что, в свою очередь, не требует увеличения их массы и габаритов. Увеличение угловой скорости на валу генератора достигается за счет того, что скорость вторичного воздушного потока в несколько раз превышает скорость ветра. Однако свойства данной системы существенно отличаются от свойств классической схемы преобразования мощности в электромеханической системы и предъявляет специфические требования к системе управления ВЭУ.

Анализ последних достижений и литературы. Исследованию свойств системы с аэродинамическим мультиплицированием были посвящены работы [1], [2], [3]. В работе [1] исследовались статические режимы при постоянном значении угловой скорости на валу генератора. Была предложена математическая модель системы и описан эффект автооптимизации, который присутствует в данной системе. Работы [2] и [3] и другие работы этих же авторов были посвящены динамическим свойствам системы с аэродинамическим мультиплицированием.

**Цель статьи.** Целью данной работы является определения, в результате аналитического исследования, передаточной функции звена аэромеханического преобразования электромеханической системы ВЭУ с аэродинамическим мультиплицированием.

**Постановка проблемы.** Передаточная функция звена аэродинамического мультиплицирования необходима при процедуре синтеза методами теории авторегулирования системы управления электромеханической системы ВЭУ. Исходная математическая модель данного звена имеет существенные нелинейности, поэтому требует проведение линеаризации с предварительным определением значений координат рабочих точек.

### Материалы и результаты исследования.

*Модель звена аэродинамического мультиплицирования.* При построении исходной модели звена аэродинамического мультиплицирования были приняты следующие допущения.

1. Моменты механических потерь включены в механические характеристики ветротурбин.

- 2. В данном приближении все вращающиеся подсистемы считаются жесткими.
- 3. Вторичная аэромеханическаясистема состоит из трех идентичных подсистем.

4. Потоки мощности равномерно распределяются между тремя элементами вторичной аэромеханической подсистемы.

5. Все зависимости представляются в относительных единицах.

На рисунке 1 изображена блок-схема подсистемы аэродинамического мультиплицирования. Она содержит структурные элементы, которые определяют ее нелинейность: механическая характеристика первичной ветротурбины (NB1), механическая характеристика вторичной ветротурбины (NB2), операция умножения (NB3), операция деления (NB4).



Рис.1 – Исходная блок схема модели звена аэродинамического преобразования.

### © Д.Г. Алексеевский, 2015

ISSN 2079-3944. Вісник НТУ «ХПІ». 2015. No 12 (1121) 168

Как видно из схемы, все эти элементы имеют два входа и один выход. Следовательно, в графической интерпретации они представляют собой трехмерную поверхность. Их линеаризующими выражениями являются уравнения плоскостей в трехмерном пространстве касательные к исходным поверхностям в рабочей точке. Общая форма линеаризующего выражения имеет вид:

$$y(x_1, x_2) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2, \qquad (1)$$

где:  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  - коэффициенты линеаризующего выражения,

 $x_1$ ,  $x_2$  - входные переменные.

Для выполнения условия гомогенности [4] система рассматривается в координатах приращений соответствующих переменных. Нелинейный элемент, в этом случае, описывается соответствующей линейной комбинацией типа:

$$y(x_1, x_2) = a_1 x_1 + a_2 x_2 .$$
<sup>(2)</sup>

Полученная таким образом, блок-схема приведена на рисунке 2.



Рис.2 – Блок-схема модели звена аэродинамического преобразования после линеаризации.

Нумерация коэффициентов включает в себя номер нелинейного блока и номер элемента в нелинейном блоке.

**Определение координат рабочей точки.** Первым этапом определения коэффициентов является определение координат рабочей точки. Значения переменных в рабочей точке соответствуют установившемуся режиму при фиксированных значениях входных переменных всей подсистемы. Он характеризуется нулевыми значениями входов интеграторов (см. рис.1).

Исходя из данного свойства, могут быть получены следующие выражения:

$$M_{WT1}^{*0} = M_T^{*0}, (3)$$

$$M_{WT2}^{*0} = M_g^{*0}, (4)$$

где:  $M_{wT1}^{*0}$  - момент первичной ветротурбины в установившемся режиме,

 $M_{T}^{*0}$  - момент торможения первичной аэромеханической подсистемы в установившемся режиме,

 $M_{\scriptscriptstyle WT2}^{^{*0}}\,$  - момент вторичной ветротурбины в установившемся режиме,

 $M_a^{*0}\,$  - момент на валу генератора в установившемся режиме.

Кроме того, следует, при составлении системы уравнений, учесть зависимость:  $V_2^{*0} = R_Z^* \cdot \omega_1^{*0}$  ,

где:  $R_{Z}^{*}$  - радиус закрепления вторичной ветротурбины,

 $\varpi_1^{*_0}$  - угловая скорость вращения первичной ветротурбины в рабочей точке,

 $V_2^{*0}$  - скорость вторичного воздушного потока в рабочей точке.

Для проведения линеаризации нелинейных блоков необходимо определить значения следующего набора параметров рабочей точки звена аэродинамического преобразования:  $\omega_1^{*0}$ ,  $\omega_2^{*0}$ ,  $M_T^{*0}$ ,  $P_{WT2}^{*0}$ ,  $V_2^{*0}$ ,  $M_{WT1}^{*0}$ ,  $M_{WT2}^{*0}$ , где:  $\omega_2^{*0}$ - угловая скорость вращения первичной ветротурбины в рабочей точке,  $P_{WT2}^{*0}$  - мощность вторичной ветротурбины.

Значения первых четырех из них могут быть определены в результате решения следующей системы трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases}
f_{WT1}(\omega_{1}^{*0}, V_{1}^{*0}) - M_{T}^{*0} = 0 \\
f_{WT2}(\omega_{2}^{*0}, V_{2}^{*0})|_{V_{2}^{*0} = R_{2}^{*} \cdot \omega_{1}^{*0}} - M_{g}^{*0} = 0 \\
P_{WT2}^{*0} - \omega_{2}^{*0} \cdot M_{g}^{*0} = 0 \\
M_{T}^{*0} \frac{-3 \cdot P_{WT2}^{*0}}{\omega_{1}^{*0}} = 0
\end{cases}$$
(6)

Остальные три могут быть определены с помощью выражений (3), (4), (5).

В системе уравнений функции  $f_{WT1}$  и  $f_{WT2}$  представляют собой выражения семейства механических характеристик первичной и вторичной ветротурбин соответственно, и определяются следующими выражениями (используя [5]):

$$f_{WT1}(\omega_1^{*0}, V_1^{*0}) = \frac{(V_1^{*0})^3}{\omega_1^{*0}} \cdot Cp_1^{*0},$$
<sup>(7)</sup>

$$f_{WT2}(\omega_2^{*0}, V_2^{*0}) = \left(\frac{R_2^*}{R_1^*}\right)^2 \cdot \frac{(V_2^{*0})^3}{\omega_2^{*0}} \cdot Cp_2^{*0},$$
(8)

Значения коэффициентов мощности  $Cp_1^{*0}$  и  $Cp_2^{*0}$  определяются из выражений:

$$Cp_{1}^{*0}(Z_{1}^{*0}) = \begin{cases} Cp_{1}^{*max} \cdot \left(\frac{Z_{1}^{*0}}{Z_{1}^{*pot}}\right)^{b_{1}} \left[-2 \cdot \left(\frac{Z_{1}^{*0}}{Z_{1}^{*opt}}\right)^{b_{2}} + 3\right] & npu \quad 0 < Z_{1}^{*0} \le Z_{1}^{*opt} \\ Cp_{1}^{*max} - \frac{Cp_{1}^{*max}}{\left(Z_{1}^{*xx} - Z_{1}^{*opt}\right)^{b_{3}}} \cdot \left(Z_{1}^{*0} - Z_{1}^{*opt}\right)^{b_{4}} & npu \quad Z_{1}^{*opt} < Z_{1}^{*0} < Z_{1}^{*xx} \\ Cp_{1}^{*max} - \frac{Cp_{1}^{*max}}{\left(Z_{1}^{*xx} - Z_{1}^{*opt}\right)^{b_{5}}} \cdot \left(Z_{1}^{*0} - Z_{1}^{*opt}\right)^{b_{6}} & npu \quad Z_{1}^{*xx} \le Z_{1}^{*0} < +\infty \end{cases}$$
(9)

$$Cp_{2}^{*0}(Z_{2}^{*0}) = \begin{cases} Cp_{2}^{*max} \cdot \left(\frac{Z_{2}^{*0}}{Z_{2}^{*pot}}\right)^{b^{7}} \cdot \left[-2 \cdot \left(\frac{Z_{2}^{*0}}{Z_{2}^{*opt}}\right)^{b^{8}} + 3\right] & npu \quad 0 < Z_{2}^{*0} \le Z_{2}^{*opt} \\ Cp_{2}^{*max} - \frac{Cp_{2}^{*max}}{\left(Z_{2}^{*xx} - Z_{2}^{*opt}\right)^{b^{9}}} \cdot \left(Z_{2}^{*0} - Z_{2}^{*opt}\right)^{b^{10}} & npu \quad Z_{2}^{*opt} < Z_{2}^{*0} < Z_{2}^{*xx} , \end{cases}$$
(10)  
$$Cp_{2}^{*max} - \frac{Cp_{2}^{*max}}{\left(Z_{2}^{*xx} - Z_{2}^{*opt}\right)^{b^{11}}} \cdot \left(Z_{2}^{*0} - Z_{2}^{*opt}\right)^{b^{12}} & npu \quad Z_{2}^{*xx} \le Z_{2}^{*0} < +\infty \end{cases}$$

где:  $C_1^{*max}$ ,  $C_2^{*max}$  - максимальные значения коэффициентов мощности в относительных единицах первичной и вторичной ветротурбин соответственно,

 $Z_1^{*opt}$ ,  $Z_2^{*opt}$  - оптимальные значения быстроходности в системе относительных единиц первичной и вторичной ветротурбин соответственно,

 $Z_1^{*xx}$ ,  $Z_2^{*xx}$  - значения быстроходности при холостом ходе в системе относительных единиц первичной и вторичной ветротурбин соответственно,

 $Z_1^{*0}$ ,  $Z_2^{*0}$  - значения быстроходности для установившегося режима в системе относительных единиц первичной и вторичной ветротурбин соответственно,

 $b_1$  ,...,  $b_{12}$  - коэффициенты аппроксимации.

С учетом (5) система (6) может быть записана в виде:

$$\begin{cases} f_{WT1}(\omega_1^{*0}, V_1^{*0}) - M_T^{*0} = 0 \\ f_{WT2}(\omega_1^{*0}, \omega_2^{*0}) - M_g^{*0} = 0 \\ P_{WT2}^{*0} - \omega_2^{*0} \cdot M_g^{*0} = 0 \\ M_T^{*0} - \frac{3 \cdot P_{WT2}^{*0}}{\omega_1^{*0}} = 0 \end{cases}$$

$$(11)$$

Значения быстроходности первичной и вторичной ветротурбин определяются с помощью следующих выражений:

$$Z_1^{*0} = \frac{\omega_1^{*0} \cdot R_1^*}{V_2^{*0}}, \qquad (12)$$

$$Z_{2}^{*0} = \frac{\omega_{2}^{*0} \cdot R_{2}^{*}}{\omega_{1}^{*0} \cdot R_{Z}^{*}} .$$
(13)

где:  $R_1^*$ ,  $R_2^*$  - значения радиусов первичной и вторичной ветротурбин в относительных единицах.

**Определение коэффициентов линеаризации.** Коэффициенты  $a_{1,1}$  и  $a_{1,2}$  определяются из выражения:

$$\begin{pmatrix} a_{1.1} \\ a_{1.2} \end{pmatrix} = \nabla_{X_{NB1}} f_{WT1} (X_{NB1})$$

$$(14)$$

где 
$$X_{NB1} = \begin{pmatrix} \omega_1^{*0} \\ V_1^{*0} \end{pmatrix}$$
 и  $f_{NB1}(X_{NB1}) = f_{WT1}(\omega_1^*, V_1^*)$ 

Коэффициенты  $a_{2,1}$  и  $a_{2,2}$  определяются их выражения:

$$\binom{a_{2.1}}{a_{2.2}} = \nabla_{X_{NB2}} f_{WT2}(X_{NB2})$$
(15)

где  $X_{NB2} = \begin{pmatrix} \omega_2^{*0} \\ V_2^{*0} \end{pmatrix}$  и  $f_{NB2}(X_{NB2}) = f_{WT2}(\omega_2^*, V_2^*)$ 

Коэффициенты  $a_{3,1}$  и  $a_{3,2}$  определяются их выражения:

$$\binom{a_{3.1}}{a_{3.2}} = \nabla_{X_{NB3}} f_{NB3}(X_{NB3}),$$
 (16)

где

 $X_{NB3} = \begin{pmatrix} \omega_2^{*0} \\ M_{WT2}^{*0} \end{pmatrix}$  и  $f_{NB3}(X_{NB3}) = \omega_2^{*} \cdot M_{WT2}^{*}$ . Коэффициенты  $a_{4,1}$  и  $a_{4,2}$  определяются их выражения:

$$\begin{pmatrix} a_{4,1} \\ a_{4,2} \end{pmatrix} = \nabla_{X_{NB4}} f_{NB4} (X_{NB4}) ,$$

$$X_{NB4} = \begin{pmatrix} \omega_1^{*0} \\ 3 \cdot P_{WT2}^{*0} \end{pmatrix} \quad \bowtie f_{NB4} (X_{NB4}) = \frac{3 \cdot P_{WT2}^{*}}{\omega_1^{*}} .$$

$$(17)$$

где

**Определение передаточной функции звена аэродинамического мультиплицирования.** На основании линеаризованной модели звена аэродинамического мультиплицирования (см. рис.2) может быть составлена модель в переменных состояния в матричной форме (проходная матрица отсутствует) [6]:

$$\begin{pmatrix}
\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\
y = C \cdot x
\end{cases}$$
(18)

Системе (18) соответствуют следующие матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{a_{1.1} - a_{4.1} - 3 \cdot a_{4.2} \cdot a_{3.2} \cdot a_{2.2} \cdot R_Z^*}{J_1^*} & \frac{-3 \cdot a_{4.2} \cdot (a_{3.1} + a_{3.2} \cdot a_{2.1})}{J_1^*} \\ \frac{a_{2.2} \cdot R_Z^*}{J_2^*} & \frac{a_{2.1}}{J_2^*} \\ B = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_2^*} \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}, \ x = \begin{pmatrix} \omega_1^* \\ \omega_2^* \end{pmatrix},$$
(19)

где:  $J_1^*$ ,  $J_2^*$  - моменты инерции первичной и вторичной аэромеханических подсистем в относительных единицах.

Передаточная функция определяется с помощью матричного выражения [6]:

$$W(p) = C \cdot (p \cdot I - A)^{-1} \cdot B$$
,  
(20)

где *I* - единичная матрица.

После соответствующих преобразований получаем передаточную функцию звена:

$$W(p) = \frac{Ky}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T + 1},$$
(21)

где:

ISSN 2079-3944. Вісник НТУ «ХПІ». 2015. No 12 (1121) 171

$$Ky = \frac{\left(a_{3.1} \cdot a_{4.4} + a_{2.1} \cdot a_{3.2} \cdot a_{4.4}\right)}{\left(\frac{1}{3} \cdot a_{1.1} \cdot a_{2.1} - \frac{1}{3} \cdot a_{2.1} \cdot a_{4.1} + R_z^* \cdot a_{2.2} \cdot a_{3.1} \cdot a_{4.4}\right)},$$
(22)

$$T = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{3} \cdot J_{1}^{*} \cdot J_{2}^{*}\right)}{\left(\frac{1}{3} \cdot a_{1.1} \cdot a_{2.1} - \frac{1}{3} \cdot a_{2.1} \cdot a_{4.1} + R_{2}^{*} \cdot a_{2.2} \cdot a_{3.1} \cdot a_{4.4}\right)}},$$
(23)

$$\xi = \frac{\left(\frac{1}{3} \cdot J_{2}^{*} \cdot a_{1.1} - \frac{1}{3} \cdot J_{2}^{*} \cdot a_{2.1} + \frac{1}{3} \cdot J_{2}^{*} \cdot a_{4.1} + J_{2}^{*} \cdot R_{Z}^{*} \cdot a_{2.2} \cdot a_{3.2} \cdot a_{4.2}\right)}{2 \cdot T \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot a_{1.1} \cdot a_{2.1} - \frac{1}{3} \cdot a_{2.1} \cdot a_{4.1} + R_{Z}^{*} \cdot a_{2.2} \cdot a_{3.1} \cdot a_{4.4}\right)}$$
(24)

### Выводы

1. В результате линеаризации нелинейной модели звена аэродинамического преобразования была получена передаточная функция данного звена и предложена методика расчета ее параметров.

2. Значения параметров передаточной функции зависят от положения рабочей точки на статической траектории регулирования. В соответствии с этим их значения являются функциями скорости первичного воздушного потока.

3. Параметры регулятора, определяемые с помощью полученной передаточной функции, могут корректироваться в зависимости от информации от датчика скорости первичного воздушного потока в соответствии с заданной рабочей точкой.

Список литературы: 1. Голубенко Н.С. Моделированиеэлектромеханической системы ВЭУ с аэродинамическим мультипликатором в режиместабилизациискоростиветровых турбин / Н.С.Голубенко, П.Д.Андриенко, И.Ю.Немудрый, Д.Г.Алексеевский // Эл.техника и эл.энергетика. – 2011. – № 1.– С.70-73. 2. Миргород В. Ф. Управление ветроэнергетической установкой большой мощности по запасам аэродинамической устойчивости / В. Ф. Миргород // Вестник двигателестроения. – 2009. – № 3. – С. 67–70. 3. Алексеевский Д.Г. Динамика ветроэлектрической установки с аэродинамической мультипликацией / Д.Г.Алексеевский, В.П.Метельский, И.Ю.Немудрый // Електротехніка та комп'ютерні системи. -2011. – №3 (79), – С. 253 – 254. 4. Дорф Р. Современные системы управления/ Р. Дорф, Р. Бишол. Пер. с англ. Б.И. Копылова. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.- 832с.:ил. 5. Кривцов В.С. Неисчерпаемая энергия. Кн. 1. Ветроэлектрогенераторы / В.С. Кривцов, А.М. Олейников, А.И. Яковлев. - Учебник. - Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк.авиац. ин-т", Севастополь:Севаст.нац. тех. ун-т,2003.- 400 с. 6. Филлипс Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбрр. Пер. с англ. Б.И. Копылова. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 616с.:ил.

**Bibliography** (transliterated): 1. Golubenko, N. S., et al. "Modelirovanie elektromehanicheskoj sistemy vetroenergeticheskoj ustanovki s aerodinamicheskim multiplikatorom v rezhyme stabilizacii skorosti vetrovyh turbin." *El.tekhnika i el.energetika* 1(2011): 70-73. Print. 2. Mirgorod, V. F. "Upravleniye vetroenergeticheskoy ustanovkoy bolshoy moshchnosti po zapasam aerodinamicheskoyustoychivosti."*Vestnik dvigatelestroyeniya*3(2009): 67–70. Print. 3. Alekseevskiy, D. G., V. P. Metelsky, and I. Yu. Nemudry. "Dinamika vetroelektricheskoy ustanovki s aerodinamicheskoy multiplikatsiyey." *Yelektrotekhnika ta komp'yuterni sistemi*3.79(2011): 253–254. Print. 4. Dorf, R., and R. Bishop. *Sovremennye sistemy upravleniya*. Per. s angl. B.I. Kopylova. Moscow: Laboratoriya Bazovykh Znany, 2002. Print. 5. Krivtsov, V.S.,A. M. Oleynikov, and A. I. Yakovlev. *Neischerpayemaya energiya*. *Vetroelektrogeneratory*.Vol. 1. Kharkov: Nats. aerokosm.un-t "Khark.aviats. in-t"; Sevastopol:Sevast.nats. tekh. un-t,2003. Print.6. Fillips, Ch., endR. Kharbrr. *Sistemy upravleniya s obratnoy svyazyu*. Per. s angl. B.I. Kopylova. Moscow: Laboratoriya Bazovykh Znany, 2001. Print.

Поступила (received)