

В. В. КУЗНЕЦОВ, канд. техн. наук, доц. НМетАУ;
А. В. НИКОЛЕНКО, канд. техн. наук, доц. НМетАУ;
В. П. ИВАЩЕНКО, д-р техн. наук, проф. НМетАУ

РАЗРАБОТКА ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ЦЕХОВОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Постановка задачи моделирования цеховой электрической сети. Наличие некачественной электроэнергии в цеховых сетях промышленных предприятий приводит к ускоренному физическому старению применяемого электрооборудования и повышению риска возникновения аварийных ситуаций на производстве. Своевременная оценка показателей качества электроэнергии и обеспечение соответствующих режимов эксплуатации электрооборудования в конкретных условиях является важной научно-практической задачей.

Решение данной задачи предполагает проведение большого количества экспериментов при различных показателях качества электроэнергии, режимах работы электрооборудования и способах защиты последнего от некачественного электропитания. Однако, проведение указанных экспериментов на реальном объекте привело бы:

- к большим временным затратам вследствие необходимости ожидания ситуаций, когда электроэнергия в электрических сетях не будет соответствовать показателям качества не говоря уже о потере ресурса электрооборудования;
- к финансовым затратам вследствие необходимости приобретения различных дорогостоящих устройств для защиты электрооборудования и восстановления качества электроэнергии в сетях;
- к угрозам возникновения аварийных ситуаций вследствие снижения показателей надёжности электрооборудования, работающего в рассматриваемых условиях.

Значительно ускорить и упростить процесс экспериментального исследования позволяют вычислительные исследования, основанные на построении имитационной системы и использовании для проведения на ЭВМ статистических испытаний [1]. От обычных экспериментальных этот метод отличается тем, что при его применении воздействиям подвергается не сам объект, а его имитационная модель, реализованная на ЭВМ. При этом взаимодействие с последней осуществляется подобно тому, как это делалось бы с исследуемым объектом, а результаты моделирования обрабатываются и испытываются так же, как если бы это были данные натуральных испытаний [2].

Исходя из особенностей функционирования АД в электрической сети с некачественной электроэнергией, его электромагнитная модель должна быть дополнена подсистемой имитации случайных изменений показателей качества электроэнергии. Последняя же может быть реализована блоками формирования линейных напряжений в электросетях цеха и расчета указанных показателей.

Вопросы математического моделирования АД были рассмотрены в [3-7]. Разработка же блока формирования случайных изменений линейных напряжений в электрической сети цеха представляет собой самостоятельную задачу и рассматривается отдельно в данном разделе. Она предполагает определение: структуры генератора указанных случайных изменений; статистических закономерностей последних и, как следствие, параметров синтезируемого генератора.

Разработка структуры генератора случайных изменений напряжений в электрических сетях предприятий. Сложность непосредственной имитации линейных напряжений в сети с некачественной электроэнергией заключается в том, что все гармонические составляющие имеют фиксированные частоты их колебаний, на которые лишь накладываются случайные изменения амплитуд и начальных фаз. При этом последующий анализ энергетических показателей АД по его математической модели уже предполагает предварительное разложение указанных напряжений на эти составляющие. Отсюда следует, что генерировать целесообразнее не случайные последовательности напряжений, а амплитуды и начальные фазы присутствующих в них гармоник, статистические закономерности изменения которых должны быть получены предварительно.

Один из возможных вариантов структуры генератора случайных изменений линейных напряжений, учитывающий указанное выше, представлен на рис. 1 [8]. Здесь: Γ_{γ} – генератор «белого» шума (значений равномерно распределённой некоррелированной случайной величины, соответствующих моментам времени Δt_{γ} , в интервале $0;1$); $P_{U_{mAB\gamma}}$, $P_{U_{mBC\gamma}}$ – преобразователи законов распределений амплитуд $i = \overline{1, n}$ – гармоник линейных напряжений U_{mAB} и U_{mBC} , соответственно; $P_{\psi_{AB\gamma}}$, $P_{\psi_{BC\gamma}}$ – преобразователи законов распределений начальных фаз $i = \overline{1, n}$ – гармоник указанных напряжений U_{AB} и U_{BC} ; $\Phi_{U_{mAB\gamma}}$, $\Phi_{U_{mBC\gamma}}$ – фильтры, формирующие коррелированные амплитуды гармоник линейных напряжений U_{AB} и U_{BC} , соответственно; $\Phi_{\psi_{AB\gamma}}$, $\Phi_{\psi_{BC\gamma}}$ – фильтры, формирующие коррелированные начальные фазы гармоник этих же напряжений; $\tau_{(U_{mAB} \rightarrow U_{mBC})i}$ – смещение амплитуды i – гармоники линейного напряжения U_{BC} относительно i – гармоники линейного напряжения U_{AB} по оси τ , определяемое по их взаимно корреляционной функции; $\tau_{(\psi_{AB} \rightarrow \psi_{BC})i}$ – смещение начальной фазы i – гармоники линейного напряжения U_{BC} относительно начальной фазы i – гармоники линейного напряжения U_{AB} по оси τ , определяемое по их взаимно корреляционной функции.

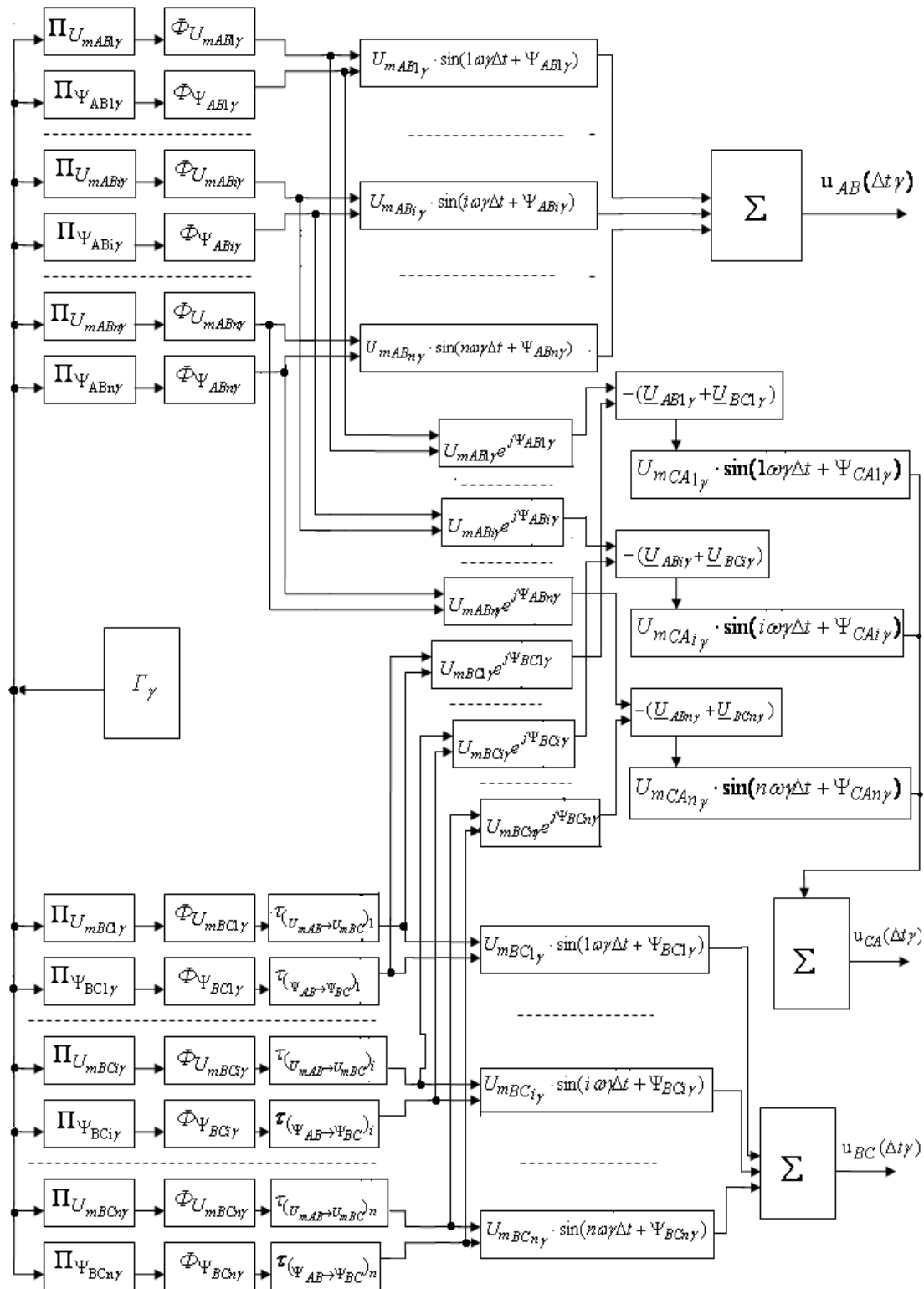


Рис.1 Генератор линейных напряжений

По воспроизведенным таким образом случайным изменениям амплитуд (U_{mABi} , U_{mBCi} , U_{mCAi}) и начальных фаз (Ψ_{ABi} , Ψ_{BCi} , Ψ_{CAi}) гармонических составляющих линейных напряжений определяются их мгновенные значения. Затем последние алгебраически складываются в сумматорах, формируя случайные последовательности $u_{AB}(\Delta t\gamma)$, $u_{BC}(\Delta t\gamma)$ и $u_{CA}(\Delta t\gamma)$.

Как видно из рис. 1 первичный случайный процесс, представляющий собой некоррелированную распределенную по равномерному закону в интервале $[0;1]$ случайную величину, воспроизводится соответствующим генератором. Существуют различные способы ее получения, среди которых программный метод генерирования псевдослучайных последовательностей (ПСП), самый удобный сейчас с практической точки зрения.

Современные ЭВМ в математическом обеспечении имеют встроенную функцию генерирования ПСП, используя которую и решают большинство задач моделирования сигналов.

В блоках $\Pi_{U_{mABiy}}$, $\Pi_{U_{mBCiy}}$ и $\Pi_{\psi_{ABiy}}$, $\Pi_{\psi_{BCiy}}$ выполняются преобразования первичного случайного сигнала к некоррелированным с заданными законами распределения. Выбор наиболее эффективного из них зависит от вида этих законов. Наиболее часто для выполнения данной операции используются методы нелинейного преобразования (обратной функции), кусочно-линейной аппроксимации закона распределения и метод исключения (Неймана) [9].

Формирующие фильтры $\Phi_{U_{mABiy}}$, $\Phi_{U_{mBCiy}}$, $\Phi_{\psi_{ABiy}}$, $\Phi_{\psi_{BCiy}}$ преобразуют некоррелированные случайные последовательности с заданными законами распределения в коррелированные соответствующие автокорреляционным функциям рассматриваемых величин. Одним из наиболее часто применяемых способов такого преобразования является нерекурсивная фильтрация входного ряда [9,10]:

$$y_n = \sum_{k=0}^N S_k x_{n-k}, \quad (1)$$

причем $M[y_n]=0$, а $M[y_n y_k] = \begin{cases} K_{n-k}, & |n-k| \leq N; \\ 0, & |n-k| > N, \end{cases}$

где y_n – выходная коррелированная последовательность, x_n – входная некоррелированная последовательность, S_k – коэффициенты, K_{n-k} – значение корреляционной функции в точке $(n-k)\Delta$, M – математическое ожидание.

Случайное изменение линейного напряжения U_{BC} получается по его взаимно корреляционной функции с напряжением U_{AB} . Самый простой вариант решения этой задачи заключается в генерировании ПСП с заданным видом корреляционной функции и ее задержке на соответствующий временной интервал. Именно этим и объясняется наличие в структурной схеме блоков $\tau_{(U_{AB} \rightarrow U_{BC})i}$ и $\tau_{(U_{BC} \rightarrow U_{CA})i}$ [9]. Определение мгновенного значения линейного напряжения $u_{CA}(t)$ осуществляется по известному соотношению:

$$U_{CA} = - (U_{AB} + U_{BC}). \quad (2)$$

Очевидно, что использование зависимости (2) приведёт к образованию систематической ошибки за счёт того, что значения линейного напряжения U_{CA} не будут соответствовать характерному для него закону распределения. Эта ошибка моделирования может быть устранена путём реализации случайно выбираемой последовательности (рандомизации) генерирования линейных напряжений.

Определение статистических закономерностей линейных напряжений в электрической сети цеха. Применение метода статистического моделирования для воспроизведения на ЭВМ линейных напряжений в электрической сети цеха предполагает, как указано выше, наличие информации о статистических закономерностях моделируемых величин. Получение последней связано с изучением случайных процессов – временных функций, реализации которых могут быть получены на основе проведения пассивных промышленных экспериментов.

В настоящее время регистрация необходимых данных осуществляется цифровыми устройствами контроля, которые формируют из непрерывного сигнала случайную последовательность с дискретностью Δt . Такое преобразование может привести к так называемому маскированию частот и, как следствие, к искажению статистических свойств сигнала. Поэтому при регистрации линейных напряжений в условиях конкретного цеха во избежание ошибок указанной маскировки исходный сигнал должен быть пропущен через фильтр низких частот.

Параметры этого фильтра выбираются из таких соображений. Если регистрируемые аналоговые линейные напряжения необходимо перевести в цифровую форму для последующего анализа, например, в диапазоне частот от $f_n = 0$ Гц до $f_e = 2000$ Гц, то частота фильтра должна быть определена в соответствии с выражением [11]:

$$f_{nf} = \frac{f_e}{0,8} = \frac{2000}{0,8} = 2500 \text{ Гц}. \quad (3)$$

Тогда необходимый интервал дискретности Δt будет равен:

$$\Delta t = \frac{1}{2f_{nf}} = \frac{1}{2 \times 2500} = 2 \times 10^{-4} \text{ с}. \quad (4)$$

При выполнении квантования аналогового сигнала по уровню необходимо обеспечить его отношение к среднеквадратическому уровню шума не менее 80 дБ (10^4 по амплитуде). Это достигается при выполнении следующего условия:

$$2^n / 0,289 = 10^4, \quad (5)$$

где n - число бит на один отсчет.

Логарифмируя обе части этого равенства по основанию 10, получаем $0,301n = 3,46$, следовательно, $n = 11,5$. Поэтому нужно при квантовании аналогового сигнала число бит на один отсчёт равно 12. Из применяемых в промышленности устройств регистрации обеспечивает преобразование непрерывного сигнала с заданным отношением сигнал/шум обеспечивает например устройство «СКПЭП» (Система контроля параметров электроприводов), производства ООО НПП «ЦЭД».

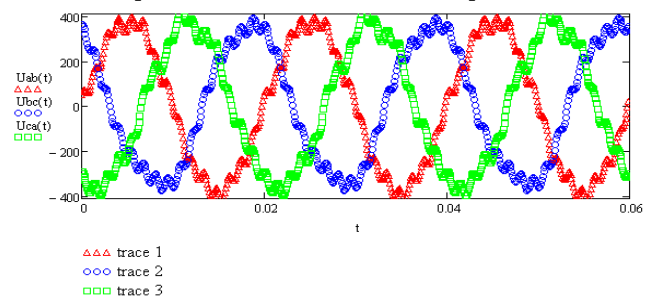


Рис. 2 Фрагмент линейных напряжений U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} , в электрической сети прокатного цеха № 1 ОАО «Днепроспецсталь» (г. Запорожье)

В ходе проведения промышленного эксперимента в условиях прокатного цеха № 1 ООО «Днепроспецсталь» (г. Запорожье) были получены реализации случайных последовательностей линейных напряжений длительностью 22...24 часа, фрагменты которых приведены на рис. 2 (а,б,в). На начальной стадии исследования полученных таким образом случайных последовательностей реализаций линейных напряжений необходимо выполнить их классификацию. Эта процедура позволяет определить класс процесса (стационарный, нестационарный); вид процесса (аддитивный, мультипликативный, аддитивно-мультипликативный) и тип детерминированной составляющей (линейный, экспоненциальный, периодический, периодический затухающий).

Правильно выполненная классификация во многом определяет корректность дальнейшей статистической обработки и обычно осуществляется по схеме, представленной на рис. 3. Здесь: МО – математическое ожидание, СП и НСП – стационарный и нестационарный случайные процессы соответственно, КФ – корреляционная функция. Как известно, линейные напряжения являются полигармоническими последовательностями и представляют собой сумму периодических сигналов с частотами $\omega = 314$ рад/с. Учитывая, что гармонические составляющие сигнала, частоты которых выше 6-й гармоники на работу АД существенного влияния не оказывают [12], предлагается в дальнейшем анализе их не учитывать.

Нетрудно видеть (рис. 2), что полученные в ходе промышленного пассивного эксперимента реализации линейных напряжений нестационарны. Поэтому каждая реализация была предварительно визуально разделена на стационарные участки (отдельные временные фрагменты с «неизменной» формой сигнала). Каждый фрагмент полученный таким образом был пронумерован в порядке возрастания времени.

Пронумерованные случайные последовательности были проверены на стационарность среднего по критерию инверсий [11]. Учитывая, что последний является параметрическим, его применение не требует предварительного определения законов распределения случайных величин и их параметров. Для принятия нулевой гипотезы о том, что дрейфа среднего нет, достаточно использовать неравенство:

$$[\frac{\xi}{\sigma_{\xi}^2}] < \Xi(\frac{1+v_0}{2}), \quad (6)$$

где: ξ - статистика критерия; σ_{ξ}^2 - дисперсия статистики ξ ; Ξ - критическое значение критерия нулевой гипотезы; v_0 - вероятность принятой нулевой гипотезы, если она верна (доверительная вероятность).

Величины ξ и вычисляются по формулам:

$$\xi = 1 - \frac{4 \cdot \Omega_n}{\Omega_c \cdot (\Omega_c - 1)}, \quad (7)$$

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{2 \cdot (2 \cdot \Omega_c - 5)}{9 \cdot \Omega_c \cdot (\Omega_c - 1)}, \quad (8)$$

где: Ω_n – общее число инверсий; Ω_c – число средних в проверяемой последовательности.

По результатам проверки были уточнены стационарные участки полученных в ходе промышленного эксперимента случайных последовательностей. Амплитуды и фазы гармонических составляющих линейных напряжений на стационарных участках считались неизменными.

Причём влияние каждого из них является случайным. Если одновременно работающих устройств электрооборудования больше шести, то исходя из условий центральной предельной теоремы теории вероятностей, правомерно выдвинуть гипотезу о нормальности распределения амплитуд и фаз гармонических составляющих по всем стационарным участкам случайных реализаций. Данная гипотеза проверена для всех гармоник линейных напряжений по критерию Шапиро-Уилка [13]. Параметры законов распределения сведены в табл.1-3.

Следует также иметь в виду, что изменения амплитуд и фаз гармонических составляющих линейных напряжений происходят через случайные временные интервалы. Анализ числовых характеристик временных интервалов и последующая проверка нескольких гипотез относительно законов распределения (нормального, экспоненциального, равномерного) по критерию Пирсона показали, что для их описания необходимо принять гипотезу об экспоненциальном законе распределения со средним значением $\Delta T_{cp} = 18$ мин и интенсивностью $\lambda = 1/\Delta T_{cp} = 1/18$ мин⁻¹:

$$f(\Delta T) = \frac{1}{18} e^{-(1/18)\Delta T}. \quad (9)$$

Для выявления тесноты связи между амплитудами (фазами) гармоник линейных напряжений одинаковых частот были рассчитаны автокорреляционные и взаимокорреляционные функции. При этом в качестве аргументов этих функций принят номер стационарного участка. Это позволило оценить статистическую зависимость амплитуд (фаз) гармонических составляющих при включении/выключении электрооборудования в цехе, происходящих в случайные моменты времени.

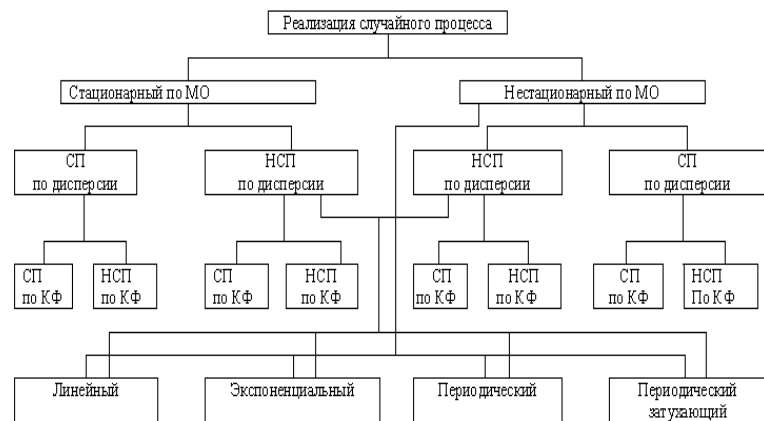


Рис. 3 Классификация случайных процессов

При аппроксимации рассчитанных кривых необходимо исходить из общих теоретических предпосылок возникновения случайных процессов. Если они неизвестны, тогда следует обратить внимание на общий характер корреляционных функций и сравнить их с типовыми кривыми. В этих случаях используют отдельные опорные точки, в которых экспериментальные значения и значения, рассчитанные по аппроксимирующему выражению, совпадают. В качестве опорных точек используют те, в которых ординаты экспериментальной кривой равны нулю [10].

Аналитические выражения законов распределения для описания исследуемых линейных напряжений, как правило, выбирают исходя из существа задачи. Так на параметры гармонических составляющих линейных напряжений оказывают суммарное воздействие одновременно работающие устройства электрооборудования.

Для аппроксимации автокорреляционной функции гармонических составляющих выбрана типовая кривая, которая описывается аналитическим выражением вида:

$$R(i) = \sigma^2 e^{-j \cdot i} \cos(\theta \cdot i) \quad (10)$$

где j и θ - коэффициенты кривой, σ - среднеквадратическое отклонение случайной функции.

Для аппроксимации взаимокорреляционной функции может быть использовано такое же выражение с учётом сдвига графика по оси абсцисс на m шагов:

$$R(i) = \sigma^2 e^{-j \cdot i} \cos(\theta \cdot i - m) \quad (11)$$

Коэффициенты j , θ и m рассмотренных функций для амплитуд и фаз линейных напряжений указанного цеха приведены в таблицах 4-11.

Цифровая реализация генераторов линейных напряжений в электрических сетях промышленных предприятий. При реализации генераторов напряжений в электрической сети необходимо иметь сигналы с нормальными законами распределения для моделирования амплитуд и фаз их гармонических составляющих, а также, экспоненциального закона для временных интервалов между включением/выключением электрооборудования.

В настоящее время практически любой пакет прикладных программ (например, MatLAB), предназначенный для решения подобных задач имеет встроенные функции, позволяющие моделировать случайные величины, в том числе и с нормальным законом. Для экспоненциального же закона наиболее целесообразно использовать метод обратных функций.

Суть данного метода заключается в следующем [14]. Известно математическое соотношение, связывающее случайные числа y_i с заданным законом распределения $f(y)$ и числа x_i , которые равномерно распределены в интервале [0,1]:

$$x = \int_0^y f(y) dy \quad (12)$$

Если интеграл в правой части существует, тогда:

$$x = F(y) \quad (13)$$

Далее определяется обратная функция $F^{-1}(x)$, которая и устанавливает зависимость, по которой генерируют числа:

$$y = F^{-1}(x) \quad (14)$$

Равномерно распределённые числа в интервале [0;1] связаны с экспоненциальным законом следующим математическим выражением:

$$x = \int_0^y \frac{1}{18} e^{-(1/18) \cdot \%IDELTAT} dy \quad (15)$$

Определим интеграл в правой части:

$$x = \int_0^y \frac{1}{18} e^{-(1/18) \cdot \Delta T} dy = -e^{-(1/18) \Delta T} \Big|_0^y = -e^{-(1/18) \Delta T} + 1 \quad (16)$$

и обратную функцию:

$$\Delta T = -18 \cdot \ln(1 - x) \quad (17)$$

Числовые характеристики гармоник линейного напряжения

Таблица 1 - U_{AB}

Гармоника	Частота, рад/с	Амплитуда, В		Фаза, град	
		Среднее	Дисперсия	Среднее	Дисперсия
1	314	529,82	19,11	-	-
2	628	4,23	1,42	63	112
3	942	17,60	9,35	206	68
4	1256	1,51	0,06	92	85
5	1570	18,54	8,29	130	214
6	1884	3,05	0,27	290	152

Таблица 2 - U_{BC}

Гармоника	Частота, рад/с	Амплитуда		Фаза	
		Среднее	Дисперсия	Среднее	Дисперсия
1	314	532,09	17,36	-	-
2	628	3,98	1,56	78	102
3	942	19,13	8,19	235	49
4	1256	1,55	0,06	111	106
5	1570	16,77	6,44	114	210
6	1884	4,15	1,11	325	138

Таблица 3 - U_{CA}

Гармоника	Частота, рад/с	Амплитуда		Фаза	
		Среднее	Дисперсия	Среднее	Дисперсия
1	314	530,41	17,28	-	-
2	628	3,71	1,25	94	96
3	942	18,27	7,14	182	78
4	1256	1,50	0,06	56	
5	1570	16,01	7,66	165	183
6	1884	3,82	0,53	310	240

Коэффициенты аналитических кривых автокорреляционных функций гармоник линейных напряжений

Таблица 4 - амплитуды

№ гармоника	Линейные напряжения					
	U_{AB}		U_{BC}		U_{CA}	
	J	θ	J	θ	J	θ
1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7
1	0,85	4,1	0,61	2,9	0,5	0,47
2	1,4	-	0,52	-	0,52	-
3	0,73	-	0,87	1,3	1,0	-
4	0,51	3,12	0,61	2,1	0,5	0,47
5	1,73	-	1,81	-	1,79	-
6	0,49	1,57	1,11	0,50	0,5	0,47

Таблица 5 - фазы

№ гармоника	Линейные напряжения					
	U_{AB}		U_{BC}		U_{CA}	
	J	θ	J	θ	J	θ
1	-	-	-	-	-	-
2	0,87	5,2	0,72	3,80	0,79	4,30
3	0,52	-	0,60	-	0,57	1,20
4	0,61	-	0,56	0,50	0,69	-
5	1,20	1,10	0,97	1,80	0,83	1,5
6	0,67	0,8	0,52	0,95	0,49	0,88

Преобразование некоррелированных случайных величин в последовательность с заданной автокорреляционной и взаимокорреляционной функциями осуществляется по методу скользящих средних. Он основан на использовании зависимости вида [15]:

$$X(l) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} S_j I(l-j), \quad (18)$$

где $X(l)$ - текущее l -значение центрированной случайной величины; S_j - вещественные или комплексные числа; I - единичная случайная последовательность.

При этом автокорреляционную функцию $R(i)$ можно определить следующим образом:

$$\cdot \quad (19)$$

В том случае, если $R(i)$ затухает, соотношения (18, 19) примут вид:

$$X(l) = \sum_{j=0}^{\eta_3} S_j I(l-j), \quad (20)$$

$$R(i) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{\eta_3-|i|} S_{j+|i|} S_j, & \text{при } |i| \leq \eta_3 \\ 0, & \text{при } |i| > \eta_3 \end{cases}, \quad (21)$$

где η_3 - интервал затухания автокорреляционной функции случайного процесса.

На практике величину η_3 выбирают таким образом, чтобы выполнялось неравенство:

$$R(\eta_3) \geq 0,05 R(0). \quad (22)$$

Определение же коэффициентов S_j сводится к решению (21) при изменении i от 0 до η_3 , то есть к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} R(0) = S_0^2 + S_1^2 + \dots + S_{\eta_3}^2 \\ R(1) = S_1 S_0 + S_2 S_1 + \dots + S_{\eta_3} S_{\eta_3-1} \\ \dots \\ R(\eta_3-1) = S_{\eta_3-1} S_0 + S_{\eta_3} S_1 \\ R(\eta_3) = S_{\eta_3} S_0 \end{cases} \quad (23)$$

Последнее уравнений осуществлено в пакете прикладных программ MathCAD.

Значения $R(i)$ для цеховой сети ПАО «Днепроспецсталь» определены по аналитическим выражениям соответствующих автокорреляционных функций, при этом величины соответствующих коэффициентов для моделирования амплитуд и фаз гармонических составляющих приведены в таблицах 12-22.

На рис. 4 приведен укрупнённый алгоритм воспроизведения последовательностей линейных напряжений с заданными статистическими закономерностями.

Блок 1 загружает время моделирования T и массив, используемый для преобразования некоррелированных распределённых по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией случайных последовательностей в коррелированные. В блоке 2 осуществляется подготовка переменной k для последующих накоплений интервалов стационарных участков, в блоке 3 генерируются некоррелированные случайные последовательности.

В блоке 4 рассчитывается длительность текущего стационарного интервала моделирования случайных величин. Значение суммарной длительности стационарных участков подсчитывается в блоке 5. Как указывалось выше, снижение систематической ошибки моделирования линейных напряжений может быть уменьшено путём случайно выбираемой последовательности (рандомизации) генерирования амплитуд и фаз гармоник. Данная процедура реализуется в блоке 6. После этого рассчитываются значения параметров гармоник линейных напряжений (блоки 7,8). По полученным величинам определяются мгновенные значения гармоник (блок 10), а затем и самих линейных напряжений (блок 11), которые запоминаются в блоке 12. Затем проверяется длительность текущего суммарного времени моделирования (блок 13). Если оно меньше заданного T , то рассмотренная последовательность действий согласно алгоритму повторяется. В противном случае воспроизведение случайных последовательностей линейных напряжений заканчивается.

Коэффициенты аналитических кривых взаимокорреляционных функций гармоник линейных напряжений

Таблица 6 – амплитуды

Гармоника	$U_{AB/BC}$			$U_{AB/CA}$		
	J	θ	m	J	θ	m
1	0,51	3,12	3	0,61	2,9	3
2	1,73	-	2	0,52	-	3
3	0,49	1,57	2	0,87	1,3	1
4	0,52	-	10,5	0,47	2	
5	1,0	-	2	0,52	-	2
6	0,5	0,47	1	0,87	1,3	2

Таблица 7 – амплитуды

Гармоника	$U_{BC/AB}$			$U_{BC/CA}$		
	J	θ	m	J	θ	m
1	0,87	1,3	3	0,52	-	2
2	0,61	2,1	3	1,0	-	2
3	1,81	-	2	0,85	4,1	3
4	0,87	1,3	1	1,4	-	1
5	0,61	2,1	2	0,87	1,3	1
6	0,5	0,47	3	0,61	2,1	2

Таблица 8 – амплитуды

Гармоника	$U_{CA/BC}$			$U_{CA/BC}$		
	J	θ	m	J	θ	m
1	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7
1	0,52	-	2	1,4	-	2
2	0,61	2,1	2	0,73	-	3
3	1,81	-	3	1,79	-	3
4	1,0	-	1	1,73	-	2
5	0,87	1,3	3	0,61	2,1	2
6	0,51	3,12	3	0,49	1,57	3

Таблица 9 – фазы

Гармоника	$U_{AB/BC}$			$U_{AB/CA}$		
	J	θ	m	J	θ	m
1	0,56	0,50	1	0,50	0,69	2
2	0,97	1,80	3	0,52	-	2
3	0,87	5,2	3	0,61	-	2
4	0,83	1,5	2	0,60	-	1
5	0,49	0,88	1	0,56	0,50	1
6	1,20	1,10	1	0,67	0,8	1

Таблица 10 – фазы

Гармоника	$U_{BC/AB}$			$U_{BC/CA}$		
	J	θ	m	J	θ	m
1	0,69	-	2	0,60	-	2
2	0,83	1,5	2	0,79	4,30	2
3	0,49	0,88	3	0,57	1,20	1
4	0,56	0,50	1	0,87	5,2	1
5	0,97	1,80	2	0,52	-	2
6	0,52	0,95	2	0,52	0,95	3

Таблица 11 – фазы

Гармоника	$U_{CA/AB}$			$U_{CA/BC}$		
	J	θ	m	J	θ	m
1	1,20	1,10	2	0,87	5,2	3
2	0,67	0,8	3	0,52	-	3
3	0,60	-	1	0,97	1,80	2
4	0,56	0,50	2	0,52	0,95	1
5	0,79	4,30	2	0,61	-	3
6	0,57	1,20	3	0,56	0,50	2

Таблица 12 - Коэффициенты для моделирования амплитуд линейных напряжений первой гармоники										Таблица 13 - Коэффициенты для моделирования амплитуд линейных напряжений второй гармоники									
	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$		U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$
S_0	0,95	3,537	0,634	0,93	-0,197	0,362	0,195	0,387	-0,051	S_0	0,07	0,389	0,694	-0,051	-0,197	0,362	0,07	-0,022	0,93
S_1	1,91	-1,909	1,177	-0,53	-0,713	0,077	0,311	0,637	-0,006	S_1	0,02	-0,189	-0,166	-0,006	-0,713	0,077	0,03	-0,092	-0,53
S_2	1,83	0,969	1,939	2,84	2,571	2,458	-0,01	-0,002	0,049	S_2	1,16	0,446	0,151	0,049	2,571	2,458	0,06	0,074	2,84
S_3	-2,99	-0,458	2,447	2,72	1,015	0,98	-0,312	-0,637	0,166	S_3	0,28	0,816	0,218	0,166	1,015	0,98	-0,15	0,079	2,72
S_4	1,52	0,243	1,804	1,03	-	-	0,194	0,386	0,361	S_4	-	0,647	0,546	0,361	-	-	0,15	0,116	1,03
S_5	-	-	-1,577	-	-	-	0,195	0,387	-0,051	S_5	-	0,298	1,339	0,606	-	-	-0,08	0,18	-
Таблица 14 - Коэффициенты для моделирования фаз линейных напряжений второй гармоники										Таблица 15 - Коэффициенты для моделирования амплитуд линейных напряжений третьей гармоники									
	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$		U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$
S_0	-0,79	2,21	1,88	-0,79	2,21	1,88	7,72	-2,69	6,47	S_0	0,93	-0,197	0,362	0,362	0,195	0,07	-0,022	0,07	-0,197
S_1	-0,89	-5,51	-5,61	-0,89	-5,51	-5,61	4,21	6,56	3,25	S_1	-0,53	-0,713	0,077	0,077	0,311	0,03	-0,092	0,03	-0,713
S_2	2,27	7,90	6,37	2,27	7,90	6,37	2,92	6,22	1,63	S_2	2,84	2,571	2,458	2,458	-0,01	0,06	0,074	0,06	2,571
S_3	10,2610	2,10	4,52	10,2610	2,10	4,52	1,24	3,74	0,83	S_3	2,72	1,015	0,98	0,98	-0,312	-0,15	0,079	-0,15	1,015
S_4	-	-	-	-	-	-	0,96	1,75	0,54	S_4	1,03	-	-	-	0,194	0,15	0,116	0,15	-
S_5	-	-	-	-	-	-	-	-0,5	-	S_5	-	-	-	-	0,195	-0,08	0,18	-0,08	-
Таблица 16 - Коэффициенты для моделирования фаз линейных напряжений третьей гармоники										Таблица 17 - Коэффициенты для моделирования амплитуд линейных напряжений четвертой гармоники									
	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$		U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$
S_0	6,63	3,57	1,45	2,01	3,61	3,61	14,29	7,72	-2,69	S_0	0,195	0,07	-0,022	0,07	-0,022	0,694	-0,051	0,387	-0,051
S_1	3,92	5,63	-1,76	5,14	7,25	7,25	-1,46	4,21	6,56	S_1	0,311	0,03	-0,092	0,03	-0,092	-0,166	-0,006	0,637	-0,006
S_2	2,34	0,86	-4,39	7,07	9,09	9,09	-1,90	2,92	6,22	S_2	-0,01	0,06	0,074	0,06	0,074	0,151	0,049	-0,002	0,049
S_3	1,40	1,84	5,27	3,45	4,03	4,03	-	1,24	3,74	S_3	-0,312	-0,15	0,079	-0,15	0,079	0,218	0,166	-0,637	0,166
S_4	0,83	0,17	4,12	-6,76	-8,69	-8,69	-	0,96	1,75	S_4	0,194	0,15	0,116	0,15	0,116	0,546	0,361	0,386	0,361
S_5	0,77	0,67	2,98	-	-	-	-	-	-0,5	S_5	0,195	-0,08	0,18	-0,08	0,18	1,339	0,606	0,387	-0,051
Таблица 18 - Коэффициенты для моделирования фаз линейных напряжений четвертой гармоники										Таблица 19 - Коэффициенты для моделирования амплитуд линейных напряжений пятой гармоники									
	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$		U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$
S_0	7,72	-2,69	6,47	13,27	3,57	14,29	7,72	14,29	6,30	S_0	2,83	2,50	2,728	2,456	2,673	13,234	0,195	0,387	-0,051
S_1	4,21	6,56	3,25	0,53	5,63	-1,46	4,21	-1,46	10,41	S_1	0,52	0,42	0,469	-0,051	-0,197	0,362	0,311	0,637	-0,006
S_2	2,92	6,22	1,63	-2,60	0,86	-1,90	2,92	-1,90	-1,03	S_2	-	-	-	-0,006	-0,713	0,077	-0,01	-0,002	0,049
S_3	1,24	3,74	0,83	-	1,84	-	1,24	-	0,35	S_3	-	-	-	0,049	2,571	2,458	-0,312	-0,637	0,166
S_4	0,96	1,75	0,54	-	0,17	-	0,96	-	-1,66	S_4	-	-	-	0,166	1,015	0,98	0,194	0,386	0,361
S_5	-	-	-	0,67	-	-	-	-	-	S_5	-	-	-	0,361	-	-	0,195	0,387	-0,051
Таблица 20 - Коэффициенты для моделирования фаз линейных напряжений пятой гармоники										Таблица 21 - Коэффициенты для моделирования амплитуд линейных напряжений шестой гармоники									
	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$		U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$
S_0	-0,79	14,29	13,27	1,88	-0,79	2,21	1,88	3,61	6,47	S_0	0,195	0,387	-0,051	0,195	0,07	-0,022	0,93	0,95	3,537
S_1	2,14	-1,46	0,53	-5,61	-0,89	-5,51	-5,61	7,25	3,25	S_1	0,311	0,637	-0,006	0,311	0,03	-0,092	-0,53	1,91	-1,909
S_2	14,45	-1,90	-2,60	6,37	2,27	7,90	6,37	9,09	1,63	S_2	-0,01	-0,002	0,049	-0,01	0,06	0,074	2,84	1,83	0,969
S_3	-	-	-	4,52	10,2610	2,10	4,52	4,03	0,83	S_3	-0,312	-0,637	0,166	-0,312	-0,15	0,079	2,72	-2,99	-0,458
S_4	-	-	-	-	-	-	-	-8,69	0,54	S_4	0,194	0,386	0,361	0,194	0,15	0,116	1,03	1,52	0,243
S_5	-	-	-	-	-	2,21	1,88	-	-	S_5	0,001	0,001	0,606	0,195	-0,08	0,18	-	-	-

Таблица 22 - Коэффициенты для моделирования фаз линейных напряжений шестой гармоники

	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}	$U_{AB/BC}$	$U_{AB/CA}$	$U_{BC/AB}$	$U_{BC/CA}$	$U_{CA/AB}$	$U_{CA/BC}$
S_0	6,30	2,01	3,61	2,21	1,88	2,21	-0,022	0,07	-2,69
S_1	10,41	5,14	7,25	-5,51	-5,61	-5,51	-0,092	0,03	6,56
S_2	-1,03	7,07	9,09	7,90	6,37	7,90	0,074	0,06	6,22
S_3	0,35	3,45	4,03	2,10	4,52	2,10	0,079	-0,15	3,74
S_4	-1,66	-6,76	-8,69	-	-	-	0,116	0,15	1,75
S_5	-	-	-	-	-	2,21	0,18	-0,08	-0,5

либо с использованием известных в электротехнике соотношений между мгновенными значениями линейных напряжений (формулы 2; 10; 11). Все возможные комбинации последовательностей расчётов значений линейных напряжений приведены в табл. 23.

Выделим для каждой из них равные числовые промежутки в интервале [0;1]. Тогда, разыгрывая случайную величину d (блок 1) равномерно распределённую в интервале [0;1], можно случайным образом выбирать одну из последовательностей (блоки 2,3). Из теории вероятности и математической статистики известно, что при большом количестве испытаний частоты выбора будут одинаковыми.

Проверка адекватности вероятностной модели цеховой электрической сети. При синтезе цифровых генераторов линейных напряжений в цеховых электросетях использованы методы, обеспечивающие воспроизведение на ЭВМ случайных последовательностей с заданными статистическими характеристиками. Поэтому необходимо, чтобы средние значения и дисперсии сгенерированных выборок незначимо отличались от полученных гипотетических средних значений и дисперсий (табл. 1-3). Только в этом случае можно по результатам вычислительных исследований принимать корректные технические решения для обеспечения необходимых условий функционирования асинхронных двигателей.

Алгоритм рандомизации, реализованный в блоке 6, представлен на рис. 5. Суть его заключается в следующем. При определении амплитуд и фаз гармоник линейных напряжений на стационарных участках возможно, как указывалось ранее, применение одного из способов расчёта: либо на основании заданных автокорреляционных функций (по методу скользящих средних), либо на основании взаимокорреляционных функций (по методу скользящих средних с запаздыванием),

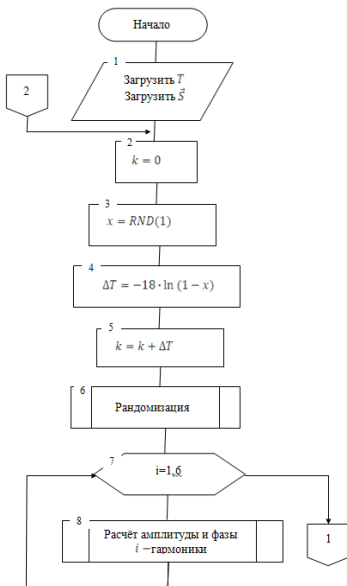


Рис. 4. Алгоритм моделирования линейных напряжений

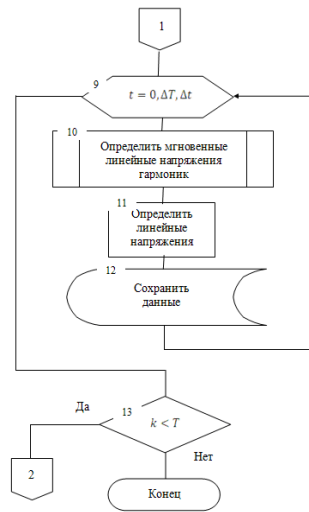


Рис. 5. Алгоритм рандомизации

Для того чтобы при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ о равенстве неизвестной генеральной дисперсии σ^2 гипотетическому значению σ_0^2 при конкурирующей гипотезе $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$, необходимо вычислить наблюдаемое значение критерия [16]:

$$\chi_{набл}^2 = \left[(n-1) s^2 / \sigma_0^2 \right],$$

где s^2 - несмещённая оценка дисперсии.

Далее следует определить левую и правую

$$\chi_{левую\ кр.}^2 (1-\alpha/2; k) \text{ и } \chi_{правую\ кр.}^2 (\alpha/2; k)$$

критические точки ($k=n-1$ - количество степеней свободы).

Если $\chi_{л.кр.}^2 (1-\alpha/2; k) < \chi_{набл}^2 < \chi_{п.кр.}^2 (\alpha/2; k)$, то нулевая гипотеза принимается.

Для $n = 30$ и $\alpha = 0,05$ левая и правая критические точки будут соответственно равны

$$\chi_{л.кр.}^2 (1-\alpha/2; k) = 16 \text{ и } \chi_{п.кр.}^2 (\alpha/2; k) = 42,6$$

Результаты проверки дисперсий случайных последовательностей гармоник линейных напряжений, которые сгенерированы разработанными цифровыми генераторами, представлены в табл. 24-26.

Для того чтобы при заданном уровне значимости α проверить нулевую гипотезу $H_0: \alpha = 0$ о равенстве генеральной средней α нормальной совокупности с известной дисперсией σ_0^2 гипотетическому значению α_0 при конкурирующей гипотезе $H_1: \alpha \neq 0$, следует вычислить наблюдаемое значение критерия [16]:

$$U_{набл} = (\bar{y} - a_0) \sqrt{n} / \sigma$$

Затем по таблице функций Лапласа следует найти критическую точку $u_{кр}$ двусторонней критической области из равенства:

$$\Phi(u_{кр}) = (1-\alpha)/2$$

Если $|U_{набл}| < u_{кр}$, то нет оснований отвергать нулевую гипотезу.

Для $\alpha = 0,05$ определяем $\Phi(u_{кр}) = (1-\alpha)/2 = 0,475$. По таблице функции Лапласа находим $u_{кр} = 196$. Результаты проверки средних случайных последовательностей гармоник линейных напряжений, которые сгенерированы разработанными цифровыми генераторами ($n = 30$), представлены в табл. 27-29.

Проверка гипотезы о принадлежности случайной выборки заданному закону распределения чаще всего осуществляется по критерию χ^2 (хи - квадрат) Пирсона. Суть данного критерия заключается в следующем. Определяется минимальное Y_{min} и максимальное Y_{max} значения случайной величины (размах выборки) и весь диапазон $[Y_{min}, Y_{max}]$ делится на интервалы, количество которых рассчитывается по формуле [16]: $m \leq 5lgn$, где n - объём выборки.

Затем для каждого интервала $[Y_{min}, Y_{max}]$ определяются эмпирические h_i и теоретические $np_i = n \int_{Y_{min}}^{Y_{max}} f(y) dy$ частоты, и рассчитывается величина критерия:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(h_i - np_i)^2}{np_i}. \quad (24)$$

Расчёты по формуле (24) будут корректными, если теоретические частоты будут удовлетворять неравенству $np_i \geq 5$.

Таблица 23 - Определение способа моделирования гармоник линейных напряжений

№	Значение случайной величины d	Расчёт по автокорреляционной функции	Расчёт по взаимкорреляционной функции	Расчёт по формуле (2)
1	$0 \leq d \leq 1/6$	U_{AB}	U_{BC}	U_{CA}
2	$1/6 < d \leq 2/6$	U_{AB}	U_{CA}	U_{BC}
3	$2/6 < d \leq 3/6$	U_{BC}	U_{AB}	U_{CA}
4	$3/6 < d \leq 4/6$	U_{BC}	U_{CA}	U_{AB}
5	$4/6 < d \leq 5/6$	U_{CA}	U_{AB}	U_{BC}
6	$5/6 < d \leq 1$	U_{CA}	U_{BC}	U_{AB}

Результаты контроля дисперсий гармоник линейного напряжения

Таблица 24 - U_{AB}

Гармоника	Амплитуда, В			Фаза, град		
	Дисперсия			Дисперсия		
	σ_0^2	s^2	$\chi_{набл}^2$	σ_0^2	s^2	$\chi_{набл}^2$
1	19,11	21,19	32,16	-	-	-
1	2	3	4	5	6	7
2	1,42	1,24	25,34	112	70,06	18,14
3	9,35	6,41	19,87	68	62,16	26,51
4	0,06	0,04	21,19	85	68,06	23,22
5	8,29	11,35	39,72	214	276,06	37,41
6	0,27	0,31	33,07	152	180,51	34,44

Таблица 25 - U_{BC}

Гармоника	Амплитуда, В			Фаза, град		
	Дисперсия			Дисперсия		
	σ_0^2	s^2	$\chi_{набл}^2$	σ_0^2	s^2	$\chi_{набл}^2$
1	17,36	11,87	19,83	-	-	-
2	1,56	1,02	18,92	102	96,20	27,35
3	8,19	8,83	31,27	49	40,82	24,16
4	0,06	0,05	22,88	106	137,99	37,75
5	6,44	5,59	25,17	210	191,97	26,51
6	1,11	0,82	21,45	138	144,00	30,47

Таблица 26 - U_{CA}

Гармоника	Амплитуда, В			Фаза, град		
	Дисперсия			Дисперсия		
	σ_0^2	s^2	$\chi_{набл}^2$	σ_0^2	s^2	$\chi_{набл}^2$
1	17,28	1,59	21,13	-	-	-
2	1,25	1,75	40,52	96	87,66	26,48
3	7,14	9,38	38,10	78	97,23	36,15
4	0,06	0,04	17,06	56	66,86	34,62
5	7,66	6,59	24,93	183	250,90	39,76
6	0,53	0,36	19,67	240	338,90	40,95

Результаты проверки средних гармоник линейного напряжения

Таблица 27 - U_{AB}

Гармоника	Амплитуда, В			Фаза, град		
	Сред. α_0	Сред. μ	$ U_{набл} $	Сред. α_0	Сред. μ	$ U_{набл} $
1	529,82	531,26	1,8	-	-	-
2	4,23	4,38	0,7	63	59,95	-1,58
3	17,60	16,85	-1,35	206	208,01	1,34
4	1,51	1,58	1,63	92	94,88	1,71
5	18,54	17,75	-1,51	130	134,99	1,87
6	3,05	2,95	-1,02	290	286,24	-1,67

Таблица 28 - U_{BC}

Гармоника	Амплитуда, В			Фаза, град		
	Сред. α_0	Сред. μ	$ U_{набл} $	Сред. α_0	Сред. μ	$ U_{набл} $
1	532,09	533,38	1,70	-	-	-
2	3,98	4,41	1,88	78	74,63	-1,83
3	19,13	18,38	-1,44	235	236,7	1,33
4	1,55	1,64	1,92	111	114,27	1,74
5	16,77	17,35	1,25	114	109,11	-1,85
6	4,15	4,33	0,94	325	327,08	0,97

Таблица 29 - U_{CA}

Гармоника	Амплитуда, В			Фаза, град		
	Сред. α_0	Сред. μ	$ U_{набл} $	Сред. α_0	Сред. μ	$ U_{набл} $
1	530,41	531,85	1,90	-	-	-
2	3,71	4,07	1,78	94	91,23	-1,55
3	18,27	19,09	1,69	182	182,31	0,19
4	1,50	1,57	1,63	83	85,42	1,77
5	16,01	16,56	1,08	165	169,22	1,71
6	3,82	3,57	-1,88	310	315,346	1,89

Если для некоторых интервалов это неравенство не выполняется, они объединяются с соседними. Выдвинутая гипотеза о принадлежности случайной выборки заданному закону распределения принимается для выбранной вероятности ошибки первого рода α при решении технических задач (уровень значимости α принимают 0,05), если рассчитанное значение χ^2 будет не больше табличного $\chi^2_{\alpha,k}$.

Здесь k – количество степеней свободы: $k = m - 3$.

Результаты проверки законов распределения случайных последовательностей гармоник линейных напряжений, которые сгенерированы разработанными цифровыми генераторами для выборки $n = 30$ и $\alpha = 0,05$, представлены в табл. 30-31. Как следует из таблиц 24-31 числовые характеристики гармоник генерируемых линейных напряжений цеха №1 ПАО «Днепроспецсталь» незначимо отличаются от гипотетических, поэтому цифровая модель, настроенная на рассматриваемые условия может считаться адекватной.

Выводы. Исследование эффективности использования электрооборудования в электрических сетях с некачественной электроэнергией целесообразно осуществлять на основе вычислительных экспериментов с использованием генераторов линейных напряжений, разработанных на основе метода статистических испытаний.

Моделирование линейных напряжений в электрических сетях с некачественной электроэнергией статистическими методами, ввиду того, все их гармонические составляющие имеют фиксированные частоты колебаний на которые лишь накладываются изменения амплитуд и начальных фаз, целесообразно осуществлять путем генерирования случайных последовательностей последних. Наличие больших интервалов между случайными включениями и выключениями электрооборудования в электрических сетях приводит к не стационарности линейных напряжений и требует предварительного выделения стационарных участков.

При использовании Таблица 30 - Результаты проверки законов распределения амплитуд в качестве аргумента случайных функций линейных напряжений номера события включения/выключения оборудования, исследования статистических закономерностей линейных напряжений в электросети цеха возможно осуществить в рамках корреляционного анализа.

Рандомизация последовательностей вычислений гармоник линейных напряжений позволяет уменьшить систематическую ошибку моделирования.

Использование разработанной вероятностной модели цеховой электрической сети с некачественной электроэнергией позволяет на основе вычислительных исследований принимать корректные технические решения для обеспечения заданных условий функционирования в ней асинхронных двигателей.

Таблица 30 - Результаты проверки законов распределения амплитуд

Гармоника	Линейное напряжение					
	U_{AB}		U_{AB}		U_{AB}	
	χ^2	k	$\chi^2_{\alpha,k}$	χ^2	k	$\chi^2_{\alpha,k}$
1	8,9	4	9,5	7,6	3	7,8
2	8,3	4	9,5	9,1	4	9,5
3	6,5	3	7,8	7,5	3	7,8
4	5,7	2	6,0	7,2	3	7,8
5	7,0	3	7,8	5,9	2	6,0
6	7,4	3	7,8	6,8	3	7,8

Таблица 31 - Результаты проверки законов распределения фаз

Гармоника	Линейное напряжение					
	U_{AB}		U_{AB}		U_{AB}	
	χ^2	k	$\chi^2_{\alpha,k}$	χ^2	k	$\chi^2_{\alpha,k}$
1	7,5	3	7,8	7,7	3	7,8
2	7,6	3	7,8	7,6	3	7,8
3	5,9	2	6,0	9,3	4	9,5
4	7,6	3	7,8	5,4	2	6,0
5	5,8	2	6,0	7,5	3	7,8
6	5,9	2	6,0	7,5	3	7,8

Список литературы: 1. *Строгалев В. П.* Имитационное моделирование: Учеб. пособие / В. П. Строгалев, И. О. Толкачева. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 280 с. 2. *Скурихин В. И.* Математическое моделирование / В. И. Скурихин, В. В. Дубровский, В. Б. Шифрин. – Киев: Наукова думка, 1983. – 270 с. 3. *Качан Ю. Г.* О моделях функционирования асинхронного двигателя в условиях некачественного питания / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Гірнична електромеханіка та автоматика: науково-технічний збірник. – Вип.81. – Дніпропетровськ, 2008. – С.51-54. 4. *Качан Ю. Г.* Реализация модели асинхронного двигателя для условий некачественного питания / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – № 3. – Кременчук, 2009. – С.56-58. 5. *Качан Ю. Г.* Оценка адекватности математической модели асинхронного двигателя в условиях некачественного питания / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Інтегровані технології та енергозбереження. Щоквартальний науково-практичний журнал. – № 3. – Харків: НТУ «ХПІ», 2009. – с.67-69. 6. *Качан Ю. Г.* Моделирование асинхронного двигателя для условий некачественного питания / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Проблемы повышения эффективности электромеханических преобразователей в энергетических системах. – Материалы Международной научно-технической конференции. – Севастополь, 2009. – С. 55-56. 7. *Качан Ю. Г.* О методике выбора экономически целесообразных средств защиты асинхронных двигателей, работающих в условиях некачественной электроэнергии / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. Щоквартальний науково-виробничий журнал. – Кременчук: КДПУ, 2011. – Випуск 4/2011(16). – С.53-57. 8. *Качан Ю. Г.* О моделировании напряжений в электрических сетях промышленных предприятий / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Електротехніка і електроенергетика. – № 1. – 2012. – С.72-75. 9. *Прохоров С. А.* Математическое описание и моделирование случайных процессов / С. А. Прохоров. – Уральск: Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 2001. – 209 с. 10. *Яглом Я. М.* Корреляционная теория стационарных случайных функций / Я. М. Яглом. – М.: Наука, 1983. – 320 с. 11. *Бендат Дж.* Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с. 12. *Качан Ю. Г.* О влиянии гармонического состава питающего напряжения на энергетические показатели асинхронного двигателя / Ю. Г. Качан, А. В. Николенко, В. В. Кузнецов // Гірн. електромеханіка та автоматика: наук.-техн. зб – Вип. 83. – Дніпропетровськ, 2009. – С.113-118. 13. *Кобзарь А. И.* Прикладная математическая статистика / А. И. Кобзарь. – М.: Физматлит, 2006. – 238 с. 14. *Нейлор Г.* Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Г. Нейлор. – М.: Мир, 1975. – 412 с. 15. *Гмурман В. Е.* Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2004. – 404 с. 16. *Кендалл М.* Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. Стьюарт. – М.: Наука, 1973. – 326 с.

Bibliography (transliterated): 1. *Strogalev, V. P., Tolkacheva, I. O.* Imitatsionnoe modelirovanie. Ucheb. M.: Izd-vo MG TU im. N.E. Bauman a, 2008. 280. 2. *Skurihin, V. I., Dubrovskiy, V. V., Shifrin, V. B.* Matematicheskoe modelirovanie. – Kiev: Naukova dumka, 1983. 270 s. 3. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* O modelyakh funktsionirovaniya asinhronnogo dvigatelya v usloviyah nekachestvennogo pitaniya. Gіrnic ha elektromehanika ta avtomatika: naukovo-tehnichnyi zbirnik. Vip. 81. Dnipro petrovsk, 2008. 51-54. 4. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* Realizatsiya modeli asinhronnogo dvigatelya dlya usloviy nekachestvennogo pitaniya. Visnik Kremenchut skogo derzhavnogo politehnichnogo unіversitetu. No 3. – Kremenchuk, 2009. 56-58. 5. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* Otsenka adekvatnosti matematicheskoy modeli asinhronnogo dvigatelya v usloviyah nekachestvennogo pitaniya Іntegrovani tehnologii ta energozberezhennya. Schokvartalniy naukovo-praktichniy zhurnal. No 3. – Harkiv: NTU «HPІ», 2009. 67-69. 6. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* Modelirovanie asinhronnogo dvigatelya dlya usloviy nekachestvennogo pitaniya. Problemy povysheniya effektivnosti elektromehani cheskikh preobrazovateley v energeticheskikh sistemah. Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii. – Sevastopol, 2009. 55-56. 7. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* O metodike vyibora ekonomicheskhi tselesoobraznykh sredstv zaschityi asinhronnykh dvigatelyey, rabotayuschih v usloviyah nekachestvennoy elektroenergiі Elektromehani chni i energozberigayuchi sistemi. Schokvartalniy naukovo-virobnichiy zhurnal. – Kremenchuk: KDPU, 2011. – Vipusk 4/2011(16). 53-57. 8. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* O modelirovanii napryazheniy v elektricheskikh setyah promyshlennykh predpriyatiy. Elektrotehnika i elektroenergetika. – No 1. 2012. – 72-75. 9. *Prohorov, S. A.* Matematicheskoe opisanie i modelirovanie sluchaynykh protsessov. – Uralsk: Samar. gos. aerokosm. un-t, 2001. – 209. 10. *Yaglom, Ya. M.* Korrelyatsionnaya teoriya statsionarnykh sluchaynykh funktsiy. M.: Nauka, 1983. 320. 11. *Bendat, Dzh.* Prikladnoy analiz sluchaynykh dannykh M.: Mir, 1989. – 540. 12. *Kachan, Yu. G., Nikolenko, A. V., Kuznetsov, V. V.* O vliyaniі garmonicheskogo sostava pitayuschego napryazheniya na energeticheskie pokazateli asinhronnogo dvigatelya Gіrn. elektromehanika ta avtomatika: nauk.-tehn. z.b – Vip. 83. – Dnipro petrovsk, 2009. 113-118. 13. *Kobzar, A. I.* Prikladnaya matematicheskaya statistika– M.: Fizmatlit, 2006. – 238. 14. *Neylor, G.* Mashinnye imitatsionnye eksperimenty s modelyami ekonomicheskikh sistem – M.: Mir, 1975. – 412. 15. *Gmurman, V. E.* Rukovodstvo k resheniyu zadach po teorii veroyatnosti i matematicheskoy statistike: Ucheb. posobie dlya studentov vuzov: Vyssh. shk., 2004. – 404. 16. *Kendall M.* Statisticheskie vyivody i svyazi / M. Kendall, A. Styuart. – M.: Nauka, 1973. – 326.

Поступила