УДК 621.83, УДК 621.91

В.В. БЕЛОЗЕРОВА, аспирант**,** ВНУ им. В.Даля

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОЦЕССА НАРЕЗАНИЯ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ГИПЕРБОЛОИДНОЙ ЧЕРВЯЧНОЙ ФРЕЗОЙ

У статті розглянуті проблеми пошуку відносної швидкості ковзання й сумарної швидкості руху зубів, що накочуються, у напрямку, перпендикулярному лініям контакту, які виникають у процесі нарізування прямозубих циліндричних зубчастих коліс гіперболоїдною черв'ячною фрезою.

The relative speed of sliding and total speed of movement rolled teeth in a direction, perpendicular to lines of the contact, which are arising during the cutting the spurs by a worm mill, are considered in the title.

Постановка проблемы. Полное и точное рассмотрение процесса изготовления зубчатых колес при помощи гиперболоидных инструментов возможно при условии достоверного прогнозирования кинематических и геометрических параметров, включающих в себя относительную скорость скольжения, суммарную скорость движения накатываемых зубьев в направлении, перпендикулярном линиям контакта, угол между вектором относительной скорости скольжения и направлением линий контакта, удельные скольжения при изготовлении колес, длину линий контакта, коэффициенты перекрытия и другие.

Анализ литературы. В основу метода изготовления прямозубых цилиндрических зубчатых колес гиперболоидным инструментом положен принцип зацепления винтовых колес [1,2,3,4,5,6]. Сущность этого метода состоит в том, что при зацеплении пары зубчатых колес, оси которых перекрещиваются в зоне контакта, между поверхностями их зубьев появляется комбинированное скольжение в направлении высоты зуба и в направлении линии зуба. Именно скольжение вдоль зуба и принимается в качестве главного движения резания [7,8,9,10].

Цель статьи. Целью данной статьи является построение математического аппарата для прогнозирования геометрических и кинематических параметров процесса нарезания прямозубых зубчатых колес гиперболоидной червячной фрезой.

Основной материал. Рассмотрим относительную скорость скольжения и суммарную скорость движения накатываемых зубьев в направлении, перпендикулярном линиям контакта.

Для нахождения суммарной скорости движения накатываемых зубьев в направлении, перпендикулярном линиям контакта, будем использовать относительную скорость скольжения, возникающую при нарезании цилиндрического зубчатого колеса. Ее проекции в неподвижной системе координат xyz имеют вид:

$$V_x^{(12)} = -y(1-u_{21}\cos\gamma) + zu_{21}\sin\gamma,$$
$$V_y^{(12)} = x(1-u_{21}\cos\gamma) - Au_{21}\cos\gamma, \qquad (1)$$
$$V_z^{(12)} = -(x+A)u_{21}\sin\gamma.$$

Здесь x, y, z имеют значения, определяемые выражениями

$$x = (x_1 - r)\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1$$
$$y = (x_1 - r)\sin\varphi_1 + y_1\cos\varphi_1 \qquad (2)$$
$$z = \{(u_{21}\cos\gamma - 1)\left[y_1 y_1' + x_1'(x_1 - r)\right] - Au_{21}\cos\gamma(y_1'\sin\varphi_1 -$$
$$- x_1'\cos\varphi_1)\} / u_{21}\sin\gamma(x_1'\sin\varphi_1 - y_1'\cos\varphi_1).$$

Подставив эти выражения в (1), получим:

$$V_x^{(12)} = ((r - x_1)\sin\varphi_1 + y_1\cos\varphi_1)(1-u_{21}\cos\gamma) +$$
$$+[Au_{21}\cos\gamma(y_1\sin\varphi_1 - x_1\cos\varphi_1) - (1-u_{21}\cos\gamma)(y_1 y_1' -$$
$$- x_1(r - x_1)]/(y_1\cos\varphi_1 + x_1\sin\varphi_1);$$
$$V_y^{(12)} = ((x_1 - r)\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1)(1-u_{21}\cos\gamma) - Au_{21}\cos\gamma;$$
$$V_z^{(12)} = -((x_1 - r)\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1 + A)u_{21}\sin\gamma. \qquad (3)$$

Найдем модуль вектора относительной скорости скольжения как

$$\left|V^{(12)}\right| = \sqrt{[V_x^{(12)}]^2 + [V_y^{(12)}]^2 + [V_z^{(12)}]^2}, \qquad (4)$$

или, подставив выражения (3), получим:

$$[V^{(12)}]^2 = [-((x_1 - r)\sin\varphi_1 + y_1\cos\varphi_1)(1-u_{21}\cos\gamma) +$$

$$+Au_{21}\cos\gamma(y_1'\sin\varphi_1 - x_1'\cos\varphi_1) - (1-u_{21}\cos\gamma)(y_1 y_1' + x_1'(x_1 - r))]/$$
$$y_1'\cos\varphi_1 + x_1'\sin\varphi_1 + [((x_1 - r)\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1)(1-u_{21}\cos\gamma) -$$
$$-Au_{21}\cos\gamma] - [((x_1 - r)\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1 + A)u_{21}\sin\gamma]\,. \qquad (5)$$

Далее, используя полученное соотношение (5), можно определить скорости скольжения в точках любой заданной линии на поверхности нарезаемого цилиндрического зубчатого колеса. При $\varphi_1 = const$ можно определить относительную скорость в точках линии обработки зубьев, при $z = const$ можно определить относительную скорость в точках профиля зубьев нарезаемого колеса, а при $\lambda = const$ получим закон изменения относительной скорости по длине зуба. Приравнивая правую часть равенства (5) к нулю, получим уравнение для определения параметров, которые характеризуют точки на поверхности нарезаемого цилиндрического колеса, в которых скольжения равны нулю. Для получения истинных значений проекций относительной скорости, нужно правые части выражений (3) умножить на угловую скорость нарезаемого колеса.

Теперь рассмотрим суммарную скорость движения накатываемых зубьев в направлении, перпендикулярном линиям контакта

Между скоростями по огибаемой (детали) и огибающей (инструменте) поверхностям и относительной скоростью скольжения существует следующая связь:

$$\vec{V}^{(2)} - \vec{V}^{(1)} = \vec{V}^{(12)} \quad \text{или} \quad \vec{V}^{(2)} = \vec{V}^{(1)} + \vec{V}^{(12)}\,. \qquad (6)$$

Здесь $\vec{V}^{(1)}$ - вектор скорости точек при движении по обрабатываемому зубу цилиндрического колеса, $\vec{V}^{(2)}$ - вектор скорости точки при движении по поверхности гиперболоидного инструмента, $\vec{V}^{(12)}$ - вектор относительной скорости скольжения.

Запишем скорость движения точки контакта по нарезаемой поверхности в системе координат $x_1 y_1 z_1$. Для этого продифференцируем уравнение поверхности нарезаемого зуба

$$\vec{r}_1(v,\psi) = (x_1(v) - r)\vec{i} + y_1(v)\vec{j} + \psi\vec{k} \qquad (7)$$

по времени t и получим уравнение вектора скорости $\vec{V}_1$ движения точки по траектории как производную от $\vec{r}_1$ по t в следующем виде:

$$\vec{V}_1 = \dot{\vec{r}}_1 = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\frac{\partial v}{dt} + \frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{dt} = \vec{r}_1\frac{vdv}{dt} + \vec{r}_1\frac{\psi d\psi}{dt}\,. \qquad (8)$$

Теперь пусть в системе координат нарезаемого цилиндрического колеса $x_1 y_1 z_1$ задан единичный вектор $\vec{q}$ ($|\vec{q}| = 1$). Определим скорость перемещения точки контакта в направлении, перпендикулярном этому вектору. Т.к. $\vec{q} \perp \vec{V}_1$, то $\vec{q}\cdot\vec{V}_1 = 0$. Т.е.

$$\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\frac{\partial v}{dt} + \frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{dt}\right)\vec{q} = 0 \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{dv}{dt} + \left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right)\frac{d\psi}{dt} = 0\,. \qquad (9)$$

Дифференцируя уравнение непрерывности станочного касания по t, получим:

$$\frac{\partial F}{\partial v}\frac{\partial v}{dt} + \frac{\partial F}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{dt} + \frac{\partial F}{\partial\varphi_1}\frac{\partial\varphi_1}{dt} = 0\,. \qquad (10)$$

В выражениях (9) и (10) имеем три неизвестных величины dv/dt, $d\psi/dt$ и $d\varphi_1/dt$. Пусть, например, $d\varphi_1/dt = 1$. Определим остальные неизвестные, решив систему уравнений, состоящую из уравнений (9) и (10). Для этого используем метод Крамера. В результате имеем:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{\Delta_v}{\Delta} = \left[\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial\varphi_1}\right] \Big/ \left[\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial\psi} - \left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right] \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\Delta_\psi}{\Delta} = \left[-\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial\varphi_1}\right] \Big/ \left[\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial\psi} - \left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right] \end{aligned}\right\}. \qquad (11)$$

Теперь подставим полученные выражения (10) в найденную формулу вектора скорости (8):

$$\vec{V}_1 = \frac{\partial F}{\partial\varphi_1}\left[\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right) - \frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\right] \Big/ \left[\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial\psi} - \left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right]. \qquad (12)$$

Второй множитель числителя (11) представим в виде:

$$\left[\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\vec{q}\right) - \frac{\partial\vec{r}_1}{\partial\psi}\left(\frac{\partial\vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\right] = |\vec{N}|[\vec{q}\times\vec{n}_1], \qquad (13)$$

где $|\vec{N}|$ - модуль вектора нормали к нарезаемой поверхности зуба цилиндрического зубчатого колеса; $\vec{n}_1$ - единичный вектор нормали к нарезаемой поверхности, т.е.

$$\vec{n}_1 = \vec{N} \big/ \left|\vec{N}\right|, \quad \vec{N} = \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v} \times \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right). \tag{14}$$

Отсюда,

$$\left|\vec{N}\right|\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right] = \left|\vec{N}\right|\left[\vec{q} \times \vec{N} \big/ \left|\vec{N}\right|\right] = \left[\vec{q} \times \vec{N}\right] = \vec{q} \times \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v} \times \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right) = \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\left(\vec{q}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right) - \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\left(\vec{q}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right),$$

т.е. справедливо равенство

$$\left[\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right) - \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\right] = \left|\vec{N}\right|\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right]. \tag{15}$$

Тогда, учитывая (12) и подставляя найденное равенство в (7), будем иметь:

$$\vec{V}^{(1)} = \frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right]\left|\vec{N}\right| \Big/ \left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right],$$

$$\vec{V}^{(2)} = \frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right]\left|\vec{N}\right| \Big/ \left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right] + \vec{V}^{(12)}. \tag{16}$$

Теперь для исследования удельного скольжения поверхностей инструмента и нарезаемого колеса определим скорость движения точек контакта поверхностей в направлении заданного вектора.

Пусть задан единичный вектор $\vec{a}$, перпендикулярный вектору $\vec{q}$. Определим $\vec{V}^{(1)}$ в направлении заданного вектора $\vec{a}$. Т.к. $\vec{q} = \left[\vec{a} \times \vec{n}_1\right]$, то

$$\vec{q} = \left[\vec{a} \times \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v} \times \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right)\right] \Big/ \left|\vec{N}\right|, \quad \vec{q} = \left[\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right) - \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right)\right] \Big/ \left|\vec{N}\right| \tag{17}$$

Отсюда,

$$\left|\vec{N}\right|\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right] = \left[-\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right)G_1 - \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right)E_1\right] \Big/ \left|\vec{N}\right|. \tag{18}$$

Если E_1 и G_1 - коэффициенты первой квадратичной формы, то выражения (12) принимают вид:

$$\vec{V}^{(1)} = \left[-\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right)G_1\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v} - \left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right)E_1\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right]\frac{\partial F}{\partial \varphi_1} \Big/ \left[\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right)E_1\frac{\partial F}{\partial \psi} + \left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right)G_1\frac{\partial F}{\partial v}\right] \tag{19}$$

$$\vec{V}^{(2)} = \left[-\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right)G_1\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v} - \left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right)E_1\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right]\frac{\partial F}{\partial \varphi_1} \Big/ \left[\left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right)E_1\frac{\partial F}{\partial \psi} + \left(\vec{a}\,\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\right)G_1\frac{\partial F}{\partial v}\right] + \vec{V}^{(12)}$$

Вектор суммарной скорости перемещения точек контакта в направлении, перпендикулярном единичному вектору $\vec{q}$, учитывая соотношения (16), будет равен

$$\vec{U} = \vec{V}^{(1)} + \vec{V}^{(2)} = 2\frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right]\left|\vec{N}\right| \Big/ \left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right] + \vec{V}^{(12)} \tag{20}$$

Тогда, умножая обе части равенства (20) скалярно на вектор $\tilde{\vec{q}} = \left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right]$, получим:

$$\vec{U} \cdot \tilde{\vec{q}} = 2\frac{\partial F}{\partial \varphi_1}\left|\vec{N}\right| \Big/ \left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right] + \vec{V}^{(12)}\left[\vec{q} \times \vec{n}_1\right]. \tag{21}$$

Полученная зависимость (21) определяет суммарную скорость движения точек гипреболоидного инструмента в произвольном направлении, определяемом единичным вектором $\vec{q}$.

Теперь определим суммарную скорость точек контакта в направлении вектора $\vec{a}$, который направлен под углом ψ к вектору $\vec{\tau}$ - касательному контактной линии. Вектор $\vec{a}$ запишется

$$\vec{a} = d\vec{r}_1 \big/ \left|d\vec{r}_1\right|. \tag{22}$$

Исходя из формулы (7), $\left|d\vec{r}_1\right|$ будет определяться как:

$$\begin{aligned}\left|d\vec{r}_1\right| = \sqrt{d\vec{r}_1 d\vec{r}_1} &= \sqrt{\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}(dv)^2 + 2\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}dv\,d\psi + \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}(d\psi)^2}. \\ &= \sqrt{E_1(dv)^2 + G_1(d\psi)^2}\end{aligned} \tag{23}$$

С учетом этих выражений имеем:

$$\vec{a} = d\vec{r}_1 \big/ \left|d\vec{r}_1\right| = \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial \psi} + \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\right) \Big/ \sqrt{E_1\left(\frac{dv}{d\psi}\right)^2 + G_1}. \tag{24}$$

Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{\tau}$ определяется из выражения:

$$tg\,\psi = tg\,\upsilon_\tau = \left|\left[\vec{\tau}_1 \times \vec{a}\right]\right| \big/ (\vec{\tau}_1, \vec{a}). \tag{25}$$

Т.к.

$$\vec{\tau}_1 = \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\frac{\partial F}{\partial \psi} - \frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\frac{\partial F}{\partial v}, \qquad (26)$$

учитывая (17) выражение (18) примет вид:

$$tg\upsilon_\tau = \left|\vec{N}\right|\left(\frac{\partial F}{\partial \psi} + \frac{\partial F}{\partial v}\frac{dv}{d\psi}\right)\Bigg/\left(E_1\frac{\partial F}{\partial \psi}\frac{dv}{d\psi} - G_1\frac{\partial F}{\partial v}\right). \qquad (27)$$

Разрешая полученное выражение относительно $\frac{dv}{d\psi}$, получим:

$$\frac{dv}{d\psi} = \left[-G_1\frac{\partial F}{\partial v}tg\upsilon_\tau - \left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial \psi}\right]\Bigg/\left(\left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial v} - E_1\frac{\partial F}{\partial \psi}tg\upsilon_\tau\right). \qquad (28)$$

Полученное соотношение (28) справедливо при любом значении угла υ_τ. Например, при $\upsilon_\tau = 0$ будем иметь:

$$\frac{dv}{d\psi} = -\left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial \psi}\Bigg/\left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial v} = -\frac{\partial F}{\partial \psi}\Bigg/\frac{\partial F}{\partial v}. \qquad (29)$$

Это значение соответствует направлению вектора $\vec{\tau}_1$, совпадающему с направлением вектора $\vec{a}$.

Найдем вектор $\vec{a}$. Для этого подставим выражение (28) в (24):

$$\vec{a} = a\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v} + b\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi},$$

где a и b определяются следующими равенствами:

$$a = \left(-G_1\frac{\partial F}{\partial v}tg\upsilon_\tau - \left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial \psi}\right)\Bigg/A,\ b = \left(\left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial v} - E_1\frac{\partial F}{\partial \psi}tg\upsilon_\tau\right)\Bigg/A, \qquad (30)$$

$$A = \sqrt{E_1\left(G_1\frac{\partial F}{\partial v}tg\upsilon_\tau + \left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial \psi}\right)^2 + C_1\left(\left|\vec{N}\right|\frac{\partial F}{\partial v} - E_1\frac{\partial F}{\partial \psi}tg\upsilon_\tau\right)^2}. \qquad (31)$$

Из соотношения $\tilde{\vec{q}} = [\vec{q} \times \vec{n}_1]$ при замене вектора $\vec{q}$ вектором $\vec{a}$, учитывая (21), после преобразований получим:

$$U_{\vec{a}} = \left\{2\frac{\partial F}{\partial \varphi_1} + \left[bG_1\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{V}^{(12)}\right) - aE_1\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{V}^{(12)}\right)\right]\left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} -\right.\right.$$

$$\left.\left.-\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right]\Big/\left|\vec{N}\right|\right\}\Bigg/\left\{\left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right]\Big/\left|\vec{N}\right|\right\}. \qquad (32)$$

Полагая в соотношениях (32) и (30) $\upsilon_\tau = 0$, получим формулу для определения суммарной скорости движения точек контакта инструмента и нарезаемой детали в направлении, перпендикулярном вектору $\vec{\tau}_1$.

$$U_{\vec{\tau}} = \left\{2\frac{\partial F}{\partial \varphi_1} + \left[G_1\frac{\partial F}{\partial v}\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{V}^{(12)}\right) + E_1\frac{\partial F}{\partial \psi}\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{V}^{(12)}\right)\right]\left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} -\right.\right.$$

$$\left.\left.-\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right]A_1E_1G_1\right\}\Bigg/\left\{\left[\left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial v}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial \psi} - \left(\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial \psi}\vec{q}\right)\frac{\partial F}{\partial v}\right]\Big/\left|\vec{N}\right|\right\}, \qquad (33)$$

где $A_1 = \sqrt{E_1\left(\frac{\partial F}{\partial \psi}\right)^2 + C_1\left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)^2}$.

Выводы. В статье рассмотрены аспекты определения относительной скорости скольжения и суммарной скорости движения накатываемых зубьев в направлении, перпендикулярном линиям контакта, возникающие в процессе нарезания прямозубых цилиндрических зубчатых колес гиперболоидной червячной фрезой.

Список литературы: **1.** *Дмитриев В.А.* Детали машин. – Л.:Изд-во «Судостроение», 1970. – 739с. **2.** *Литвин. Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. **3.** *Гавриленко В.А.* Зубчатые передачи в машиностроении. (Теория эвольвентных зубчатых передач). – М.:Машгиз, 1962. – 631с. **4.** *Боголюбский К.А.* Геометрическая теория пространственных передач, составленных из зубчатых колес, изготовленных эвольвентным долбяком: Дис.. докт. техн. наук: 01.02.02. –М., 1951. – 293с. **5.** *Борисов В.Д.* Исследование пространственных зацеплений с каналовыми поверхностями зубьев: Дисс. канд. техн. наук: 01.02.02. – М., 1966. – 167с. **6.** *Кириченко И.А.* Гиперболоидные передачи и их изготовление// Вісник Сх.нац. ун-ту. – Луганськ: СНУ. – 2003.- №9(67). – С.196-199. **7.** *Кириченко И.А., Витренко В.А., Белозерова В.В., Витренко А.Н.* Зацепление прямозубого цилндрического колеса с гиперболоидным колесом// Вісник Сх.нац. ун-ту. – Луганськ: СНУ. – 2002.- №6(52). – С.52-55. **8.** *Витренко В.А., Кириченко И.А.* Высокопроизводительное зубонарезание фрезами колес транспортних машин: Зб. Наукових праць. – Луганськ: Вид-цтво СУДУ, 1998. – С.54-59. **9.** *Вітренко В.А., Должков М.А., Кириченко И.А.* Нарезание прямых зубьев цилиндрических колес// Весник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ. – 1999. – Выпуск №60. – С.81-85. **10.** *Кириленко И.А.* Обработка и отделка зубьев цилиндрических колес лезвийными и абразивными инструментами, полученными в пространственном станочном зацеплении// Тезисы докладов IV Межд. симп. «Теория реальных передач зацеплением». – Курган: КГУ. – 1997. – С.111-113.

Поступила в редакцию 10.05.2005