

А.М. МАКАРОВ, ст. преп. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского

К РАСЧЕТУ ЧЕРВЯЧНОЙ ФРЕЗЫ ДЛЯ НАРЕЗЕНИЯ ЧЕРВЯЧНЫХ КОЛЕС ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ С КРУГОВИНТОВЫМ ПРОФИЛЕМ ЧЕРВЯКА.

Розглядується геометрія черв'ячної фрези для нарізання черв'ячного колеса з круговинтовим профілем черв'яка.

The subject under study is the geometry of worm-gear cutter to thread the worm-wheel with the circular-screw worm profile.

Постановка проблемы. Требования повышения качества, точности и надежности, предъявляемые к современным зубчатым передачам, не выполнимы без повышения точности расчета и изготовления режущего инструмента. Особенно остро эти требования предъявляются к инструменту новых видов зацеплений. Не секрет, что постепенное свертывание применения в промышленности передач с зацеплением М.Л.Новикова и других передач с круговинтовым профилем объясняется исключительно недостаточным качеством их изготовления: расчеты и испытания таких передач показывают неоспоримые преимущества их перед эвольвентными и другими передачами. Между тем, применение передач с зацеплением М.Л.Новикова на морских судах, электровозах, угольных комбайных значительно повысило бы их надежность, а применение в авиации позволило бы в полтора-два раза уменьшить их вес.

Анализ литературы: Исследованию новых видов зубчатых и червячных зацеплений во второй половине ххв. посвящена довольно обширная литература: [1], [2], [3], [4]. Особый всплеск исследований новых видов зацеплений наблюдается после предложения М.Л.Новиковым (1955) нового вида зацепления и выхода в свет его работы [5]. Наиболее интенсивно работы по исследованию зубчатых и червячных передач с новыми видами зацеплений велись в ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского, где работали ученики М.Л.Новикова, Р.В. Федякин и В.А.Чесноков, и ХПИ, в котором большой вклад в исследование нового зацепления внесла А.В.Павленко [6], [7]. Одновременно с исследованием передач с новым видом зацепления разрабатывались вопросы геометрии инструмента для их нарезания [8]. Гораздо меньше работ имеется по исследованию червячных передач с новой геометрией и инструмента для них.

Цель статьи. В настоящей работе предлагается способ расчета геометрии червячной фрезы для нарезания червячных колес с круговинтовым профилем червяка. Способ применим для расчета червячных фрез с любым профилем червяка.

Винтовая поверхность и осевое сечение фрезы.

Наиболее лучшим видом червячного зацепления являются червячные передачи с профилем червяка в виде дуги окружности в его осевом сечении, если центр образующей виток окружности лежит на винтовой линии на так называемом начальном цилиндре червяка. В этом случае, как показано в работе [9], наблюдается наиболее благоприятное расположение мгновенных линий касания в области главного осевого сечения, так как мгновенное касание червяка и червячного колеса происходит по дуге окружности. Для получения червячного зацепления с подобным касанием рабочих поверхностей червяка и червячного колеса, необходимо нарезать колесо червячной фрезой, имеющей точную копию червяка (с точностью до радиального зазора), снабженного режущими гранями.

Для получения необходимых расчетных зависимостей червячной фрезы введем две прямоугольные системы координат: $S_1(x_1, y_1, z_1)$, жестко связанную с фрезой (рис.1), и систему $S'_1(x'_1, y'_1, z'_1)$ с началом координат (точкой O'_1), имеющим возможность перемещаться по винтовой линии на цилиндре радиуса R_1 червячной фрезы, равным радиусу так называемого начального цилиндра червяка. Таким образом система S'_1 имеет возможность вместе с точкой O'_1 поворачиваться относительно оси z_1 и перемещаться вдоль нее. Движение системы S'_1 отображает относительное движение инструмента при нарезании фрезы. Если в системе S'_1 задать некоторыми уравнениями кривую режущей кромки инструмента, то при движении системы S'_1 эта кривая опишет винтовую поверхность витка фрезы.

Уравнение поверхности витка фрезы с профилем в осевом сечении в виде дуги окружности, в координатной форме в системе S'_1 имеет вид:

$$z_1 = \text{parctg} (x_1/y_1) \pm \sqrt{r^2 - (\pm\sqrt{x_1^2 + y_1^2} - R_1 - d)^2} + c \quad (1)$$

Задавая значениями x_1 , по зависимости (1) можно рассчитать сечения витка фрезы, параллельные его осевому сечению. При этом значения координаты y_1 этих сечений могут быть найдены по зависимости:

$$y_1 = \pm\sqrt{(R_1 + \omega)^2 - x_1^2} + c \quad (2)$$

В зависимостях (1) и (2) R_1 -радиус фрезы; r -радиус окружности, образующей профиль витка фрезы; c и d - координаты центра окружности радиуса r относительно начала координат O'_1 системы S'_1 (рис.2); ω -расстояние по вертикали от цилиндра фрезы радиуса R_1 (или от начальной прямой исходного контура) до соответствующей точки профиля на инструменте; p -винтовой параметр поверхности витка фрезы, вычисляемый по зависимости $p = R_1 \text{tg} \gamma$, где γ -угол подъема винтовой линии на цилиндре фрезы радиуса R_1 .

В уравнении (1) знак плюс перед корнем $\sqrt{r^2 - c^2}$ соответствует точкам образующей профильной окружности исходного контура справа от ее вертикального диаметра, знак минус – слева от него. Знак параметра d в том же уравнении следует брать положительным если центр профильной (образующей) окружности на исходном контуре лежит выше начальной прямой и отрицательным, если ниже. Параметр c в уравнении (1) следует принимать положительным, если центр профильной окружности на исходном контуре смещен вправо от вертикальной оси, и отрицательным, если он смещен от нее влево. В зависимости (2) параметр ω следует брать положительным, если точка профильной окружности на исходном контуре лежит выше начальной прямой, и отрицательным если ниже.

Чтобы убедиться, что уравнение (1) есть уравнение витка фрезы с профилем в виде дуги окружности в ее осевом сечении, примем в уравнении (1) $x_I=0$. Тогда после необходимых преобразований получим:

$$\pm y_I - R_I - d^2 + z_I - c^2 = r^2$$

Т.е. при $x_I=0$ уравнение (1) обращается в уравнение окружности радиуса r , центр которой смещен по оси y_I -в на величину (R_I+d) , а по оси z_I -в на величину c .

Нормальное сечение фрезы.

За нормальное сечение червячной фрезы принимается сечение винтовой поверхности фрезы плоскостью нормальной и винтовой линии на цилиндре фрезы радиуса R_I в точке O'_I (начале координат системы S'_I) начального положения системы S'_I (рис.1).

Если известны координаты точек осевого сечения витка фрезы, то координаты точек витка нормального сечения найдутся как координаты точек, пересечения винтовых линий, проходящих через точки осевого сечения фрезы, с плоскостью ее нормального сечения.

Для нахождения координат точек нормального сечения фрезы необходимо иметь уравнения винтовых линий, лежащих на винтовой поверхности фрезы. Введем дополнительно систему координат $S_{In}(x_{In}, y_{In}, z_{In})$, ось x_{In} которой лежит в нормальной плоскости, ось y_{In} совпадает с осью y_I , ось z_{In} перпендикулярна нормальной плоскости, а начало координат совпадает с точкой O_I .

Если некоторая винтовая линия $i - i$ (рис.3) проходит через точку J осевого сечения фрезы с координатами $x_I=0, y_I=y_{I0}, z_I=z_{I0}$, то она пересечет плоскость нормального сечения $n-n$ фрезы в точке L .

Уравнения винтовой линии $i - i$ в системе координат S_I через полярные координаты ρ_i и φ запишутся в виде

$$x_I = \rho_i \sin \varphi; y_I = \rho_i \cos \varphi; z_I = z_{I0} + p\varphi \quad (3)$$

Уравнение плоскости нормального сечения, перпендикулярной к винтовой линии на цилиндре червячной фрезы R_I и проходящей через точку O_I , будет:

$$z_I = -x_I / \operatorname{tg} \gamma \quad (4)$$

Чтобы найти координаты точки L , проекция которой в вертикальной плоскости обозначена L' , а в горизонтальной L'' (рис.3), рассмотрим совместно уравнения (3) и (4). Вставив значения x_I и z_I из уравнения (3) в уравнение (4) и сделав некоторые преобразования, получим:

$$z_{I0} + p\varphi + \rho_i / \operatorname{tg} \gamma \sin \varphi = 0 \quad (5)$$

Путем подбора из уравнения (5) можно найти параметр φ , зная который по уравнениям (3) можно вычислить координаты x_I, y_I, z_I , точки L пересечения винтовой линии $i - i$ с плоскостью нормального сечения $n-n$. При этом величина параметра ρ_i , если известны координаты x_I и y_I точки J , через которую проходит винтовая линия $i-i$, найдется из зависимости:

$$\rho_i = \sqrt{x_I^2 + y_I^2} \quad (6)$$

Если же точка J , через которую проходит винтовая линия $i-i$, лежит в осевом сечении фрезы, то параметр $\rho_i=y_I$.

Зная координаты x_I и y_I точки L в системе S_I , координаты той же точки в системе S_{In} , найдутся по зависимостям

$$x_{In} = x_I / \sin \gamma; y_{In} = y_I \quad (7)$$

Точное определение параметра φ из уравнения (5) затруднительно. Выведем приближенные зависимости для определения величины φ .

Разложив функцию (5) в ряд Маклорена получим:

$$\Delta(\varphi) = z_{I0} + p + \rho_i / \operatorname{tg} \gamma \varphi - \frac{1}{2!} \cdot 0 \varphi^2 - \frac{1}{3!} \cdot \frac{\rho_i}{\operatorname{tg} \gamma} \varphi^3 + \dots$$

Полагая $\Delta(\varphi)=0$ и, ограничивая полученный ряд первыми двумя членами, найдем:

$$z_{I0} + p + \rho_i / \operatorname{tg} \gamma \varphi = 0,$$

$$\text{откуда: } \varphi = -z_{I0} / p + \rho_i / \operatorname{tg} \gamma \quad (8)$$

При малых значениях параметра φ , не превышающих 3° , и при расчетах с точностью до пятого знака после запятой, зависимость (8) даст довольно хороший результат. При больших значениях параметра φ и при необходимости иметь более точный результат, зависимость (8) мало пригодна, и надо ввести поправку $\Delta\varphi_1$.

Для нахождения нужной поправки полагаем в уравнении (5)

$$\varphi = \varphi_1 + \Delta\varphi_1,$$

где φ_1 – приближенное значение параметра, вычисленное по зависимости (8), а $\Delta\varphi_1$ – величина отклонения параметра φ_1 от его точного значения.

Вставив это значение φ в уравнение (5) после преобразования, получим :

$$\Delta\varphi_1 + p\varphi_1 + (\rho_i/tg\gamma)\sin\varphi_1 + p + (\rho_i/tg\gamma)\cos\varphi_1 \Delta\varphi_1 = 0.$$

Раскладывая эту функцию в ряд Тэйлора по степеням $\Delta\varphi_1$ и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, после приравнивания к нулю получим:

$$z_{10} + p\varphi_1 + (\rho_i/tg\gamma)\sin\varphi_1 + p + (\rho_i/tg\gamma)\cos\varphi_1 \Delta\varphi_1 = 0,$$

откуда поправка

$$\Delta\varphi_1 = - z_{10} + p\varphi_1 + (\rho_i/tg\gamma)\sin\varphi_1 / p + (\rho_i/tg\gamma)\cos\varphi_1 \quad (9)$$

С учетом этой поправки более точное значение параметра φ определится по зависимости:

$$\varphi_2 = \varphi_1 - z_{10} + p\varphi_1 + (\rho_i/tg\gamma)\sin\varphi_1 / p + (\rho_i/tg\gamma)\cos\varphi_1 \quad (10)$$

Окончательно координаты точек витка червячной фрезы в нормальном сечении, если известны координаты этих точек в осевом сечении витка фрезы, следует выполнять в следующей последовательности:

$$\left. \begin{array}{l} 1. \rho_i = y_i; 2. \varphi_1 = z_{10} / p + \rho_i / tg\gamma ; \\ \text{Ï ðè í âî áõî äèì î ñðè áî äåå òî ÷í î ãî ðãñ÷:àðà} \\ 2' \varphi_2 = \varphi_1 - z_{10} + p\varphi_1 + (\rho_i/tg\gamma)\sin\varphi_1 / p + (\rho_i/tg\gamma)\cos\varphi_1 ; \\ 3. x_1 = \rho_i \sin\varphi; y_1 = \rho_i \cos\varphi; z_1 = z_{10} + p\varphi; \\ 4. x_n = x_1 / \sin\gamma; y_n = y_1. \end{array} \right\} (11)$$

Пример расчета червячной фрезы.

При расчете осевого сечения фрезы был принят профиль режущей кромки инструмента со следующими значениями параметров исходного контура в долях модуля (рис. 4):

дуги AB - $r_1=1,4$; $c_1=-2,0132$; $d_1=0$; $\omega_A=1,25$, а дуги BC - $r_2=0,633$; $c_2=0$; $d_2=0,283$; $\omega_B=0,545$; $\omega_C=-0,350$.

Параметры однозаходной фрезы при расчете приняты: $R_1=30\text{мм}$; $\gamma=4^\circ45'49''$; $p=15,705\text{мм}$; наружный диаметр фрезы $d_{aф}=72,5\text{мм}$.

Результаты расчетов точек осевого сечения фрезы, выполненные по зависимостям (1) и (2) при ряде дополнительных промежуточных значений параметра ω , приведены в таблице 1.

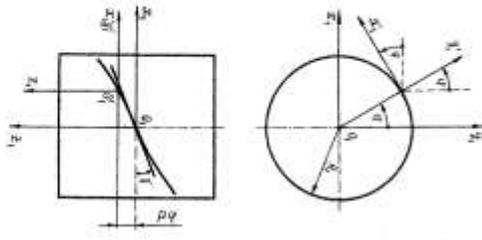


Рис. 1 Кинематический механизм gears.

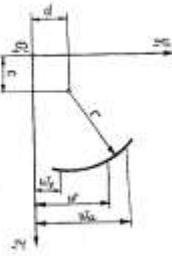


Рис. 2 Кинематический механизм gears.

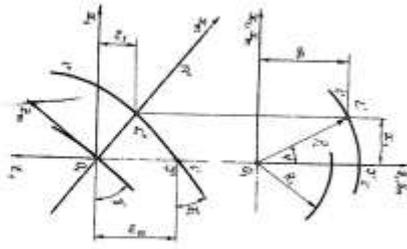


Рис. 3 Кинематический механизм gears.

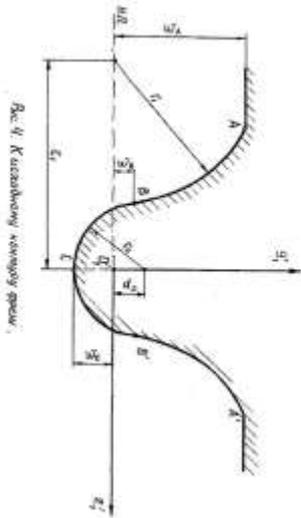


Рис. 4 Кинематический механизм gears.

Расчет координат точек нормального сечения фрезы x_n и y_n , выполнен по зависимости (11). Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Число зубьев червячной фрезы $Z_\phi=10$, угол затылования $\delta_a=13^\circ \pm 1^\circ$, а также ее линейные размеры приняты согласно рекомендациям ГОСТ 16771-71. Фрезы червячные чистовые однозаходные для зубчатых цилиндрических колес передач Новикова с двумя линиями зацепления.

Величина затылования червячной фрезы рассчитывалась по зависимости, предложенной в работе [8]:

$$K = \pi d_{a0} / Z_\phi \cdot \operatorname{tg} \delta_a \cdot \cos \gamma = \pi 72,5 / 10 \cdot 0,2309 \cdot 0,99652 = 5,258 \text{ } \dot{\text{и}} .$$

Передний угол червячной фрезы принят равным нулю.

Выводы: Приведены зависимости для расчета осевого и нормального сечений червячной фрезы для нарезания червячных колес цилиндрических червячных передач с профилем червяка в осевом сечении в виде дуги окружности. Способ применим для червячных передач с любым профилем червяка.

Приведен пример расчета червячной фрезы с исходным контуром, обеспечивающим мгновенное касание червяка и червячного колеса по дуге окружности в главном осевом сечении червячного зацепления.

Таблица № 1

Участок	Точка	ω	y_{ln}	z_{l0}
AB	A	6,250	36,250	-6,914
	1	5,750	35,750	-6,074
	2	5,217	35,217	-5,3995
	3	4,524	34,524	-4,7245
	4	3,578	33,578	-4,0495
	5	2,059	32,059	-3,3755
BC	B	0,974	30,974	-3,134
	6	-0,705	29,295	-2,342
	7	-1,605	28,395	-1,563
A'B'	C	-1,750	28,250	0,000
	A'	6,250	36,250	6,914
	1'	5,750	35,750	6,074
	2'	5,217	35,217	5,3995
	3'	4,524	34,524	4,7245
	4'	3,578	33,578	-4,0495
B'C'	5'	2,059	32,059	-3,3755
	6'	0,974	30,974	-3,134
	7'	-0,705	29,295	-2,342
	8'	-1,605	28,395	-1,563
	9'	-1,750	28,250	0,000
	10'	0,000	0,000	0,000

Таблица № 2

Участок	Точка	ρ_i	z_{l0}	x_n	y_n
AB	A	36,250	-6,914	-6,8985	36,245
	1	35,750	-6,074	-6,060	35,746
	2	35,217	-5,3995	-5,3865	35,214
	3	34,524	-4,7245	-4,713	34,522
	4	33,578	-4,0495	-4,0385	33,576
	5	32,059	-3,3755	-3,366	32,058
A'B'	6	30,974	-3,134	-3,1245	30,973
	7	29,295	-2,342	-2,342	29,295
	8	28,395	-1,563	-1,563	28,665
	9	28,250	0,000	0,000	28,250
	10	0,000	0,000	0,000	0,000
	11	0,000	0,000	0,000	0,000

Список литературы: 1. Колчин Н.И. Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений, МАШГИЗ, 1949г. 210с. 2. Кривенко И.С. Исследование червячных передач с новой геометрией зацепления. Сб., Зубчатые и червячные передачи, под ред. Н.И.Колчина, МАШГИЗ, 1959г. 5-73с. 3. Литвин Ф.Л. Новые виды цилиндрических червячных передач, МАШГИЗ, 1962г. 102с. 4. Крылов Н.Н. Геометрия контакта сопряженных поверхностей, образованных двумя линиями, доклад на IV Всесоюзном совещании по

основным проблемам ТММ, сб. «Теория передач в машинах», МАШГИЗ, 1966г. 5. *Новиков М.Л.* Зубчатые передачи с новым зацеплением ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1958г. 186с. 6. *Федякин Р.В.* О проектировании передач с зацеплением М.Л. Новикова, ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского, 1957г. 7. *А.В. Павленко, Р.В.Федякин, В.А. Чесноков.* Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. Киев, 1978г. 144с. 8. *Иноземцев Г.Г., Сергеев Е.П.* Профилирование червячных фрез для передач Новикова, МВСС РСФСР, Саратовский политехнический институт. ПКИ.С., 1968г. 144с. 9. *Макаров А.М.* Некоторые вопросы геометрии червячных передач с круговинтовым профилем. Издание ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского. 64с.

Поступила в редакцию 03.05.05