

УДК 629.735.33.05

*В.Т. АБРАМОВ*, доц., канд. техн. наук, НАКУ “ХАИ”,  
*В.А. МАТУСЕВИЧ*, главный конструктор-директор “ХАКБ”,  
*В.Н. САПРЫКИН*, проф., канд. техн. наук, НАКУ “ХАИ”,  
*А.В. ШЕХОВ*, с.н.с., НАКУ “ХАИ”

## **ОПТИМИЗАЦІЯ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНИЗМОВ ПО КРИТЕРІЮ БЫСТРОДЕЙСТВІЯ С УЧЕТОМ КОНТАКТНОЇ ПРОЧНОСТІ**

Приведені дані щодо впливу розповсюдження передаточного відношення по ступеням поставного планетарного механізму на приведений момент інерції та приводяться рекомендації з оптимізації цього розповсюдження з урахуванням умови контактної рівноміцності.

The influence distribution transfer attitudes members of planetary transmission on value reduce moment of inertia is consider. Recommendations of optimization distribution transfer attitudes are given.

**Постановка проблеми.** Проектирование механизмов, в том числе планетарных, является многовариантной задачей. В частности, для планетарных механизмов это объясняется различным распределением общего передаточного отношения по его ступеням. Данное обстоятельство позволяет выполнить ряд дополнительных требований по оптимизации проектируемых механизмов. Для приводов, используемых в системах автоматизированного управления, работающих в старт-стопном режиме, таким требованием является повышение быстродействия механизмов. Повышение быстродействия, обеспечиваемое уменьшением приведенного момента инерции [1], приводит к снижению пусковых моментов электродвигателей и уменьшению инерционных нагрузок на зубья при переменных скоростях движения звеньев механизмов. Кроме того, уменьшается время разбега и выбега, т.е. обеспечивается

большая преемственность приводов, и, как следствие, меньшее время реагирования изделий в целом на изменения условий работы, что повышает надежность его эксплуатации.

**Анализ литературы.** Минимизации приведенных моментов инерции механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-6]. Однако, несмотря на многочисленность работ, результаты исследований ограничены по вариантам задач оптимизации. В частности, в работе [6] приведены данные о влиянии распределения общего передаточного отношения по ступеням составного планетарного механизма на величину приведенного момента инерции для кинематических передач без учета обеспечения прочности зубчатых колес.

**Цель статьи.** Исследование влияния перераспределения общего передаточного отношения многоступенчатого планетарного механизма на его быстродействие и выработка рекомендаций на оптимальное распределение с учетом обеспечения контактной равнопрочности зубчатых колес.

**Основной материал.** Оптимизация параметров проектируемых механизмов выполняется в два этапа.

На первом этапе производится выбор кинематической схемы механизма наиболее полно удовлетворяющей техническому заданию (схемный синтез).

На втором этапе определяются параметры выбранной схемы механизма с учетом заданных критериев оптимизации (внутрисхемный синтез).

Среди планетарных механизмов, используемых для приводов, наибольшее применение получила схема  $\overline{AJ}$  для относительно небольших передаточных отношений и многоступенчатая схема, составленная из последовательного соединения данных механизмов  $\overline{AJ} \times \dots \times \overline{AJ}$  (см. рис.).

Эту схему будем в дальнейшем рассматривать при внутрисхемном синтезе механизма, заключающимся, в частности, в выборе числа ступеней и распределении общего передаточного отношения по этим ступеням.

Величина приведенного момента инерции составного планетарного механизма может быть вычислена из следующего выражения

$$J_{np} = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_{3i-2}^2}{\omega_1^2} \left( J_{3i-2} + Sm_{3i-1} \frac{v_{3i-1}^2}{\omega_{3i-2}^2} + SJ_{3i-1} \frac{\omega_{3i-1}^2}{\omega_{3i-2}^2} + J_{Hi} \frac{\omega_{Hi}^2}{\omega_{3i-2}^2} \right), \quad (1)$$

где  $J_{3i-2}, J_{3i-1}$  – моменты инерции соответственно ведущего зубчатого колеса и сателлита  $i$ -ой ступени механизма;  $J_{Hi}$  – момент инерции водила  $i$ -ой ступени механизма;  $m_{3i-1}$  – масса сателлита  $i$ -ой ступени механизма;  $S$  – число сателлитов  $i$ -ой ступени механизма;  $n$  – число ступеней механизма.

Соотношения скоростей  $\omega_{3i-1}/\omega_{3i-2}$  и  $v_{3i-1}/\omega_{3i-2}$  определяют исходя из формулы Виллиса

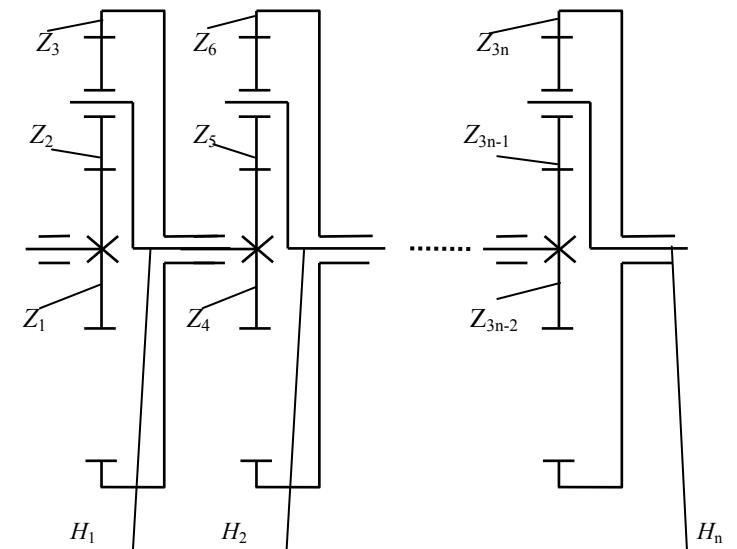


Рис. Схема исследуемого механизма

$$\frac{\omega_{3i-1}}{\omega_{3i-2}} = \frac{1}{2-u_i}; \quad (2)$$

$$\frac{v_{3i-1}}{\omega_{3i-2}} = \frac{d_{3i-1}}{2(u_i-2)}, \quad (3)$$

где  $d_{3i-1}$  – диаметр делительной окружности сателлита  $i$ -ой ступени механизма;  $u_i$  – передаточное отношение  $i$ -ой ступени механизма.

При определении моментов инерции и масс зубчатых колес последние заменяют дисками, диаметры которых  $d$  равны диаметрам делительных окружностей, а ширины  $b$  – ширинам зубчатых венцов соответствующих зубчатых колес

$$J = \frac{\pi\rho}{32} bd^4; \quad (4)$$

$$m = \frac{\pi\rho}{4} bd^2, \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность материала.

Конструкция водила отличается от зубчатых колес, и его момент инерции непосредственно не связан с числом зубьев и передаточными отноше-

ниями. В связи с этим предложена замена водила условным диском, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию соответствующей ступени, а ширина равна ширине зубчатого венца ведущего зубчатого колеса. Несоответствие этих двух элементов учитывают коэффициентом приведения условного диска к водилу  $n_H$  [5]

$$J_{Hi} = n_{Hi} \cdot J_{Ai}, \quad (6)$$

где  $J_{Ai} = \frac{\pi \rho_i}{32} \cdot b_{3i-2} \cdot (d_{3i-2} + d_{3i-1})^4$ ;  $b$  – ширина зубчатого венца;  $d$  – диаметр делительной окружности.

Множитель  $\omega_{3i-1}/\omega_1$  в соотношении (1) представим в виде

$$\frac{\omega_{3i-1}}{\omega_1} = \frac{u_i}{\prod_{j=1}^i u_j}. \quad (7)$$

С учетом соотношений (2)-(7) выражение (1) приведем к следующему виду:

$$J_{np} = \frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4 \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^2}{\prod_{j=1}^i u_j^2} \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^4}{b_1 d_1^4} \left( 1 + \frac{3S(u_i-2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \right). \quad (8)$$

При выводе формулы (8) предполагают, что материалы всех зубчатых колес одинаковые.

Введем обозначение, аналогичное принятому в работе [6]:

$$A_i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^4}{b_1 d_1^4}. \quad (9)$$

Тогда выражение (8) можно преобразовать следующим образом:

$$J_{np} = \frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4 \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^2}{\prod_{j=1}^i u_j^2} A_i \left( 1 + \frac{3S(u_i-2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \right). \quad (10)$$

Множитель  $A_i$  преобразуем следующим образом:

$$A_i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} \cdot \frac{d_{3i-2}^2}{d_1^2}. \quad (11)$$

С учетом условия контактной прочности [1] отношение  $b_{3i-2} d_{3i-2}^2 / b_1 d_1^2$  записывают в виде

$$b_{3i-2} d_{3i-2}^2 = \frac{0.7 \cdot T_{3i-2} \cdot K_{Hv} \cdot K_{H\rho} \cdot \Omega \cdot E_{np} \cdot u_i}{S \cdot \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_w \cdot (u_i - 2) \cdot [\sigma_H]^2}, \quad (12)$$

$$\frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} = \frac{T_{3i-2} \cdot u_i \cdot (u_i - 2)}{T_1 \cdot u_1 \cdot (u_i - 2)}, \quad (13)$$

здесь отношение моментов на ведущих колесах представляют в виде

$$\frac{T_{3i-2}}{T_1} = \frac{\prod_{j=1}^i u_j}{u_i}. \quad (14)$$

Из технологических соображений принимают модули зубчатых колес одинаковыми величинами. Тогда отношения  $b_{3i-2} d_{3i-2}^2 / b_1 d_1^2$  можно найти из условий соосности механизма

$$d_1 + 2d_2 = d_4 + 2d_5 = \dots = d_{3i-2} + 2d_{3i-1}, \quad (15)$$

что в конечном итоге приводит к следующим зависимостям:

$$d_1(u_1 - 1) = d_4(u_2 - 1) = \dots = d_{3i-2}(u_i - 1). \quad (16)$$

Таким образом, получают следующее выражение:

$$A_i = \frac{\prod_{j=1}^i u_j}{u_1} \cdot \frac{(u_1 - 2)(u_1 - 1)^2}{(u_i - 2)(u_i - 1)^2}. \quad (17)$$

Исходя, из условия обеспечения контактной прочности, выполним следующее преобразование:

$$\frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4 = \frac{\pi \rho}{32} \psi_{bd1} z_1^5 m_1^5 = C_J \left( \frac{u_1}{u_1 - 2} \right)^{5/3} \frac{1}{S_i^{5/3}}, \quad (18)$$

где

$$C_J = \frac{\pi \rho}{32} \cdot \frac{0,7 \cdot T_1 \cdot K_{Hv} \cdot K_{H\beta} \cdot \Omega \cdot E_{np}}{\psi_{bd1}^{2/3} \cdot \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_w \cdot [\sigma_H]^2}.$$

Для сравнительного анализа величин приведенных моментов инерции при различных вариантах распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма введем относительный параметр

$$\bar{J} = \frac{J_{np}}{C_J} = \frac{u_1}{S_1^{5/3} (u_1 - 2)^{5/3}} \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^2}{u_1 \prod_{j=1}^i u_j} \frac{(u_1 - 2)(u_1 - 1)^2}{(u_i - 2)(u_i - 1)^2} \left( 1 + \frac{3S_i(u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi}u_i^2}{16} \right) \right). \quad (19)$$

Для случая одинаковых передаточных отношений всех ступеней механизма соотношение (19) примет вид

$$\bar{J} = \left( \frac{u_1}{S_1} \right)^{5/3} \frac{1}{(u_1 - 2)^{5/3}} \sum_{i=1}^n \left( 1 + \frac{3S_i(u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi}u_i^2}{16} \right) \cdot \frac{1}{u_1^{i-1}}. \quad (20)$$

Расчеты по формуле (20) выполнены в диапазоне передаточных отношений  $3 \leq u_i \leq 6$ . В этом диапазоне значения  $\bar{J}$  мало отличаются от минимальной его величины [2]. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1.  
Влияние числа ступеней на относительный приведенный  
момент инерции ( $S_i = 3, n_{Hi} = 5$ )

Параметры механизма	Число ступеней механизма					
	1	2	3	4	5	6
$u_i$	3	3	3	3	3	3
$\bar{J}$	4,375	5,8333	6,3194	6,4815	6,5355	6,5535
$u_i$	4	4	4	4	4	4
$\bar{J}$	4,1973	5,2466	5,5089	5,5745	5,5909	5,595
$u_i$	5	5	5	5	5	5
$\bar{J}$	5,2093	6,2512	6,4595	6,5012	6,5095	6,5112
$u_i$	6	6	6	6	6	6
$\bar{J}$	6,6933	7,8089	7,9948	8,0258	8,031	8,0318

Учитывая, что после 2-ой ступени передаточные отношения ступеней практически не влияют на величину  $\bar{J}$ , можно предложить следующее перераспределение общего передаточного отношения: на первой ступени механизма обеспечить минимально возможное передаточное отношение, на второй ступени – максимально возможное, а на последующих ступенях руководствуясь другими критериями оптимизации.

Для проверки правильности такого утверждения были просчитаны различные варианты перераспределения общего передаточного отношения  $u = 1944$ . Результаты проверки приведены в таблице 2.

Таблица 2.  
Влияние распределения передаточного отношения на  
приведенный момент инерции ( $u = 1944, S_i = 3, n_{Hi} = 5$ )

Вариант	Параметры	Ступени механизма					$u_{\Sigma}$
		1	2	3	4	5	
1	$u_i$	3	3	6	6	6	1944
	$\bar{J}$	4,375	5,8333	6,5889	6,7148	6,7358	
2	$u_i$	3	4	5,451	5,451	5,451	1942,6
	$\bar{J}$	4,375	5,8236	6,3203	6,4114	6,4282	
3	$u_i$	3	5	5,06	5,06	5,06	1943,3
	$\bar{J}$	4,375	6,1593	6,5213	6,5928	6,607	
4	$u_i$	3	6	4,762	4,762	4,762	1943,7
	$\bar{J}$	4,375	6,6417	6,9231	6,9822	6,9946	
5	$u_i$	3	7	4,524	4,524	4,524	1944,4
	$\bar{J}$	4,375	7,2333	7,4621	7,5127	7,5239	
6	$u_i$	3	8	4,327	4,327	4,327	1944,3
	$\bar{J}$	4,375	7,9225	8,1146	8,159	8,1693	

Как видно из представленных в таблице 2 данных, сделанные ранее предположения подтвердились.

Начиная с 3-ей ступени механизма, при одном и том же общем передаточном отношении приведенный момент инерции практически не изменяется. Однако есть различие между ранее сделанными выводами и вновь полученными данными в части перераспределения общего передаточного отношения по ступеням механизма.

После предварительного анализа был сделан вывод, что на 2-ой ступени передаточное отношение нужно выбирать максимально возможным. Но как следует из данных таблицы 2, начиная с передаточного отношения 2-ой сту-

пени  $u_2 = 4$ , дальнейшее его повышение мало влияет на приведенный момент инерции, что позволяет при его выборе учесть дополнительно другие критерии оптимизации.

Таким образом, выполненное исследование влияния распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма на его быстродействие позволяет найти оптимальное решение.

**Выводы.** Для многоступенчатого планетарного механизма  $\overline{AJ} \times \dots \times \overline{AJ}$  выведена формула приведенного момента инерции для общего случая.

Общая формула вычисления приведенного момента инерции исследована для кинематических передач систем управления с модулями, которые были приняты одинаковыми для всех ступеней механизма.

Выполнено исследование влияния числа ступеней механизма на величину приведенного момента инерции. Исследование показало, что, начиная с 3-ей ступени, момент инерции практически не изменяется при любых значениях передаточных отношений ступеней механизма. Этот вывод подтвердил ранее сделанный в работе [6].

Исходя из полученных результатов предложено следующее перераспределение общего передаточного отношения по ступеням механизма:

- на 1-ой ступени следует обеспечить минимально возможное передаточное отношение;
- на 2-ой ступени передаточное отношение следует выбирать в диапазоне 4...5;
- на последующих ступенях передаточные соотношения можно выбирать из технологических соображений одинаковыми.

Создано программное обеспечение оптимального перераспределения общего передаточного отношения многоступенчатого планетарного механизма.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьк: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Ушаков Е.М. Относительный момент инерции зубчатых передач. – “Известия вузов. Машиностроение”. – 1976. – №4. – С.50–55. 3. Кирдяшов Ю.Н., Иванов А.И. Проектирование сложных зубчатых механизмов. – Л.: Машиностроение, 1973. – 352с. 4. Курсовое проектирование деталей машин / В.Н. Кудрявцев, Ю.А. Державец, И.И. Арефьев и др.; Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева: Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1984. – 400с. 5. Абрамов В.Т. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов // Теория механизмов и машин. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. – Харьков: Вища школа: Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – Вып. 32. – С.85–87. 6. Абрамов В.Т., Матусевич В.А., Шехов А.В. Оптимизация параметров планетарных механизмов по критерию быстродействия // Вісник Національного технічного університету “ХПІ”. – 2007. – Вип. 21. – С.45–52.

Поступила в редакцию 25.05.08