

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, докт. техн. наук, ИММС им. В.А. Белого
НАН Беларуси,

А.М. ГОМАН, канд. техн. наук, ОИМ НАН Беларуси,

Н.Н. ИШИН, канд. техн. наук, ОИМ НАН Беларуси

ПЛАСТМАССОВЫЕ ЗУБЧАТЫЕ КОЛЕСА: МЕТОДИКА И ПРОГРАММА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА КОРРЕКТИРОВОК РАЗМЕРОВ ФОРМООБРАЗУЮЩИХ ЗУБЧАТЫХ МАТРИЦ

Procedure, algorithm and results of automation design of controlled dimension updates of molded plastic gears are considered taking into account the data received at measuring pilot batch of gear workpieces. The possibility of integral increasing probability of corresponding dimensional inaccuracies of gears manufactured in the improved mold dies to accuracy indices indicated in technical documentation is demonstrated.

Постановка проблемы. Соответствие отклонений размеров литых пластмассовых деталей заданным показателям точности обеспечивается, как известно, правильным учетом величины усадки и ее отклонений при расчете размеров пуансонов и матриц литьевых форм, образующих их оформляющие полости. Для литых пластмассовых зубчатых колес размеры формирующего инструмента могут быть назначены либо по величине интервала литьевой усадки ($S_{min} \dots S_{max}$), приводимом в справочной литературе, либо по среднему значению усадки \bar{s} и ее отклонению $\pm \Delta S$, рассчитанным по результатам измерения имитаторов зубчатых колес, либо по расчетным значениям компонентов усадки, полученным при измерении непосредственно опытной партии зубчатых колес.

В статье приводится методика, алгоритм расчета и расчет корректировок размеров матриц по различным вариантам исходных данных.

Обзор литературы. В связи с тем, что геометрические параметры формообразующих зубчатых матриц необходимо рассчитывать, принимая во внимание изменение размеров зубчатого колеса в результате усадки, что естественно обуславливает необходимость изготавливать матрицы с нестандартными параметрами исходного контура, в основу методики расчета положен предложенный Э.Б. Вулгаковым [1] принцип проектирования в обобщающих параметрах, не связанных с параметрами исходного контура. Метод геометрического синтеза зубчатых передач в обобщающих параметрах получил широкое распространение при проектировании зубчатых передач как эвольвентных, в том числе прямозубых и косозубых [2], с асимметричными зубьями [3, 4], планетарных [4], винтовых [5] и червячных [6], так и пространственных неэвольвентных цилиндрико-конических передач [7], в том чис-

ле с внешними [8] и внутренними [9] зубьями.

Применительно к проектированию зубчатых передач с пластмассовыми колесами, зубчатый венец которых формируется литьем под давлением в зубчатых матрицах с размерами, учитывающими усадку материала, этот принцип был первоначально сформулирован в работе [10] и затем был развит в последующих работах [11, 12].

В качестве обобщающих параметров при расчете геометрии зубцов зубчатых колес и формообразующих матриц приняты: основной диаметр d_b^k и угловая толщина зуба θ_b^k по основной окружности. Третьим обобщающим параметром принят диаметр вершин зубьев d_a^k . Впадина формируется как полностью скругленная кривой максимально возможного радиуса. Соответственно обобщающим параметрам вычисляются коэффициенты усадки S_a , S_b и S_s .

Методика расчета обобщающих параметров. Для расчета обобщающих параметров d_a , d_b и θ_b и соответствующих им значений усадки по вершинам зубьев S_a , диаметру основной окружности S_b и толщине зуба S_s используются следующие основные методы [11, 13]:

1. Расчет по координатам точек профиля зуба. По данному методу эвольвента аппроксимируется дугами окружностей, отклонения относят к погрешностям профиля и затем, минимизируя сумму квадратов отклонений точек профиля от эвольвенты, вычисляют средние значения \bar{d}_b и θ_b .

2. Метод расчета d_b и θ_b по разности длины общей нормали основывается на зависимости $d_b = p_b z / \pi$ между основным диаметром d_b и основным шагом p_b . Основному шагу соответствует разность длин общей нормали W_1 и W_2 , измеренных при разных числах охватываемых зубьев z_{n1} и z_{n2} . Соответственно рассчитываются угловая толщина зуба θ_b на основной окружности и коэффициенты усадки S_b и S_s .

3. Метод расчета d_b и θ_b по результатам измерения размеров по роликам M_1 и M_2 при разных размерах измерительного ролика D_1 и D_2 . В этом случае одновременно фиксируется положение точек левого и правого эвольвентного профиля, по которым рассчитывается основной диаметр d_b , толщина зуба θ_b и соответствующие усадки.

Во всех случаях значение третьего обобщающего параметра d_a рассчитывают как среднее значение из серии непосредственных измерений.

Возможно разнообразное сочетание основных методов измерений и расчета обобщающих параметров, в том числе включая непосредственное измерение основного шага p_b .

Методика расчета корректирующих поправок [13]. Для расчета геометрических параметров формообразующих матриц, скорректированных по результатам измерения опытной партии зубчатых колес, использовали следующие зависимости.

Средний диаметр вершин зубьев \bar{d}_a^M :

$$\bar{d}_{a\text{ corr}}^M = \bar{d}_b^{k*} / (1 - \bar{S}_a). \quad (1)$$

Средний основной диаметр \bar{d}_b^M :

$$\bar{d}_{b\text{ corr}}^M = \bar{d}_b^{k*} / (1 - \bar{S}_b). \quad (2)$$

Модуль зацепления m^M :

$$m_{\text{corr}}^M = \bar{d}_{b\text{ corr}}^M / z \cos \alpha. \quad (3)$$

Средний размер по роликам \bar{M}^M :

$$\bar{M}_{\text{corr}}^M = \bar{d}_{b\text{ corr}}^M / \cos \alpha_{D\text{ corr}} + D^M, \quad (4)$$

где

$$\text{inv} \alpha_{D\text{ corr}}^M = [D / \bar{d}_{b\text{ corr}}^M + \bar{\theta}_b^{k*} / 2(1 - \bar{S}_s) - \pi / z]. \quad (5)$$

Методика расчета вероятности соответствия реальных показателей точности зубчатых колес заданным [13]. Отклонение любого фактического среднего контролируемого размера \bar{X} от заданного среднего по чертежу \bar{X}^* сравнивали с доверительным интервалом для среднего ΔX :

$$|\bar{X} - \bar{X}^*| < \Delta X / 2\sqrt{n}, \quad (6)$$

а на основании сравнения отклонения размера \bar{X} от \bar{X}^* с допуском T_x оценивали вероятность получения колес заданной точности:

$$P(X) = \Phi_o(Z_1) - \Phi_o(Z_2) \geq P(X)^z, \quad (7)$$

где

$$Z_1 = \frac{\bar{X}^* + T_x / 2 - \bar{X}}{\sigma_x}; \quad Z_2 = \frac{\bar{X}^* - T_x / 2 - \bar{X}}{\sigma_x}, \quad (8)$$

где σ_x – среднее квадратическое отклонение.

Доверительный интервал ΔX рассчитывали по формуле

$$\Delta X = \bar{X} \cdot t(\alpha), \quad (9)$$

где $t(\alpha)$ – коэффициент Стьюдента.

Проверялось также условие соотношения поля рассеяния $3\sigma_x$ с полем допуска $T_x/2$:

$$3\sigma_x \leq T_x / 2. \quad (10)$$

Программа автоматизированного расчета корректировки размеров формообразующих матриц. Для корректировки размеров формообразующих матриц разработана программа автоматизированного расчета, входящая в виде подпрограммы в общую программу проектирования цилиндрических зубчатых передач с пластмассовыми колесами [12].

Этапами проектирования по программе предусмотрен расчет номинальных размеров передачи, назначение показателей точности зубчатых колес и расчет классных размеров формообразующей матрицы по одному из вариантов, указанных во введении. В том числе имеется возможность корректировки размеров матрицы, обеспечивающей соответствие среднеарифметических значений контролируемых размеров (диаметра вершин, шага зацепления и толщины зуба) середине поля допуска соответствующего параметра. Корректировка размеров производится по формулам (1) – (5), вероятность соответствия реальных и заданных показателей точности – по формулам (6) – (10).

Анализ результатов расчета. Качественный анализ корректировок по программе проводили на примерах, в которых использовали виртуальные, специально подобранные массивы данных измерений с разной величиной и положением среднеарифметических значений и разброса, по отношению к середине поля допуска и его величине.

Результаты сравнения при использовании разных измерительных комплексов (рис. 1) и двух предельных значениях показателей точности, соответствующих степеням точности 7-N-h (рис. 2, а) и 12-A-z (рис. 2, б) по ГОСТ 1643-81, показаны на рис. 3. Данные приведены для зубчатого колеса, основные геометрические параметры которого указаны ниже

m , мм	z	x	p_b , мм	W , мм	z_n	M_p , мм
5	11	0,5	14,76066	24,6214	2	69,8935

где m – модуль зацепления; z – число зубьев; x – коэффициент смещения; p_b – основной шаг; W – длина общей нормали; z_n – число охватываемых зубьев; M – размер по роликам.

При нажатии в окне выбора измерительного комплекса (см. рис. 1) кнопки «Расчет» в следующем окне (см. рис. 3) появляется информация о соотношении отклонений контролируемых размеров и допуска на соответствующий размер; значения компонентов усадки по трем параметрам – диаметру вершин зубьев, толщине зуба и шагу зацепления; указываются размеры матрицы до и после корректировки.

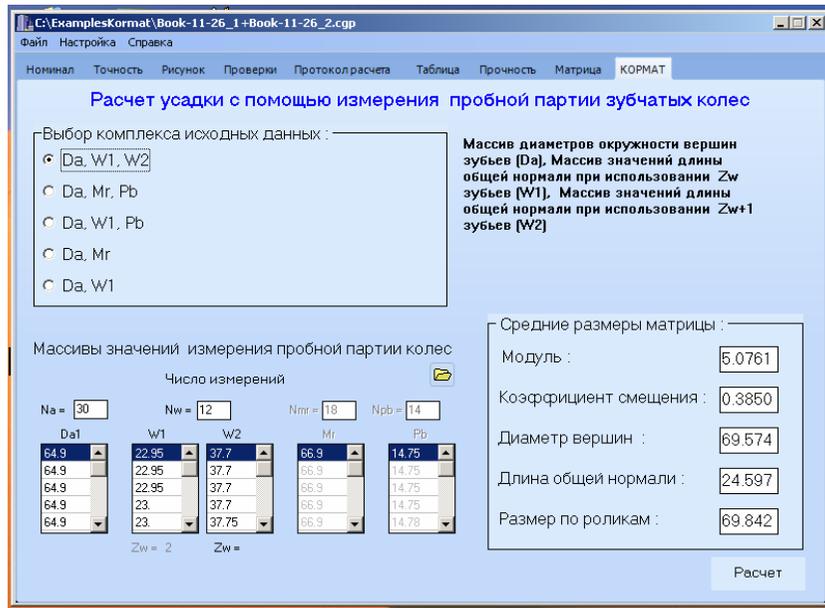


Рис. 1. Окно выбора измерительного комплекса и ввода результатов измерения

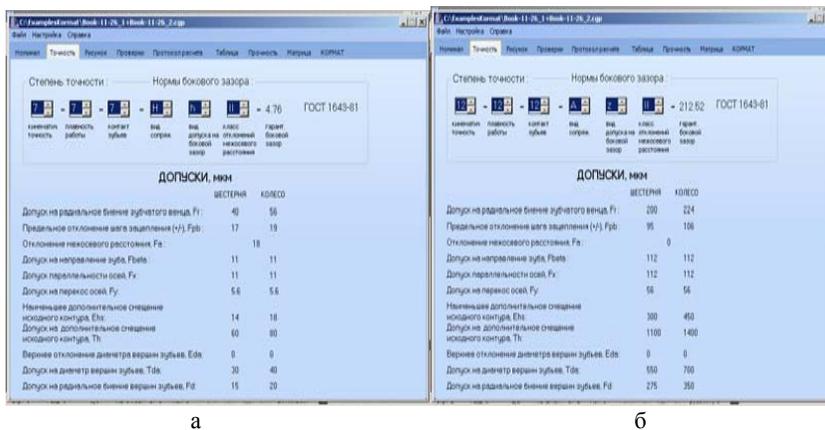


Рис. 2. Окно назначения показателей точности: примеры назначенных степеней точности, норм бокового зазора и допусков по ГОСТ 1643-81: а) 12-A-z; б) 7-N-h

Приведенная на рис. 3 форма представления результатов корректировки матрицы позволяет наглядно сравнить отклонения реальных размеров с заданными показателями точности; определить необходимую величину и направление корректировки размеров матрицы, влияющих на параметры контроли-

руемых размеров колес; рассчитать вероятность получения колес заданной степени точности; увидеть, что именно следует корректировать – размеры матрицы (диаметр вершин, толщину зуба, шаг зацепления) или параметры технологического процесса литья с целью уменьшения отклонений контролируемых размеров при разбросе усадки. Изменяя заданную степень точности и сравнивая интервал разброса размеров с допуском на размер, можно также оценить, какой степени точности соответствуют тестируемые зубчатые колеса.

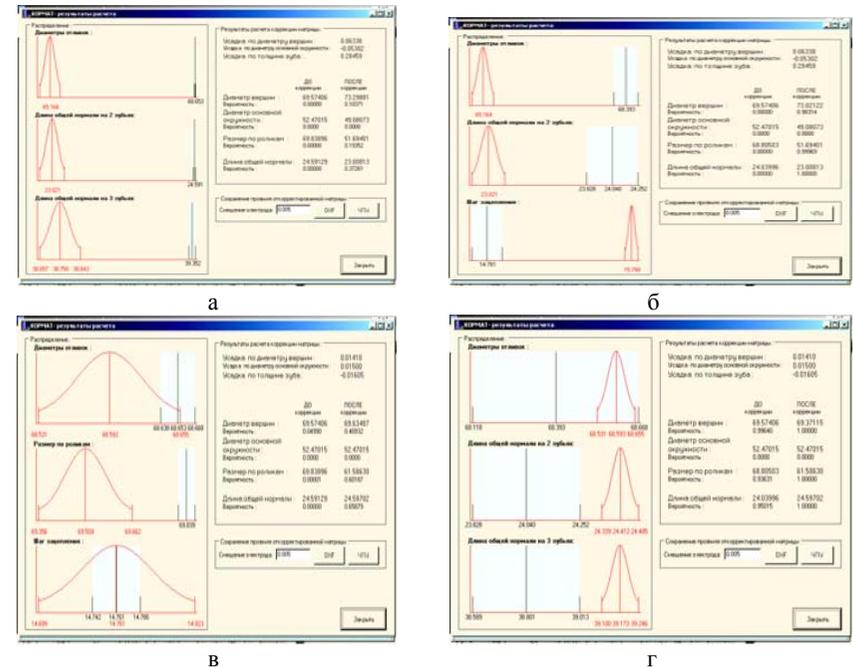


Рис. 3. Примеры демонстрации соотношений: между средним арифметическим серии измерений \bar{X} и серединой поля допуска \bar{X}^* ; между границами доверительного интервала ΔX и величиной поля допуска $(E_x - T_x)$ при разных вариантах заданной точности и измерительного комплекса
 а) Комплекс $d_a; W_n; W_{n+1}$; степень точности 7-N-h, $P(d_a) = 0,104$; $P(W_n) = 0,373$; $P(M_p) = 0,194$; $3\sigma_{da} > T_{da}/2$; $3\sigma_w > (E_{wm} - T_m)/2$; $3\sigma_{pb} > |f_{pb}|$
 б) Комплекс $d_a; W_n; p_b$; степень точности 12-A-z, $P(d_a) = 0,9831$; $P(W_n) = 0,9997$; $P(M_p) = 1,0$; $3\sigma_{da} < T_{da}/2$; $3\sigma_w < (E_{wm} - T_m)/2$; $3\sigma_{pb} < |f_{pb}|$
 в) Комплекс $d_a; M_p; p_b$; степень точности 7-N-h, $P(d_a) = 0,4093$; $P(W_n) = 0,6588$; $P(M_p) = 0,6919$; $3\sigma_{da} > T_{da}/2$; $3\sigma_M > (E_M - T_M)/2$; $3\sigma_{pb} > |f_{pb}|$
 г) Комплекс $d_a; W_n; W_{n+1}$; степень точности 12-A-z, $P(d_a) = 1,0$; $P(W_n) = 1,0$; $P(M_p) = 1,0$; $3\sigma_{da} < T_{da}/2$; $3\sigma_{wn} < (E_{wm} - T_m)/2$; $3\sigma_{Mp} < (E_M - T_M)/2$

Результаты экспериментального исследования. В качестве экспериментальных образцов использовали прямозубые зубчатые колеса, изготовленные из полиамида марки ПА6-ЛТ4-СВ30-П. Геометрические параметры зубчатых колес приведены в таблице 1.

Измеряемые параметры:

- диаметр вершин зубьев d_a (от 22 до 30 измерений);
- длина общей нормали W_n и W_{n+1} при разном числе охватываемых зубьев z_n и z_{n+1} (от 36 до 90 измерений);
- размер по роликам M_{p1} и M_{p2} при разных диаметрах ролика D_1 и D_2 (от 12 до 36 измерений);
- основной шаг p_a (от 36 до 70 измерений).

По результатам измерений вычисляли средние значения измеряемых параметров \bar{X} , среднеквадратические отклонения σ_x и доверительные интервалы ΔX , а также компоненты усадки S_a , S_b и S_s . Корректировки основных параметров матрицы d_a^M , d_b^M и M^M рассчитывали по формулам (1)-(6). Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 1.

Геометрические параметры экспериментальной партии зубчатых колес

Параметр	Обозначение	Численное значение параметра для варианта					
		1	2	3	4	5	6
Нормальный модуль, мм	m_n	1,5	1,5	2,0	2,0	2,5	2,5
Число зубьев	z	12	36	15	32	15	33
Коэффициент смещения	x	+0,3	-0,3	+0,3	-0,3	+0,3	-0,3
Номинальный диаметр вершин зубьев, мм	d_a	21,9	56,1	35,2	66,8	44,0	86,0
Средний диаметр вершин зубьев по чертежу, мм	\bar{d}_a^*	21,795	55,95	35,12	66,65	43,92	85,825
Номинальная длина общей нормали на z_n зубьях, мм	W_n^k	7,20	15,497	9,687	15,247	12,109	19,094
Средняя длина общей нормали на z_n зубьях по чертежу, мм	\bar{W}_n^{k*}	7,0023	15,7473	9,4870	15,0466	11,9087	18,8633
Число охватываемых зубьев при W_n	z_n	2	4	2	3	2	3
Средняя длина общей нормали на z_{n+1} зубьях по чертежу, мм	\bar{W}_{n+1}^{k*}	11,4303	20,1754	15,3912	20,9508	19,2890	26,244
Число охватываемых зубьев при W_{n+1}	z_{n+1}	3	5	3	4	3	4
Диаметр основной окружности, мм	d_b^{k*}	16,9145	50,7434	28,1908	60,1403	35,2385	77,5246
Шаг зацепления, мм	p_a	4,4282	4,4282	5,9042	5,9043	7,3803	7,3803

Таблица 2.

Результаты обработки экспериментальных данных, полученных при измерении экспериментальной партии зубчатых колес ($\alpha = 0,9$)

Параметр	Обозначение	Численное значение параметра для варианта					
		1	2	3	4	5	6
Нормальный модуль, мм	m	1,5	1,5	2,0	2,0	2,5	2,5
Средний диаметр окружности вершин зубьев, мм	\bar{d}_a^k	21,6556	55,8309	34,4365	66,2060	49,9785	85,4534
Число измерений	N_{da}	27	22	20	30	23	22
Среднеквадратическое отклонение	σ_{da}	0,0556	0,0580	0,0771	0,1234	0,1831	0,0158
Доверительный интервал, мм	Δd_a	0,1898	0,1996	0,2666	0,4192	0,6287	0,0544
Средняя длина общей нормали, мм	\bar{W}_n	7,2364	15,9862	9,5873	15,1332	11,8656	19,0426
на z_n зубьях, мм	\bar{z}_n	2	4	2	3	2	3
Число измерений на z_n зубьях	$N_{w(n)}$	36	90	45	90	45	90
Среднеквадратическое отклонение, мм	σ_{wn}	0,0271	0,0402	0,0311	0,0545	0,0597	0,0379
Доверительный интервал, мм	ΔW_n	0,0918	0,1335	0,1038	0,1808	0,1995	0,1259
Средняя длина общей нормали на z_{n+1} зубьях, мм	\bar{W}_{n+1}	11,6133	20,4009	15,4611	21,0434	19,1224	26,4304
на z_{n+1} зубьях, мм	\bar{z}_{n+1}	3	5	3	4	3	4
Число измерений на z_{n+1} зубьях	$N_{w(n+1)}$	36	90	45	90	45	90
Среднеквадратическое отклонение, мм	$\sigma_{w(n+1)}$	0,0253	0,0296	0,0341	0,0289	0,0544	0,0356
Доверительный интервал, мм	$\Delta W_{(n+1)}$	0,0859	0,0983	0,1138	0,0959	0,1816	0,1183
Средний основной шаг, мм	p_b	4,3769	4,4138	5,8738	5,9102	7,2569	7,3878
Среднеквадратическое отклонение, мм	σ_{pb}	0,0259	0,0355	0,0325	0,0371	0,0226	0,0443
Доверительный интервал	Δ_{pb}	0,0875	0,1179	0,1085	0,1231	0,0754	0,1472

Примечание: Средний основной шаг рассчитан по результатам измерения средней длины общей нормали $p_b = \bar{W}_{n+1} - \bar{W}_n$.

В результате расчетов по принятой методике были получены скорректированные размеры матриц, вероятность получения размеров заданной точно-

сти в которых увеличилась с $0 \pm 0,5$ до $0,335 \pm 0,999$ (табл. 3). Низкая вероятность получения некоторой части годных зубчатых колес обусловлена большим разбросом усадки, не укладывающимся в заданное поле допуска. Улучшение этого показателя обеспечивается повышением стабильности параметров технологического процесса производства изделий.

Таблица 3.

Результаты расчета скорректированных размеров матриц и вероятности получения размера заданной точности (размеры матриц до (X^M) и после ($X^{M_{corr}}$) корректировки)

Наименование параметра	Обозначение	Численное значение параметра для варианта					
		1	2	3	4	5	6
Диаметр вершин	$\frac{d_a^M}{d_{acorr}^M}$	21,90	56,20	35,20	66,95	44,076	86,25
		22,042	56,400	35,900	67,400	45,032	86,820
Размер по роликам	$\frac{M^M}{M_{corr}^M}$	—	—	—	—	—	—
		22,149	56,812	36,870	68,400	45,504	87,892
Основной диаметр	$\frac{d_b^M}{d_{bcorr}^M}$	16,9012	50,8305	28,1715	60,2679	35,2864	77,7346
		17,099	50,980	28,318	60,208	35,888	77,716
Вероятность: - по d_a ;	$\frac{P(d_a)}{P(d_{acorr})}$	0,370	0,297	0	0	0	0
		0,941	0,990	0,684	0,776	0,335	0,999
- по M_p	$\frac{P(M)}{P(M_{corr})}$	0	0	0,390	0,144	0,492	0
		0,937	0,998	0,973	0,949	0,905	0,999

Заключение. Разработанная методика и программа расчета позволяют на стадии подготовки и в процессе производства литых пластмассовых зубчатых колес с высокой точностью корректировать контролируемые размеры формообразующих матриц, обеспечив соответствие средних размеров изделий середине поля допуска и существенно повысить таким образом вероятность получения зубчатых колес заданной точности.

Список литературы. 1. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – Москва: Машиностроение, 1995. – 320с. 2. Kapelevich A.L., Kleiss R.E. Direct Gear Design for spur and Helical Gears // Gear Technology, September / October. – 2002. – P.29–35. 3. Kapelevich A.L. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth // Mechanism and Mashine Theory, 35. – 2000. – P.117–130. 4. Симеонов С, Цветанов Г. Взаимности за геометричен синтез на 2К-Н предавки с асиметричен профил за зъбите / Сб. доклади «Unitech'05», Том. II. – Габрово. – 2005. 5. Курлов Б.А. Винтовые эвольвентные передачи. – Москва: Машиностроение. – 1981. – 176с. 6. Цуканов О.Н., Плотникова С.В. Геометрический синтез цилиндрических зубчатых и червячных зацеплений в обобщающих параметрах // Труды Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Редукторостроение России: состояние, проблемы, перспективы». Под ред. Е.В. Шалобаева. Изд. 2-е доп. испр. – Санкт-Петербург, 2003. – С.170–172. 7. Цуканов О.Н., Лопатин Б.А. Цилиндрические зубчатые передачи. – Челябинск: ЮурГУ, 2005. – 200с. 8. Лопатин Б.А., Цуканов О.Н. Проектирование цилиндрических зубчатых передач в обобщающих параметрах // Передачи и трансмиссии. – 1999. – № 2. – С. 24–35. 9. Цуканов О.Н., Плотникова С.В. Исследование областей существования и качественных показателей внутреннего коническо-цилиндрического зубчатого зацепления // Материалы международного конгресса

«Машиностроительные технологии-04». – Варна, Болгария. – 2004. – С.19–21. 10. Старжинский В.Е., Кудинов А.Т. О разработке методики расчета формующего инструмента для литых пластмассовых колес. – Вестник машиностроения. – 1985. – № 10. – С.38–41. 11. Старжинский В.Е., Кудинов А.Т. Расчет формующего инструмента для пластмассовых зубчатых колес // В кн. «Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач». Под общей ред. В.Е. Старжинского и М.М. Кане. – Санкт-Петербург: Профессия, 2007. – С.618–663. 12. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Солитерман Ю.Л., Гоман А.М. Автоматизированное проектирование цилиндрических зубчатых передач с пластмассовыми зубчатыми колесами. Алгоритм, методика и программа расчета // Сборн. трудов III Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике «Механика-2007». – Минск. – 2007. – С.214–222. 13. Starzhinsky V., Soliterman Yu., Goman A. Methods of updating accuracy indices of molded plastic gears: Theoretical and experimental results. – Machine Design, Editor Siniša Kuzmanović. – Novi sad: Faculty of Technical sciences. – 2008. – P.19–24.

Поступила в редколлегию 15.05.08