$$\gamma_l = \left[x_{la} m_l \left(\omega_{0l}^2 - \omega^2\right)\right]^2 - x_{(l-1)}^2 \left\{\left[\omega b_{(l-1)}\right]^2 + c_{(l-1)} + 2\omega b_{(l-1)} c_{(l-1)}\right\} -$$
$$- 2x_{(l-1)a} x_{(l+1)a} c_l \left[\omega b_{(l-1)} + c_{(l-1)}\right] - \left[c_l x_{(l+1)}\right]^2 .$$

Последний n-й коэффициент диссипации определяется из последнего уравнения системы (1). Амплитуда перемещения x_n определяется выражением

$$x_{na} = \frac{b_{(n-1)}\omega x_{(n-1)a} + c_{(n-1)} x_{(n-1)a}}{m_n \sqrt{\left(\omega_{0n}^2 - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b_n^{'}}{m_n}\omega\right)^2}} , \qquad (10)$$

где $b_n^{'} = b_{(n-1)} + b_n$.

Из выражения (10) получаем значение коэффициента $b_n^{'}$ в виде

$$b_n^{'} = \left(\frac{1}{x_{na}\omega}\right)\left\{x_{(n-1)a}^2 \left[b_{(n-1)}\omega + c_{(n-1)}\right]^2 - \left[x_{na} m_n \left(\omega_{0n}^2 - \omega_0^2\right)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}} .$$

Таким образом, предложен метод, на основании которого можно определить коэффициенты диссипации KC_n. Но при этом следует иметь в виду, что данный метод требует измерения амплитуд координат $x_l, l = \overline{1,n}$, знания величин c_l, m_l, ω_{0l} и ω.

Эти величины реально ощутимы в отличие от диссипативных характеристик KC_n. И их определения не являются затруднительными. Таким образом, предложенный метод имеет право на существование, поскольку он дает возможность получить информацию о силах сопротивления в колебательных системах.

Список литературы: 1. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 560с. **2.** *Божко А.Е., Голуб Н.М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188с.

Поступила в редколлегию 05.06.09

УДК 621.833.6

С.Н. КАВЕЦКИЙ, аспирант каф ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА $2A - \overline{AI}$ С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ С РАДИАЛЬНЫМ ДАЛЬНИМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ САТЕЛИТОВ

У статті показана можливість синтезу планетарних механізмів з двозв'язаними колесами, на прикладі планетарного механізму $2A - \overline{AI}$. Одержані генеральні рівняння, для визначення чисел зубців зубчастих колес планетарного механізму $2A - \overline{AI}$. Визначені умови для вибору параметрів синтезу, та нерівності які визначають границі допустимих передаточних відношень.

In the article possibility of synthesis of planetary mechanisms is rotined with double-chained wheels, on the example of planetary mechanism $2A - \overline{AI}$. General equalizations are got, for determination of numbers of indents of toothed koles of planetary mechanism $2A - \overline{AI}$. Terms are certain for the choice of parameters of synthesis, and inequalities which determine granici of possible transmission relations.

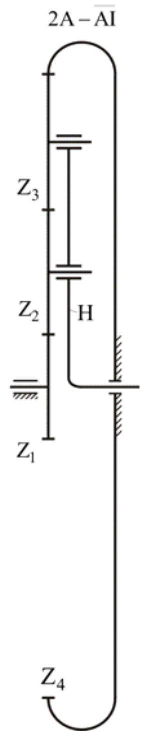

Рисунок 1

Введение. Вопрос синтеза планетарных механизмов с разными углами зацепления пар зубчатых колес, входящих в его состав, достаточно интересен, так как такие механизмы могут реализовать большие передаточные отношения при прочих равных условиях. При этом следует заметить, что синтез механизмов со степенью связности больше единицы значительно сложнее, так как возникают дополнительные параметры синтеза. Неоднозначность выбора параметров синтеза, приводит к необходимости определения дополнительных неравенств, описывающих пределы их изменения.

Основная часть. Как известно, для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Запишем условия передаточного отношения и сборки для схемы $2A - \overline{AI}$ (рисунок 1) [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{Z_4 - Z_1}{k} = N, & \text{условие сборки;} \\ i_{1H}^4 = 1 - \dfrac{Z_4}{Z_1}, & \text{условие передаточного отношения.} \end{cases} \qquad (1)$$

С учетом углов зацепления в первой и второй ступенях, условие соосности в общем виде, для дальнего радиального расположения сателлитов будет иметь вид:

$$a_{12} + a_{23} = a_{43} .$$

Используя формулу для определения межосевого расстояния, получим:

$$m\frac{Z_1+Z_2}{2}\cdot\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_{w_{12}}}+m\frac{Z_2+Z_3}{2}\cdot\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_{w_{23}}}=m\frac{Z_4-Z_3}{2}\cdot\frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_{w_{34}}}.$$

Следовательно, условие соосности можно представить в виде:

$$Z_1+Z_2+(Z_2+Z_3)C_1=(Z_4-Z_3)C_2, \tag{2}$$

где $C_1=\dfrac{\cos\alpha_{w_{12}}}{\cos\alpha_{w_{23}}}$ и $C_2=\dfrac{\cos\alpha_{w_{12}}}{\cos\alpha_{w_{34}}}$.

Используя выражения (1), получают уравнения для определения чисел зубьев колес Z_1 и Z_4 [1]:

$$Z_1=k\frac{N}{-i_{1H}^4},\ Z_4=Z_1\left(1-i_{1H}^4\right). \tag{3}$$

Числа зубьев зубчатых колес Z_2 и Z_3 связаны между собой параметром y [1]:

$$Z_3=yZ_2. \tag{4}$$

Определим уравнение для определения чисел зубьев зубчатого колеса Z_2. Используя условие соосности (2), подставив ранее определенные Z_3 и Z_4, получим:

$$Z_1+Z_2(1+C_1)+yC_1Z_2=Z_1C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-yC_2Z_2.$$

Выражая Z_2, получим:

$$Z_2=\frac{C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1}{1+C_1(1+y)+yC_2}Z_1. \tag{5}$$

Параметры C_1 и C_2 можно принимать в пределах $[0{,}8...1{,}2]$, в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах $[20^\circ...44^\circ]$ и для второй ступени в пределах $[40^\circ...20^\circ]$ [2].

Получим неравенства, определяющие область существования планетарного механизма $2A-\overline{AI}$.

Из уравнений (5) и (3) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\begin{cases}1-i_{1H}^4>0;\ \dfrac{C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1}{1+C_1(1+y)+yC_2}>0.\end{cases} \tag{6}$$

Откуда получим,

$$i_{1H}^4<\frac{C_2-1}{C_2}. \tag{7}$$

Определим верхний предел по передаточному отношению. Рассмотрим условие соседства для механизма $2A-\overline{AI}$:

$$\begin{cases}(Z_1+Z_2)\sin\dfrac{\pi}{k}\ge Z_2+2;\\[2mm](Z_4-Z_3)\sin\dfrac{\pi}{k}\ge Z_3+2.\end{cases} \tag{8}$$

Рассмотрим первое уравнение системы (8). Подставляя генеральные уравнения для числа зубьев Z_2, получим:

$$\left(Z_1+\frac{C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1}{1+C_1(1+y)+yC_2}Z_1\right)\cdot\sin\frac{\pi}{k}\ge\frac{C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1}{1+C_1(1+y)+yC_2}\cdot Z_1+2.$$

Разделив обе части на Z_1, получим:

$$\frac{C_1(1+y)+yC_2+C_2\left(1-i_{1H}^4\right)}{1+C_1+y(C_1+C_2)}\cdot\sin\frac{\pi}{k}\ge\frac{C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1}{1+C_1+y(C_1+C_2)}+\frac{2}{Z_1}.$$

При синтезе планетарного механизма $2A-\overline{AI}$ рекомендуется выбирать число зубьев $Z_1\ge18$, следовательно, соблюдается отношение $2/Z_1\le1/9$. При этом максимальное значение достигается для $Z_1=18$, а в случае других значений значительно меньше. На практике при синтезе планетарных механизмов выбор передаточного отношения на границе пределов его изменения не желателен, поэтому для оценки пределов передаточного отношения слагаемым $2/Z_1$ можно пренебречь. Следовательно, неравенство примет вид:

$$\frac{C_1(1+y)+yC_2+C_2\left(1-i_{1H}^4\right)}{1+C_1+y(C_1+C_2)}\cdot\sin\frac{\pi}{k}\ge\frac{C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1}{1+C_1+y(C_1+C_2)}.$$

Учитывая, что $1+C_1+y(C_1+C_2)>0$, получим:

$$\left(C_1(1+y)+yC_2+C_2\left(1-i_{1H}^4\right)\right)\cdot\sin\frac{\pi}{k}>C_2\left(1-i_{1H}^4\right)-1.$$

Выражая передаточное отношение i_{1H}^4, получим:

$$i_{1H}^4<\frac{1-C_2+(C_1+C_2)(1+y)\sin\dfrac{\pi}{k}}{C_2\left(1-\sin\dfrac{\pi}{k}\right)}. \tag{9}$$

Из схемы планетарного механизма видно, что $Z_1 < Z_4$. Следовательно, из уравнения передаточного отношения (1) можно сделать вывод, что $i_{1H}^4 < 0$. Из выражения (9) видно, что числитель дроби в правой части больше нуля и $1-\sin\frac{\pi}{k} > 0$ для любого k. Это означает, что неравенство (9) выполняется тождественно.

Таким образом, из выражения (7) можно сделать вывод, что выбор параметра $C_2 < 1$ ограничивает сверху передаточное отношение i_{1H}^4. Значение $C_2 \ge 1$, на возможные пределы передаточного отношения i_{1H}^4 не оказывает влияния.

Рассмотрим второе уравнение системы (8):

$$(Z_4 - Z_3)\sin\frac{\pi}{k} \ge Z_3 + 2.$$

Подставляя выражения для чисел зубьев Z_4 и Z_3 (3)-(5), получим:

$$\left(Z_1\left(1-i_{1H}^4\right) + \frac{yC_2\left(1-i_{1H}^4\right)-y}{1+C_1(1+y)+yC_2} Z_1\right)\sin\frac{\pi}{k} \ge \frac{yC_2\left(1-i_{1H}^4\right)-y}{1+C_1(1+y)+yC_2} Z_1 + 2.$$

Используя аналогичные предположения, как и для первого уравнения, получим:

$$\left(\left(1-i_{1H}^4\right)\left(1+C_1(1+y)+yC_2\right)+yC_2\left(1-i_{1H}^4\right)-y\right)\sin\frac{\pi}{k} > yC_2\left(1-i_{1H}^4\right)-y,$$

или

$$\left(1+C_1(1+y)+2yC_2-y-i_{1H}^4\left(1+C_1(1+y)+2yC_2\right)\right)\sin\frac{\pi}{k} > yC_2 - yC_2 i_{1H}^4 - y.$$

Выражая передаточное отношение i_{1H}^4, получим:

$$i_{1H}^4 < \frac{\left(1+C_1(1+y)+2yC_2-y\right)\sin\frac{\pi}{k} - y(C_2-1)}{\left(1+C_1(1+y)+2yC_2\right)\sin\frac{\pi}{k} - yC_2}. \qquad (10)$$

Для анализа полученного неравенства, рассмотрим случай двух сателлитов ($k = 2$). Неравенство (10) примет вид:

$$i_{1H}^4 < \frac{-y(C_2-1)}{-yC_2} = 1 - \frac{1}{yC_2}.$$

Следовательно, верхняя граница зависит от выбора параметров синтеза, а при выборе $C_2 = 1$ не зависит [1].

Рассматривая полученное выражение (10) совместно с условием (7), получим:

$$\begin{cases} i_{1H}^4 < \dfrac{\left(1+C_1(1+y)+2yC_2-y\right)\sin\frac{\pi}{k} - y(C_2-1)}{\left(1+C_1(1+y)+2yC_2\right)\sin\frac{\pi}{k} - yC_2}; \\ i_{1H}^4 < \dfrac{C_2-1}{C_2}. \end{cases} \qquad (11)$$

Для определения нижнего предела передаточного отношения данного механизма, можно воспользоваться уравнением передаточного отношения (1) записанного для максимально возможного числа зубьев Z_4 и минимально возможного числа зубьев Z_1:

$$i_{1H}^4 \ge 1 - \frac{Z_4^{max}}{Z_1^{min}}.$$

Минимальное и максимальное число зубьев можно принимать исходя из условий нарезания зубчатых колес.

Общие выводы.

1. Показана возможность синтеза планетарных механизмов с учетом корректировки углов зацепления, не только с односвязными колесами [3], но и для механизмов с двусвязными колесами, на примере механизма $2A-\overline{AI}$.
2. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма $2A-\overline{AI}$ с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес, на этапе синтеза механизма.
3. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма, для каждого сочетания параметров синтеза.
4. Синтез планетарного механизма $2A-\overline{AI}$, проведенный с использованием генеральных уравнений (3), (4) и (5), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

Список литературы: **1.** *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446с. **2.** *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. Машиностроение и САПР. – 2008. – №2. – С.115-120. **3.** *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Синтез планетарных механизмов *AA* и *II* со связанными и не связанными колесами с учетом углов зацепления // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – 2008. – №9. – С.98-103.

Поступила в редколлегию 28.05.09