Выводы. Результаты проведенных исследований показали, что вследствие износа зубьев профиль зуба искажается по отношению к исходному неравномерно по высоте зуба. Даже малый износ вызывает значительное изменение радиусов кривизны, а при большом износе радиус кривизны может менять свой знак. Изменение кривизны контактирующих поверхностей зубьев существенно влияет на мгновенное значение контактных напряжений в процессе зацепления.

Список литературы: 1. СТП 12.44.28.028-76. Передачи зубчатые конические с круговыми двояко-выпукло-вогнутыми зубьями. – М.: 1976. – 28с. **2.** *Онищенко Валентин.* Прогнозирование долговечности тяжелонагруженных зубчатых передач на основе моделирования износа зубьев // Gliwice: MECHANIKA, 1999 – Z.131. **3.** *S. Winkelbach.* Low-Cost Laser Range Scanner and Fast Surface Registration Approach / *Simon Winkelbach, Sven Molkenstruck, Friedrich M. Wahl* // Deutsche Arbeitsgemeinschaft für Mustererkennung. – 2006. – LNCS 4174. – P.718-728.

Поступила в редколлегию 20.05.11

УДК 621.833.6

В.А. МАТУСЕВИЧ, главн. конструктор-директор ГП "ХАКБ", г. Харьков
Ю.В. ШАРАБАН, зам. главн. конструктора ГП "ХАКБ"
А.В. ШЕХОВ, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", г. Харьков
В.Т. АБРАМОВ, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА $\overline{AI}$ ПО КРИТЕРИЮ ОБЪЕМА КОНСТРУКЦИИ

Рассмотрен вопрос разработки методики оптимизации общего объема многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}$ с учетом условий прочности при изгибе и контакте. Оптимальное распределение передаточного отношения механизма по ступеням учитывает возможные значения чисел зубьев одной ступени. Приведен пример проектирования многоступенчатого планетарного механизма.

Розглянуто питання розробки методики оптимізації загального об'єму багатоступінчатого планетарного механізму $\overline{AI}$ з урахуванням умов міцності при згині та контакту. Оптимальний розподіл передаточного відношення механізму по ступеням враховує можливі значення чисел зубців одної ступені. Наведено приклад проектування багатоступінчатого планетарного механізму

The method of finding of the optimum result volume of planetary transmission $\overline{AI}$ from the conditions of the bending strength and contact strength is considered. The optimum distribution transfer attitude from the area of existence of number of teeth is given. Example optimization of planetary transmission is given.

Постановка проблемы. Основным требованием, которому должна удовлетворять конструкция электромеханического привода системы управления летательного аппарата является минимальность значения ее массы. Существенное

влияние на массу привода оказывают его габаритные размеры. В свою очередь габаритные размеры привода зависят от объема занимаемого звеньями его конструкции. Для уменьшения габаритных размеров в конструкциях приводов применяют многоступенчатые планетарные механизмы, например, типа $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$. Эти механизмы по сравнению с другими схемами при одинаковом значении общего передаточного отношения имеют меньшие габариты в осевом направлении. Кроме того из этих механизмов проще составлять многоступенчатые схемы с большим передаточным отношением. Масса такого механизма с учетом конструктивных ограничений на его объем зависит от распределения общего передаточного отношения по его ступеням. При этом значения возможных передаточных отношений ступеней механизма выбирают из условий прочности. Поэтому разработка методики оптимизации величины объема многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$ представляет собой актуальную задачу для целей проектирования вышеназванных приводов.

Анализ литературы. Минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-3]. В работе [2] приведены примеры определения распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы из условий равнопрочности его зубчатых зацеплений. Там же приводятся блок-схемы некоторых алгоритмов, которые применялись автором при решении этих примеров. Вопросы оптимизации по габаритам и массе многоступенчатых рядных механизмов приведены в работе [4]. Однако в этих работах не рассмотрены вопросы реализации методик оптимизации объема механизма, учитывающие ограничения на возможные значения чисел зубьев.

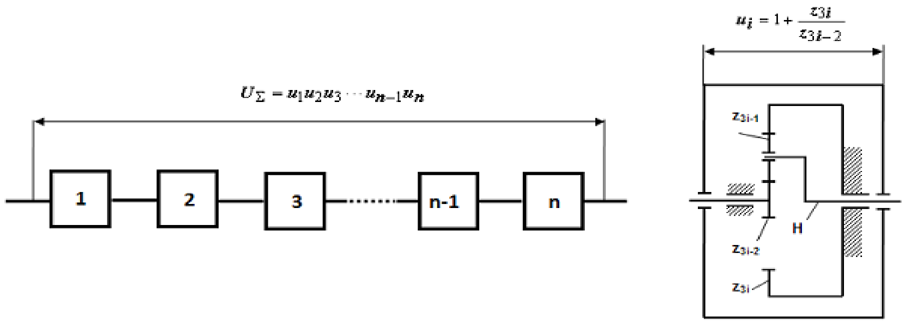
Цель статьи. Разработка программной методики минимизации суммарного объема многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$ с учетом рекомендаций по распределению общего передаточного отношения по его ступеням, обеспечивающего выполнение условий изгибной и контактной прочности зубчатых зацеплений. При этом в качестве основы методики выбраны подходы, рассмотренные в работах [6-7].

Раздел. Структурная схема построения многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$ с числом ступеней n приведена на рисунке 1а [7]. Нумерация зубчатых колес в пределах i-ой ступени механизма и формула, по которой определяют ее передаточное отношение u_i, показаны на рисунке 1б.

Величину суммарного объема V_Σ многоступенчатого планетарного механизма, схема которого показана на рисунке 1, определяют по формуле

$$V_\Sigma = V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \sum_{i=1}^{n} V_i , \qquad (1)$$

где V_i – значение объема i-ой ступени механизма.



а) б)

Рисунок 1 – Многоступенчатый планетарный механизм $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$

В работе [5] приведены допущения, согласно которым получена следующая формула для вычисления значения V_i

$$V_i = \frac{\pi \cdot b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{4} \left(1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4} \right), \tag{2}$$

где $u_i = 1 + \frac{z_{3i}}{z_{3i-2}}$ – передаточное отношение i-ой ступени механизма; k_i – число сателлитов i-ой ступени механизма; d_{3i-2}, b_{3i-2} – диаметр делительной окружности и ширина зубчатого венца подвижного центрального колеса z_{3i-2} i-ой ступени механизма; n_{Mi} – коэффициент приведения объема корпуса, водила и неподвижного центрального зубчатого колеса i-ой ступени механизма к объему условного диска, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию ведущего центрального зубчатого колеса z_{3i-2} и сателлита z_{3i-1}, а толщина равна ширине зубчатого венца зубчатого колеса z_{3i-22}.

С учетом формулы (2) соотношение (1) перепишем в виде

$$V_\Sigma = \frac{\pi \cdot b_1 d_1^2}{4} \sum_{i=1}^{n} A_i B_i , \tag{3}$$

где $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$; $B_i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2}$ – безразмерные коэффициенты. В формуле (3) коэффициент $B_1 = 1$.

В кинематических приводах, которые часто используют в системах

управления летательных аппаратов, прочность, как правило, не является основным фактором, влияющим на значения коэффициентов B_i. Исходя из технологических и экономических условий, при конструировании таких приводов обычно принимают равными модули и ширины зубчатых венцов z_{3i-2}, что дает $B_i = 1$. При этом условия прочности зубчатых колес привода обеспечивают за счет выбора параметра $b_1 d_1^2$.

Изгибная прочность зубчатых колес привода обеспечена, если выполнено условие [1]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{2T_{вых} \left(K_{F\beta} K_{Fv} \right)_1 \Omega_{F1} \left(Y_{FS} \right)_1 z_1}{U_\Sigma k_1 \left(\sigma_{FP} \right)_1} . \tag{4}$$

Обозначения всех величин, записанных в правой части условия (4), такие же, как в работах [6, 7]. Данное замечание справедливо и для последующих формул, которые будут приведены в этой работе.

Введем следующую величину

$$C_F = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{2T_{вых} \left(K_{F\beta} K_{Fv} \right)_1 \Omega_1 \left(Y_{FS} \right)_1}{\left(\sigma_{FP} \right)_1} . \tag{5}$$

Соотношение (3) с учетом (5) представим в безразмерном виде

$$\overline{V}_F = \frac{V_\Sigma}{C_F} = \frac{z_1}{k_1 U_\Sigma} \sum_{i=1}^{n} A_i B_i . \tag{6}$$

Если коэффициенты $B_i = 1$ и приняты условия $k_1 = k_2 = ... = k_n = k$ и $n_{M1} = n_{M2} = ... = n_{Mn} = n_M$, то выражение (6) примет вид

$$\overline{V}_F = \frac{z_1}{k U_\Sigma} \sum_{i=1}^{n} A_i . \tag{7}$$

Из соотношения (7) следует, что значение относительного суммарного объема n-ступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ является функцией передаточных отношений отдельных его ступеней, т.е. $\overline{V}_F = \overline{V}_F \left(u_1, u_2, ..., u_n \right)$.

Итак, при заданных параметрах n, U_Σ, z_1, k и n_M минимум функции (7) зависит от распределения суммарного передаточного отношения механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ по его ступеням.

Оптимальные значения передаточных отношений ступеней определяют из решения следующей системы

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \overline{V}_F}{\partial u_j} = 0,\ j = 1, n-1 \\ &u_n = \frac{U_\Sigma}{\prod\limits_{j=1}^{n-1} u_j} \end{aligned}\right\}. \tag{8}$$

Решение системы (8) имеет вид [2]

$$u_{opt\,1} = u_{opt\,2} = ... = u_{opt\,n} = \sqrt[n]{U_\Sigma}\ . \tag{9}$$

Подставив (9) в (7), получим значение минимального относительного суммарного объема механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ при расчете на изгибную прочность

$$\overline{V}_{F\min} = \frac{z_1 n}{k U_\Sigma}\left(1 + \frac{k}{4}\left(\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2\right)^2 + \frac{n_M}{4}\left(\sqrt[n]{U_\Sigma}\right)^2\right). \tag{10}$$

Значение (10) получено с учетом ограничений, которые были приняты при выводе выражения (7).

При значениях оптимального передаточного отношения $u_{opt\,i} \le 4$, полученное из формулы (9), в соотношение (10) следует подставлять число зубьев z_1, которое находят по формуле

$$z_1 = \frac{36}{u_{opt\,i} - 2}. \tag{11}$$

Если значение оптимального передаточного отношения $u_{opt\,\mathrm{i}} > 4$ то в соотношение (10) следует подставлять число зубьев z_1=18 [3].

В качестве оптимального значения $u_{opt\,i}$ рекомендуется принимать $u_{opt\,i} = 4$, так как при этом значении число зубьев z_1 будет равно 18, т.е. минимальному значению. Тогда параметр относительного объема $\overline{V}_F$ достигнет минимального значения.

Контактная прочность зубчатых колес привода обеспечена при выполнении следующего условия [1]

$$b_1 d_1^2 \ge \frac{0.7 T_{вых}\left(K_{H\beta} K_{Hv}\right)_1 \Omega_{H1}\left(Z_E\right)_1}{U_\Sigma k_1 (\cos^2\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha_w)_1 \left(\sigma_{HP}\right)_1^2} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2}. \tag{12}$$

Введем следующий коэффициент при расчете на контактную прочность

$$C_H = \frac{T_{вых}\left(K_{H\beta} K_{Hv}\right)_1 \Omega_{H1}\left(Z_E\right)_1}{(\cos^2\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\alpha_w)_1 \left(\sigma_{HP}\right)_1^2}. \tag{13}$$

С учетом (13) выражение (3) запишем в безразмерном виде, подобно тому, как это было сделано при рассмотрении изгибной прочности

$$\overline{V}_H = \frac{V_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} \sum_{i=1}^{n} A_i B_i\ . \tag{14}$$

Принимаем условия, для которых было получено соотношение (7), тогда соотношение (14) примет вид

$$\overline{V}_H = \frac{V_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{k U_\Sigma (u_1 - 2)} \sum_{i=1}^{n} A_i\ . \tag{15}$$

Подобно безразмерной величине $\overline{V}_F$ безразмерный объем (15) тоже является функцией передаточных отношений отдельных ступеней механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$.

Оптимальное распределение передаточных отношений $n_{opt\,i}$ по ступеням механизма определяют решением следующей системы уравнений

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial \overline{V}_H}{\partial u_j} = 0,\ j = 1, n-1 \\ &u_n = \frac{U_\Sigma}{\prod\limits_{j=1}^{n-1} u_j} \end{aligned}\right\}. \tag{16}$$

Решение системы (16) такое же, как и решение системы (8).

Минимальное значение относительного объема $\overline{V}_H$ при расчете на контактную прочность достигается при распределении передаточных отношений по закону (9). В этом случае получим

$$\overline{V}_{H\min} = \frac{\sqrt[n]{U_\Sigma}}{k U_\Sigma (\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2)}\left(1 + \frac{k}{4}\left(\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2\right)^2 + \frac{n_M}{4}\left(\sqrt[n]{U_\Sigma}\right)^2\right). \tag{16}$$

Применение закона (9) должно учитывать то обстоятельство, что передаточное отношение одной ступени механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ не может быть произвольным. Для заданного диапазона чисел зубьев $Z_н \le Z_k \le Z_в$ множество возможных передаточных отношений одной ступени u_i конечно и дискретно.

Поэтому при конструировании многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$, имеющего минимальный относительный объем $\overline{V}_F$ или $\overline{V}_H$ и суммарное передаточное отношение U_Σ близкое к заданному значению U_Σ^* приходится решать следующие две основные задачи:

- определение необходимого числа ступеней n_{opt} ;

- выбор такого передаточного отношения одной ступени $u_{opt\,i}$, чтобы выполнялось условие $U_\Sigma^* - \left(u_{opt\,i}\right)^{n_{opt}} \le \Delta_{u\Sigma}$, где $\Delta_{\,u\Sigma}$ – допуск на реализацию требуемого общего передаточного отношения механизма.

Решение перечисленных задач выполняют при ограничениях, которые были приняты при выводе формул (7) и (15) соответственно.

Таким образом, для обеспечения минимального габарита (объема) многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ нужно принять одинаковые значения передаточного отношения отдельных ступеней механизма, причем выполненных с одинаковым модулем.

Необходимое число ступеней n многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ находят из неравенства

$$n \le \frac{\lg U_\Sigma}{\lg u_{opt}}, \tag{17}$$

где u_{opt} – принятое значение передаточного отношения отдельной ступени механизма.

Заданное передаточное отношение U_Σ^* после назначения числа ступеней механизма n можно обеспечить постановкой рядной зубчатой передачи на входе механизма. Передаточное отношение этой передачи $u_{ряд}$ находят по формуле

$$u_{ряд} = \frac{U_\Sigma^*}{u_{opt}^n}. \tag{18}$$

Рассмотрим пример проектирования двухступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$, кинематическая схема которого приведена на рисунке 2. Рядная зубчатая передача z_{00}-z_{01} поставлена для подгонки значения передаточного отношения механизма U_Σ к требуемому значению U_Σ^*. Планетарные ступени типа $\overline{AI}$ имеют общее неподвижное центральное зубчатое колесо z_3. На

этом рисунке подвижные зубчатые колеса первой и второй ступеней показаны, как колеса с различными числами зубьев. По условиям проектирования механизм – кинематический, а все зубчатые колеса выполнены с модулем $m \le 1$. Параметры зубчатых колес механизма определяют из условия контактной прочности.

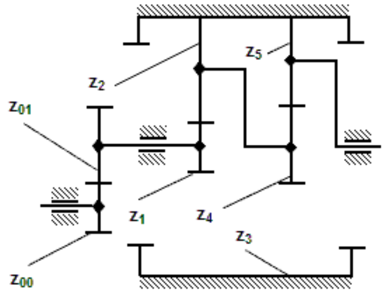


Рисунок 2 – Кинематическая схема проектируемого механизма

Исходные данные на проектирование механизма следующие: требуемое передаточное отношение $U_\Sigma^* = 21{,}778$; число ступеней $n = 2$; число сателлитов k=3; коэффициент $n_M = 5$; возможные числа зубьев $z_н = 18, z_в = 103$; минимальное число зубьев сателлита $z_{2_н} = 18$; число зубьев неподвижного центрального колеса $z_3 = 99$ (выбрано из конструктивных соображений); все зубчатые колеса выполнены без смещения.

В заданном диапазоне чисел зубьев найдено 8 вариантов исполнения одной планетарной ступени $\overline{AI}$, а именно следующие значения передаточного отношения ступени: 5,714; 4,667; 4; 3,538; 3.2; 2,941; 2,737; 2,571.

Для двухступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times ... \times \overline{AI}$ система уравнений (16) имеет вид

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \overline{V}_H}{\partial u_1} &= 0 \\ u_1 u_2 &= 21{,}778 \end{aligned}\right\}. \tag{19}$$

Решение системы (19) следующее: $u_{opt\,1} = 2{,}815$; $u_{opt\,2} = 7{,}736$. При этом значение относительного объема составило $\overline{V}_{H\min} = 0{,}989$.

Двухпараметрическую целевую функцию $\overline{V}_H = \overline{V}_H\left(u_1, u_2\right)$ можно представить в виде однопараметрической функции $\overline{V}_H = \overline{V}_H\left(u_1\right)$, так как независимым параметром является передаточное отношение u_1. В этом случае получим

$$\overline{V}_H = \overline{V}_H(u_1) = \frac{u_1}{kU_\Sigma^*(u_1-2)}\left(\left(1+\frac{k}{4}(u_1-2)^2+\frac{n_M}{4}u_1^2\right)+\right.$$

$$\left.+\left(1+\frac{k}{4}\left(\frac{U_\Sigma}{u_1}-2\right)^2+\frac{n_M}{4}\left(\frac{U_\Sigma}{u_1}\right)^2\right)\frac{(u_1-1)^2}{\left(\frac{U_\Sigma}{u_1}-1\right)^2}\right). \quad (20)$$

Функция (20) для значений передаточного отношения $u_1 > 2$ имеет один минимум. Этот минимум получают при значении $u_1 = u_{opt\,1} = 2{,}815$.

Из 8-ми вариантов исполнения одной планетарной ступени $\overline{AI}$, приведенных выше, можно с достаточной степенью точности выбрать 4 варианта исполнения двухступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$. Результаты выбора представлены в таблице.

Таблица

Параметр	Теория	Номер варианта исполнения			
		1	2	3	4
z_{00}		18	18	18	
z_{01}		25	19	24	
z_1		57	39	33	27
z_2		21	30	33	36
z_3		99	99	99	99
z_4		21	21	33	27
z_5		39	39	33	36
$u_{01}=z_{01}/z_{00}$	1	1,389	1,056	1,333	1
$u_1=1+z_3/z_1$	2,815	2,737	3,538	4	4,667
$u_2=1+z_3/z_4$	7,736	5,714	5,714	4	4,667
$U_\Sigma = u_{01}u_1u_2$	21,778	21,72	21.339	21,333	21,778
D, %	0	–0,27	–2.01	–2,042	0
$\overline{V}_H$	0,989	1,015	1,181	1,469	1,798

В столбце "Теория" приведено решение системы (19). Необходимость в применении рядной ступени передачи z_{00}-z_{01} отпадает в 4-ом варианте исполнения. В других вариантах исполнения эта передача присутствует. За счет соответствующего выбора значений чисел зубьев этой передачи можно подогнать общее передаточное отношение U_Σ проектируемого механизма к требуемому значению U_Σ^*.

Итак, оптимальным будет вариант исполнения №1.

Заметим, что в таблице представлены варианты исполнения, для которых справедливо условие $u_1 \le u_2$. В случае распределения общего передаточного отношения механизма при условии $u_1 > u_2$ имеем исполнение далекое от оптимального варианта. Поэтому такие варианты здесь не приведены.

Выводы. На основе подходов, примененных для задач оптимизации суммарной массы, разработана эффективная программная методика минимизации суммарного относительного объема многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}\times\ldots\times\overline{AI}$. Методика учитывает условия прочности первой ступени. При этом поиск оптимального распределения общего передаточного отношения механизма по его ступеням учитывает как ограничения на значения чисел зубьев, так и ограничения конфигурационного характера.

Список литературы: 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / *В.А. Ткаченко*, *В.Т. Абрамов*, *М.Д. Коровкин*. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. **2.** *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. **3.** *Абрамов В.Т.* Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207. **4.** Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование. Справочное и научное издание / *В.Е. Старжинский, Б.П. Тимофеев, Е.В. Шалобаев, А.Т. Кудинов. Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева.* – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с. **5.** *Абрамов В.Т.* Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов // Теория механизмов и машин. – Х.: Вища школа, 1982. – Вып.32. – С.85-87. **6.** *Абрамов В.Т.*, *Гетя А.Н*, *Матусевич В.А.*, *Шехов А.В.* Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2009. – Вип.29. – С.45-52. **7.** *Матусевич В.А., Шарабан Ю.В., Шехов А.В, Абрамов В.Т.* Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}$ по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2010. – Вип.26. – С.77-85.

Поступила в редколлегию 26.04.10

УДК 621.833

М.В. МАТЮШЕНКО, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПІ", м. Харків
Г.В. ФЕДЧЕНКО, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПІ"
В.О. БЕРЕЖНИЙ, старший викладач каф. ГМКГ НТУ "ХПІ"
П.М. КАЛІНІН, к.т.н., професор каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, м Харків

МЕТОД ГЕССЕНА В ЦИЛІНДРИЧНИХ ПЕРЕДАЧАХ НОВІКОВА

В статье представлена реализация метода обобщенной развертки для передач Новикова.

У статті представлена реалізація методу узагальненої розгортки для передач Новікова.

In article realization of a method of the generalized development of B.A.Gessen for Novikov tooth gearings is shown.