

где Z – нормальная координата, отсчитанная от срединной поверхности оболочки.

Решениям (21) соответствуют краевые условия для свободных торцов, загруженных касательной нагрузкой, распределенной по тому же закону, что и касательные напряжения в третьей формуле системы (25). Эти напряжения невелики. Так для волновых редукторов привода перефутеровки рудоразмольных мельниц, где $a=548,3\text{мм}$, $h=13,5\text{мм}$, $M_2=500\text{kН}\cdot\text{м}$, максимальные касательные напряжения, рассчитанные по третьей формуле системы уравнений (25), получились равными 20МПа.

Выводы:

1. Разработана методика численного определения силовых факторов действующих на гибкое колесо волновой передачи с дисковым генератором волн.

2. Выполнен анализ напряженно-деформированного состояния гибкого колеса, в результате которого определены нормальные и касательные напряжения, линейные и угловые деформации в соответствии с силовыми и конструктивными параметрами.

Список литературы: 1. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Издательство "Наука", 1971. – 808с. 2. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 1977. – 488с.

Поступила в редакцию 16.05.11

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля,
г. Луганск

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. кафедрой машиноведения ВНУ им. В. Даля

П.Н. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

И.Г. ТКАЧ, младший научный сотрудник каф. машиноведения ВНУ им.
В. Даля

СИНТЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОЛОУБКАТНЫХ ПЕРЕДАЧ ПО ГЕОМЕТРО-КИНЕМАТИЧЕСКИМ КРИТЕРИЯМ

Изложена математическая модель и порядок синтеза геометрии зубьев полуобкатных цилиндрических прямозубых передач по заданным значениям геометро-кинематических критериев работоспособности.

Викладено математичну модель та порядок синтезу геометрії зубців напівобкатних циліндрических прямозубих передач за заданими значеннями геометро-кінематичних критеріїв працездатності.

The mathematical model and sequence of synthesis of teeth geometry halfrolled cylindrical spur transmissions on set values of geometric and kinematic criteria of serviceability are explained.

Постановка проблемы. Зубчатые передачи на протяжении последних десятилетий неизменно входят в состав механических приводов большинства машин различного назначения, оказывая влияние на их качественные показатели. Поэтому задача повышения нагрузочной способности и долговечности зубчатых передач является актуальной и может быть отнесена к проблеме многоокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

Анализ литературы. К настоящему времени накоплен значительный опыт в изучении и эксплуатации передач на базе эвольвентного зацепления [2, 3], и они заслуженно считаются традиционными. При этом общезвестно, что резервы совершенствования традиционных передач исчерпаны. Поэтому за последние десятилетия появились новые виды зацеплений на базе выпукло-вогнутого контакта рабочих поверхностей, обладающие большей нагрузочной способностью [4-7]. Исследования передач зацеплением [2-7] свидетельствуют, что высокая нагрузочная способность может быть обеспечена применением рациональной геометрии зубьев зацепляющихся колес. В частности, ее можно обеспечить синтезом по геометро-кинематическим критериям работоспособности, к которым относят [8]: скорость скольжения, скорости качения сопряженных поверхностей зубьев, приведенную кривизну рабочих поверхностей, удельные скольжения. Такой подход применим как для традиционных передач, например [9], так и для новых видов передач зацеплением [10]. В работе [10] для цилиндрических передач получены дифференциальные уравнения для синтеза геометрии исходного контура режущего инструмента реечного типа. Применительно к передачам, изготовленным по второму способу Т. Оливье, дифференциальные уравнения для синтеза геометрии получены в работе [11] в общем виде, что затрудняет практическую реализацию синтеза таких передач.

Цель статьи. Получить математическую модель и разработать порядок синтеза полуобкатных цилиндрических прямозубых передач по заданным значениям геометро-кинематических критериев.

1. Обобщенный профиль зуба инструментального колеса. Будем полагать, что для профилирования зуба инструментального колеса (долбяка) при нарезании колес по второму способу Т. Оливье используется обобщенный профиль. Таковым будем называть профиль, очерченный произвольной кривой (см. рисунок).

Уравнение обобщенного профиля зададим в системе координат S_k (ось $O_k X_k$) направлена по касательной к начальной окружности (н.о.) рассматриваемого сечения зуба инструментального колеса) и представим в следующем виде:

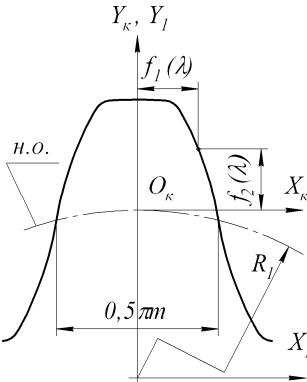


Рисунок – Обобщенный исходный контур инструментального колеса

где R_1 – радиус начального цилиндра инструментального колеса, μ – параметр, определяющий торцовое сечение зуба.

Для реализации поставленной цели процесс изготовления можно представить как зацепление двух колес – инструментального и нарезаемого. В торцовом сечении поверхности зубьев инструментального колеса описаны обобщенным профилем (1), а нарезаемого – огибающей профиля (1). Для определения параметров такого зацепления воспользуемся кинематическим методом [3], согласно которому уравнение станочного зацепления инструментального колеса с нарезаемым имеет вид:

$$F = \bar{V}^{(12)} \cdot \vec{e}_1 = 0, \quad (3)$$

где \vec{e}_1 – орт нормали к поверхности (2), проекции которого определяются уравнениями:

$$e_{x1} = \frac{f_2'}{n}; \quad e_{y1} = -\frac{f_1'}{n}; \quad e_{z1} = 0. \quad (4)$$

Здесь $n = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ – модуль вектора нормали к поверхности (2), f_1' , f_2' – первые производные функций f_1 , f_2 по λ .

$\bar{V}^{(12)}$ – относительная скорость в станочном зацеплении инструментального колеса с нарезаемым ($\omega_1 = 1\text{c}^{-1}$):

$$V_{x1}^{12} = -\frac{u+1}{u} [f_2 + R_1(1 - \cos \varphi_1)]; \quad V_{y1}^{12} = \frac{u+1}{u} [f_1 - R_1 \sin \varphi_1]; \quad V_{z1}^{12} = 0. \quad (5)$$

$$X_\kappa = f_1(\lambda); \quad Y_\kappa = f_2(\lambda); \quad Z_\kappa = 0, \quad (1)$$

где $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$ – произвольные, необходимое число раз дифференцируемые функции; λ – переменная величина, значения которой $\lambda = \text{const}$ соответствуют поверхности цилиндра заданного радиуса.

В последующих уравнениях для их сокращения параметр λ будем исключать. Тогда, с учетом (1) уравнение поверхности зубьев инструментального колеса в собственной системе координат S_1 будет иметь вид:

$$X_1 = f_1; \quad Y_1 = f_2 + R_1; \quad Z_1 = \mu, \quad (2)$$

где R_1 – радиус начального цилиндра инструментального колеса, μ – параметр, определяющий торцовое сечение зуба.

Здесь φ_1 – угол поворота инструментального колеса; u – передаточное число передачи.

Подставляя в (3) значения (4) и (5), получаем уравнение станочного зацепления в виде:

$$F(\lambda, \varphi_1) = -\frac{u+1}{un} [f_2 f_2' + f_1 f_1' - R_1(f_2' \cos \varphi_1 + f_1' \sin \varphi_1 - f_2)] = 0. \quad (6)$$

2. Дифференциальные уравнения для синтеза передач. Получим уравнения для синтеза полуобкатной цилиндрической звездообразной передачи с обобщенной геометрией по критериям, характеризующим звездообразную пару: скорости скольжения рабочих поверхностей V^{12} ; скоростям перемещения точек контакта на зубьях шестерни и колеса V_1 и V_2 в направлении, перпендикулярном линии мгновенного контакта; суммарной скорости перемещения точек контакта V_Σ в направлении, перпендикулярном линии мгновенного контакта; приведенной кривизне поверхностей зубьев χ в направлении, перпендикулярном линии контакта; коэффициентам удельных скольжений зубьев шестерни и колеса η_1 и η_2 . При этом примем

$$f_1 = f_1(f_2), \quad f_2' = 1, \quad f_2'' = 0. \quad (7)$$

Для синтеза передач по скорости скольжения рассмотрим случай, когда функции f_1 и f_2 требуется определить при заданной скорости скольжения в виде:

$$V^{12} = -\omega_1 \frac{u+1}{u} \sqrt{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2 + R_1^2 - 2R_1[f_1 \sin \varphi_1 + (f_2 + R_1) \cos \varphi_1]}. \quad (8)$$

При этом значения $\sin \varphi_1$ и $\cos \varphi_1$ связаны известными зависимостями:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1}}; \quad \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1}}. \quad (9)$$

Подставив в (8) выражения (9) и разрешив уравнение относительно $\operatorname{tg} \varphi_1$, получим:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{f_1(f_2 + R_1) \pm \sqrt{(f_1)^2 + (f_2 + R_1)^2 - A_V^2}}{A_V^2 - f_1^2}, \quad (10)$$

где A_V – параметр, зависящий от скорости скольжения:

$$A_V = \frac{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2 + R_1^2 - \left[\frac{V^{12} u}{1+u} \right]^2}{2R_1^2}.$$

Значение $\operatorname{tg} \varphi_1$ может быть также определено из уравнения зацепления:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{f_1'(\xi + R_1) - \sqrt{(f_1')^2(\xi + R_1)^2 - 2\xi(\xi + 2R_1)}}{2R_1}; \\ \cos \varphi_1 &= \frac{(\xi + R_1) + f_1' \sqrt{(f_1')^2 R_1^2 - \xi(\xi + 2R_1)^2}}{R_1 n^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

а искомая функция определяется как:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{n^2 \cdot f_1'(\xi + R_1) - \sqrt{(f_1')^2(\xi + R_1)^2 - 2\xi(\xi + 2R_1)}}{2(\xi + R_1) + f_1' \sqrt{(f_1')^2 R_1^2 - \xi(\xi + 2R_1)^2}}. \quad (12)$$

В соотношениях (11) и (12) в соответствии с условием (7) приняты обозначения $\xi = f_1 f_1' + f_2$ и $n^2 = 1 + (f_1')^2$.

Приравняв правые части выражений (10) и (12), получим дифференциальное уравнение, в котором с одной стороны функция $f_1 = f_1(f_2)$, а с другой ее первая производная f_1' . Такая форма записи делает уравнение удобным для решения приближенными методами [12].

Для синтеза по заданной скорости перемещения точек контакта на зубьях шестерни уравнение имеет вид:

$$f_1'' = \frac{\left[1 + (f_1')^2\right] \cdot \left[\frac{R_1}{V_1} (f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1) - 1\right]}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (13)$$

Здесь и в последующих дифференциальных уравнениях функции $\sin \varphi_1$ и $\cos \varphi_1$ определяются из (11).

Дифференциальное уравнение (13) не имеет решения при выполнении условия

$$2f_1 - f_1'(\xi + R_1) + \sqrt{(f_1')^2(\xi + R_1)^2 - 2\xi(\xi + 2R_1)} = 0. \quad (14)$$

Поэтому точки профиля, удовлетворяющие условию (14) должны быть исключены.

Для синтеза по заданной скорости перемещения точек контакта на зубьях колеса:

$$f_1'' = \frac{nR_1 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{V_2 - \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (15)$$

Уравнение (15) не будет иметь решения при равенстве нулю знаменателей, следовательно, ограничивать область значений функции f_1'' кроме условия (14) будет равенство

$$V_2 = \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}. \quad (16)$$

Для синтеза по заданной суммарной скорости перемещения точек контакта:

$$f_1'' = \frac{2nR_1 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{V_\Sigma - \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (17)$$

Уравнение (17) не будет иметь решения при выполнении условия (14) и равенства:

$$V_\Sigma = \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}. \quad (18)$$

При оценке контактной прочности поверхностей зубьев с линейным контактом определяющей является приведенная кривизна в направлении, перпендикулярном линии контакта. Поэтому, получим дифференциальные уравнения для синтеза по приведенной кривизне в этом направлении:

$$\begin{aligned} f_1'' &= \frac{\chi n \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}}{2(f_1 - R_1 \sin \varphi_1)} \times \\ &\times \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \frac{u+1}{un} R_1 (f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1)}{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]}} \right] - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Очевидно, что решение уравнения (19) не существует при выполнении условия (14) и равенства

$$f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1] = 0. \quad (20)$$

Поэтому, для реализации синтеза геометрии передачи по приведенной кривизне точки профиля, удовлетворяющие условиям (14) и (20) должны быть исключены.

Для синтеза передач *по коэффициентам удельных скольжений* получим дифференциальные уравнения в виде:

$$\begin{aligned} f_1'' &= \frac{\eta_1 R_1 n^2 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{\frac{u+1}{u} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}; \\ f_1'' &= \frac{\frac{\eta_2}{1+\eta_2} R_1 n^2 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{\frac{u+1}{u} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \end{aligned} \quad (21)$$

При синтезе передач необходимо задать коэффициент удельного скольжения зубьев шестерни или колеса и линию на поверхности зацепления, вдоль которой задается η_1 или η_2 . Это могут быть линии $\mu = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $z = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ или другие. Уравнения этих линий будут служить уравнениями связи между параметрами λ и μ , а решение дифференциального уравнения (21) позволяет определить обобщенный профиль зuba, обеспечивающий заданный коэффициент удельного скольжения для шестерни или колеса.

Ограничением при синтезе, как и в случае с приведенной кривизной, будет исключение точек профиля, удовлетворяющих условиям (14) и (20).

3. Порядок синтеза передач по геометро-кинематическим критериям. Из изложенного в п. 2 следует, что дифференциальные уравнения для синтеза исходного контура режущего инструмента по заданным значениям критериев работоспособности передач имеют вид

$$f_1'' = F(f_2, f_1, f_1', P, K), \text{ или } f_1' = F(f_2, f_1, P, K), \quad (22)$$

где K – критерий работоспособности; P – параметры зубчатой передачи (например R_1).

Из (22) следует, что решение дифференциальных уравнений зависит от геометрических параметров передачи и критерия работоспособности K . По-

этому для получения определенного решения следует задавать, кроме параметров передачи, значение критерия. При этом K могут быть постоянными или заданными в виде функций, зависящих от переменных, определяющих геометрию исходного контура.

При решении дифференциальных уравнений можно использовать любой приближенный метод [12]. Однако, учитывая структуру и сложный характер зависимостей, наиболее рациональным является метод рядов, когда решения уравнений вида (13), (15), (17), (19) и (21) представляется в виде рядов:

$$f_1 = \tilde{f}_1 + \tilde{f}_1'(f_2 - \tilde{f}_2) + \frac{\tilde{f}_1''}{2!}(f_2 - \tilde{f}_2)^2 + \frac{\tilde{f}_1'''}{3!}(f_2 - \tilde{f}_2)^3 + \dots, \quad (23)$$

где $\tilde{f}_1, \tilde{f}_1', \tilde{f}_1'', \tilde{f}_1''' \dots$ – значения функции $f_1(f_2)$ и ее производных в точке \tilde{f}_2 .

При этом \tilde{f}_1, \tilde{f}_2 должны быть заданы, как начальные условия, в пределах поля зацепления с обеспечением необходимых критериев работоспособности и приемлемой геометрии исходного контура режущего инструмента. Другие производные определяются последовательным дифференцированием соответствующих дифференциальных уравнений.

Полученный таким способом профиль кроме условий (14), (16), (18) и (20) проверяется по ряду обязательных для зубчатых передач условий. К таким можно отнести отсутствие подрезания и заострения зубьев цилиндрических колес, а также обеспечение требуемого коэффициента перекрытия.

Подрезание зубьев цилиндрических колес ослабляет основание зубьев, и, тем самым, приводит к снижению изгибной прочности нарезаемых колес. Поэтому при синтезе зубчатых передач необходимо ограничивать профиль, исключая из него точки, вызывающие подрезание. Оно связано с появлением на огибающей поверхности особых точек, в которых выполняется условие [3, 10]:

$$F^\varphi E_1 - (\bar{r}_1^\lambda \bar{V}^{12}) F^\lambda = 0, \quad (24)$$

где F^φ и F^λ – производные по φ и по λ уравнения станочного зацепления (6); \bar{r}_1^λ – производная по λ радиус-вектора поверхности (2); E_1 – коэффициент первой квадратичной формы поверхности (2), равный $E_1 = n^2$ [13].

После соответствующих преобразований и подстановки в (24) получим условие подрезания в виде:

$$[\xi_2 + R_1(\rho^\varphi - f_1')] \cdot [R_1(\rho^\lambda - f_2'') - (\xi_1 + n^2)] = \frac{u}{u+1} \cdot n^2 R_1 \rho^\varphi, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned}\rho^\varphi &= f_1' \cos \varphi_1 - f_2' \sin \varphi_1; \quad \rho^\lambda = f_2'' \cos \varphi_1 + f_1'' \sin \varphi_1; \\ \xi_1 &= f_1 f_1'' + f_2 f_2''; \quad \xi_2 = f_1 f_2' - f_1' f_2.\end{aligned}$$

Следовательно, для предотвращения подрезания зубьев нарезаемых колес, необходимо на производящей поверхности исключить точки, определяемые решением уравнений (25).

Заострение зубьев характеризуется пересечением их боковых поверхностей, когда толщина зуба в точках заострения равна нулю. Из условий прочности передач, толщина зубьев на вершинах не должна быть меньше допустимой величины, обычно не менее $(0,25...0,3)m$, где m – модуль зацепления [14].

Условия заострения получим на основе уравнений для определения толщины зубьев:

$$\begin{aligned}S_1 &= \frac{\pi}{2} - 2f_1^* \leq (0,25...0,3)m; \\ S_2 &= \frac{\pi}{2} - 2|f_1^* \cos[\varphi_1(1+u)] - (f_2^* + R_1) \sin[\varphi_1(1+u)] + \\ &\quad + R_1(1+u) \sin(\varphi_1 u)| \leq (0,25...0,3)m.\end{aligned}$$

Значения функций $f_1 = f_1^*$ и $f_2 = f_2^*$ определяются из уравнений:

$$\begin{aligned}R_{b1} &= \sqrt{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2}; \\ R_{b2} &= \sqrt{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2 + [R_1(u+1)]^2 - 2R_1(u+1)[f_1 \sin \varphi_1 + (f_2 + R_1) \cos \varphi_1]} \quad (26)\end{aligned}$$

подстановкой вместо R_{bi} значения радиусов окружностей вершин колес R_{a1} и R_{a2} . Значения углов φ_1 находятся из уравнений (11) для тех же значений функций $f_1 = f_1^*$ и $f_2 = f_2^*$.

Коэффициент перекрытия является важным критерием работоспособности, характеризующим плавность работы зубчатой пары. Его значение должно быть не менее 1,1...1,2 [14]:

$$\varepsilon_\alpha = z_1 \frac{\varphi_{12} - \varphi_{11}}{2\pi}, \quad (27)$$

где φ_{11} и φ_{12} – углы поворота инструментального колеса, соответствующие положению точки контакта на его вершине и основании зуба соответственно; z_1 – число зубьев инструментального колеса.

Границные значения углов поворота колеса φ_{11} и φ_{12} , которые подставляются в (27), можно определить из уравнения зацепления (6). Для этого не-

обходимо в уравнение (6) подставить значения функций $f_1 = f_1^*$ и $f_2 = f_2^*$ и их производных, соответствующие вершинам зубьев производящего и нарезаемого колес. Их можно найти из уравнений (26), если в их левые части подставить значения радиусов вершин колес R_{a1} и R_{a2} .

Выводы. В работе получены дифференциальные уравнения для синтеза обобщенного профиля зуба инструментального колеса цилиндрических полуобкатных передач. Определен порядок синтеза с проверкой условий, обеспечивающих отсутствие подрезания, заострения и заданный коэффициент перекрытия. Полученные дифференциальные уравнения и зависимости позволяют синтезировать передачи, изготовленные по второму способу Т. Оливье, по заданным значениям геометро-кинематических критериев.

Список литературы:

1. Кіндрацький Б., Сулім Г. Сучасний стан і проблеми богатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Львів, Машинознавство, 2002, №10(64). – С.26-40.
2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с.
3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.
4. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: "Техніка", 1978. – 144с.
5. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидальной линией зацепления // Надежность и качество зубчатых передач. – Нииинформтехмаш, 18–67–106, 1967. – С.1-8.
6. Скляр Ю.А. Геометрокинематические критерии прямозубых конхоидальных передач со смещением исходного контура // Вісник Нац. Техн. ун-ту "ХПІ". Зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.162-166.
7. Tököly P., Gajdoš M., Bošanský M. Effect of tooth shape to size of contact stress noninvolute gearing // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.10-20.
8. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // Изв. вузов. Машиностроение. – 1964. – №10. – С.5-15.
9. Вуглаков Э.В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с.
10. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля, 2006. – 408с.
11. Шишов В.П., Ткач П.Н., Ревякина О.А., Ткач И.Г. Дифференциальные уравнения для синтеза полуобкатных цилиндрических прямозубых передач по геометро-кинематическим критериям // Науковий вісник Луганського національного аграрного університету. Серія: Технічні науки. – Луганськ: Видавництво ЛНАУ, 2009. – №3. – С.195-200.
12. Бронштейн И.Н., Семенджиев К.А. Справочник по математике. 13-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 544с.
13. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 176с.
14. Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г. Конструкции и расчет зубчатых редукторов. – Л.: Машиностроение, 1971. – 328с.

Поступила в редакцию 05.05.11