

риченко А.Ф., Павлов А.И. Подальший розвиток теорії зачеплень для побудови силових зубчатих передач // *Машинознавство*. – Львів, 2003. – №10. – С.30-32. **10.** Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В., Павлов А.И. Аналитическое описание эволютного зацепления // *Вестник Харьковского национального университета "ХПИ"*. – Харьков, 2003. – Вып.9, т.2. – С.23-26. **11.** Павлов А.И., Кириченко А.Ф. Уравнение Эйлера-Савари для общего случая зацепления // *Вісник СНУ ім. В. Даля. Науковий журнал*. – Луганськ, 2002. – №3(49). – С.191-192. **12.** Кириченко А.Ф., Павлов А.И., Чайка Э.Г. Компьютерное построение эволютного зацепления // *Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства*. – Вып.18 "Підвищення надійності відновлюємих деталей машин". – Харків, 2003. – С.160-163. **13.** Павлов А.И., Чайка Э.Г. Исследование приведенного радиуса кривизны в нормальном сечении зацепления с выпукло-вогнутым контактом обкатной косозубой цилиндрической зубчатой передачи с помощью программного комплекса VISSIM // *Зб. "Геометричне та комп'ютерне моделювання"*. – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2002. – Вып.2 – С.108-111. **14.** Кириченко А.Ф., Павлов А.И., Немцев В.В. Графическое изображение приведенного радиуса кривизны в зацеплении зубчатых передач // "Системні технології". Регіональний міжзівзівський збірник наукових праць "Сучасні проблеми геометричного моделювання". – Вып.3(44). – Дніпропетровськ, 2006. – С.41-45. **15.** Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Зависимость между параметрами зацепления в эволютной передаче // *Вестник Национального технического университета "ХПИ"*. – Харьков, 2006. – Вып.22. – С.24-28. **16.** Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // *Зб. "Геометричне та комп'ютерне моделювання"*. – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2006. – Вып.15. – С.95-99. **17.** Павлов А.И. Ось зацепления пространственной передачи // *Вестник НТУ "ХПИ"*. – Харьков, 2002. – Вып.7, т.2. – С.58-59. **18.** Патент Украины №68700. Авт. Павлов А.И. Зубчатая передача с эволютным односторонним зацеплением. – Опубл. 16.08.2004. Бюл. №8. **19.** Патент Украины №68725. Авт. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Зубчатая передача с эволютным двусторонним зацеплением. – Опубл. 16.08.2004. Бюл. №8.

Поступила в редколлегию 11.04.12

УДК 621.833

**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;  
**А.И. ПАВЛОВ**, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;  
**С.В. АНДРИЕНКО**, преп. каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ";  
**М.И. СТЕПАНОВ**, студент ХНАДУ "ХАДИ"

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫПУКЛО-ВОГНУТОГО КОНТАКТА В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ

Рассмотрены условия использования в зубчатых передачах выпукло-вогнутого контакта рабочих поверхностей.

Розглянуто умови застосування в зубчатих передачах опукло-увігнутого контакту робочих поверхонь.

The conditions of using of gearing with convex-concave contact working surfaces are considered.

**Постановка задачи.** В наиболее распространенном эвольвентном зацеплении имеет место контакт двух выпуклых поверхностей. С целью снижения контактных напряжений напрашивается применение выпукло-вогнутого контакта в зубчатом зацеплении. Для определения напряжений в случае контакта двух выпуклых поверхностей используется формула Герца

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{b\rho}}, \quad (1)$$

где  $P$  – сила в зоне контакта;  $E$  – модуль упругости;  $b$  – ширина зубчатого венца;  $\rho$  – приведенный радиус кривизны, определяемый по формуле

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho_1, \rho_2$  – больший и меньший радиусы кривизны контактирующих поверхностей с учетом их знаков, при этом  $\rho_1 > 0$ .

Для выпукло-вогнутого контакта формула Герца не применима. В работе [1] получена формула для случая выпукло-вогнутого контакта, при этом  $\rho_1$  и  $\rho_2$  положительны, а их отношение  $\rho_2/\rho_1$  больше 1/2.

$$\sigma_m = 0,8253 \sqrt{\frac{P^2 E}{b^2 \rho_0^2}}. \quad (3)$$

**Цель работы** – исследовать эффективность применения выпукло-вогнутого контакта за счет снижения контактных напряжений путем вычисления их по формулам (1) и (3) и последующего сравнения между собой.

**Основная часть.** Отношение напряжений, вычисленных по (1) и (3) обозначим

$$k = \frac{\sigma}{\sigma_m}, \quad (4)$$

которое равно

$$k = \frac{0,418}{0,841} \sqrt{\frac{bE\rho^4}{P\rho_0^3}}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что эффективность применения выпукло-вогнутого контакта неоднозначна. Поскольку коэффициент  $k$  должен быть больше 1, то соотношение

$$\frac{\rho_0}{\rho} < \frac{bE}{64P}. \quad (6)$$

Напрашивается вопрос исследования соотношения приведенных радиусов кривизны. Рассматривая построение Бобилье для эвольвентного зацепления (рис. 1), получим такие выражения для вычисления радиусов кривизны кон-

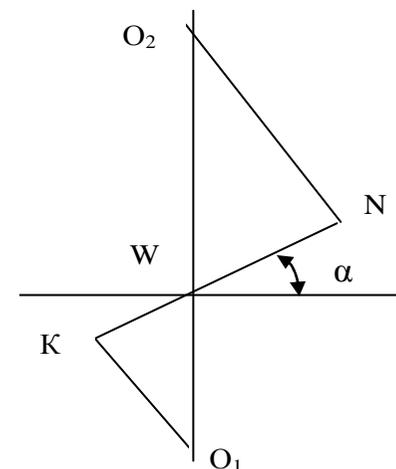


Рисунок 1 – Построение Бобилье для эвольвентного зацепления

тактирующих поверхностей:

– радиус кривизны эвольвенты на зубе шестерни  $\rho_1 = r \sin \alpha - (x / \cos \alpha)$ ,

где  $r$  – радиус делительной окружности  $KW$ ;  $x$  – абсцисса точки контакта (вдоль межцентральной линии);  $\alpha$  – угол зацепления;

– радиус кривизны эвольвенты на зубе колеса  $\rho_2 = ur \sin \alpha + (x / \cos \alpha)$ ,

где  $u$  – передаточное число;

– приведенный радиус кривизны двояковыпуклого контакта

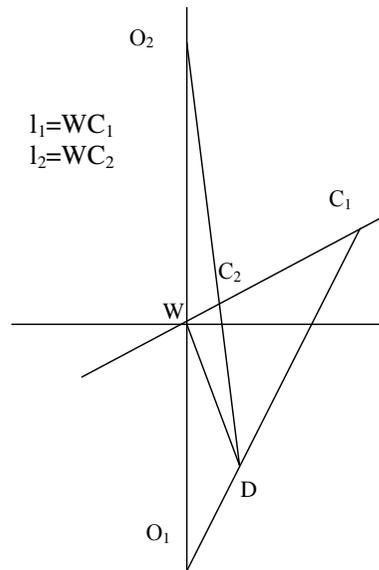


Рисунок 2 – Построение Бобилье для зацепления с выпукло-вогнутым контактом

$$\rho = \frac{ur^2 \sin^2 \alpha + x^2 \sec^2 \alpha}{(u+1)r \sin \alpha} - x \sec \alpha, \quad (7)$$

а в полюсе зацепления

$$\rho = \frac{ur \sin \alpha}{u+1}. \quad (8)$$

Для выпукло-вогнутого зацепления (эволютной передачи) имеем:

– радиус кривизны боковой поверхности на зубе колеса  $\rho_1 = l_2 + x \sec \alpha$ , где от центра кривизны боковой поверхности до полюса передачи  $l_2 \approx k$  (рисунок 2);

– радиус кривизны боковой поверхности на зубе шестерни  $\rho_2 = l_1 + x \sec \alpha$ , где  $l_1 \approx (u+1)k/u$ .

Тогда приведенный радиус кривизны выпукло-вогнутого контакта в полюсе зацепления  $\rho_0 = (u+1)k$ .

Для сравнения взят вариант передачи: передаточное отношение 2, модуль 5мм, число зубьев шестерни 20, ширина венца 50мм, материал – сталь, нормальная нагрузка 500Н. Для эволютной передачи  $k=5m$ , и тогда  $\rho_0^3 / \rho^4 = 2,25$ , а  $(bE)/(64P) = 3,2$ , что позволяет получить соответствующий эффект от применения эволютного зацепления.

**Выводы.** Для заданных условий контакта в зацеплении эффект применения выпукло-вогнутого характера может быть и не получен, так что усложнение технологии изготовления зубчатых колес вовсе не обязательно.

**Список литературы:** 1. Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // 36. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2006. – Вип.15. – С.95-99.

Поступила в редколлегию 11.04.12