

В.П. ШИШОВ, д.т.н., професор каф. машинознавства СХУ ім. В. Даля, Луганськ;
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознавства СХУ ім. В. Даля;
О.Ю. ЧАЛА, асистент каф. прикладної математики СХУ ім. В. Даля;
Т.Є. ЖУРАВЛОВА, аспірант каф. машинознавства СХУ ім. В. Даля

ВЕРСТАТНЕ ЗАЧЕПЛЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ АРКОВИХ ПЕРЕДАЧ ЗМІШАНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

У статті проводиться теоретичне дослідження верстатного зачеплення при нарізуванні циліндричних аркових передач інструментом з несиметричним вихідним контуром. Отримані рівняння активних поверхонь зубців циліндричних аркових передач, які необхідні для визначення показників працездатності передач з арковими зубцями.

В статье проводится теоретическое исследование станочного зацепления при нарезании цилиндрических арочных передач инструментом с несимметричным исходным контуром. Получены уравнения активных поверхностей зубцов цилиндрических арочных передач, которые необходимы для определения показателей работоспособности передач с арочными зубцами.

In the article theoretical research of the machine-tool hooking is conducted at cutting of the cylindrical arched transmissions by an instrument with an asymmetrical initial contour. Equalization of active surfaces of indents of the cylindrical arched transmissions, which is needed for determination of indexes of capacity of transmissions with the arched indents, is got.

Постановка проблеми. Працездатність машин у багатьох галузях визначається якістю механічних приводів, що входять до їх складу. Доля зубчастих передач при цьому досить велика. Тому удосконалення зубчастих приводів дозволить підвищити працездатність машин, а отже є актуальним завданням. Одним із шляхів його вирішення є синтез геометрії за якісними показниками працездатності. Такий синтез може бути віднесений до проблеми багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [1].

У теперішній час накопичено значний досвід у дослідженнях традиційного евольвентного зачеплення [2]. Але і в класичних передачах застосовувалися елементи синтезу [3]. Стосовно аркових передач традиційна модель зачеплення реалізована у квазієвольвентних аркових передачах та евольвентних по всій довжині зуба [4].

Однак відомо, що є певні обмеження у навантажувальній здатності передач з евольвентними профілями. Ці обмеження обумовлені формою зубців, що реалізує контакт опуклих поверхонь. Тому з'явилися нові різновиди зачеплень з опукло-ввігнутим контактом. Наприклад, зачеплення Новікова було реалізовано стосовно аркових передач та активно досліджувалося останні десятиріччя [5, 6]. Перспективним напрямом удосконалення параметрів опукло-ввігнутого контакту є синтез геометрії за якісними показниками працездатності [7]. Щодо аркових передач, такий підхід було застосовано у роботі [8], де було синтезовано симетричні вихідні контури різального інструменту, кожен з яких надавав значні переваги за показниками працездатності, але мав і певні недоліки.

Поеднуючи в одному зачепленні на окремих ділянках різні вихідні контури, можна домогтися значного покращення якісних показників та зменшити вплив недоліків. Таким чином можна розширити сферу застосування нових видів зачеплення.

Мета статті – дослідження геометрії робочих поверхонь аркових зубців, утворених несиметричним вихідним контуром, що дозволить отримати рівняння верстатного зачеплення при нарізуванні аркових зубчастих коліс інструментом з несиметричним вихідним контуром, а також рівняння активних поверхонь аркових зубців.

Розглянемо верстатне зачеплення і геометрію реальних активних поверхонь. Це зачеплення аналогічно процесу нарізування зубців рейковим інструментом методом огинання. Поверхні зубців коліс при зачепленні з рейкою є такими, що огинають поверхні її зубців.

Зачеплення інструментальної рейки з колесами може бути представлено в системах координат, приведених на рисунку.

Це $X_n Y_n Z_n$ – система координат, пов'язана з рейкою, $X_1 Y_1 Z_1$ – система координат, пов'язана з шестернею, $X_2 Y_2 Z_2$ – система координат, пов'язана з колесом; XYZ – нерухома система координат.

Площина $Y_n O_n Z_n$ – початкова площина рейки, площина YOZ лежить в початковій площині рейки; O_1 і O_2 – осі шестерні і колеса, R_1 і R_2 – радіуси початкових циліндрів шестерні і колеса; осі $O_1 Z_1$ і $O_2 Z_2$ спрямовані по осях коліс; вісь OZ співпадає з полюсною прямою зачеплення; φ_1 , φ_2 – кути повороту шестерні і колеса ($\varphi_1 = u\varphi_2$, де u – передатне число зубчастої передачі); $\vec{V}$ – лінійна швидкість рейки ($V = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$); ω_1 , ω_2 – кутові швидкості шестерні і колеса.

При повороті колеса (шестерні) на кут φ_i ($i = 1$ для шестерні і $i = 2$ для колеса) рейка переміститься на відстань $R_i \varphi_i$.

Рівняння поверхонь опуклої частини аркових зубців рейки в нерухомій системі координат XYZ для головки і ніжки відповідно мають вигляд:

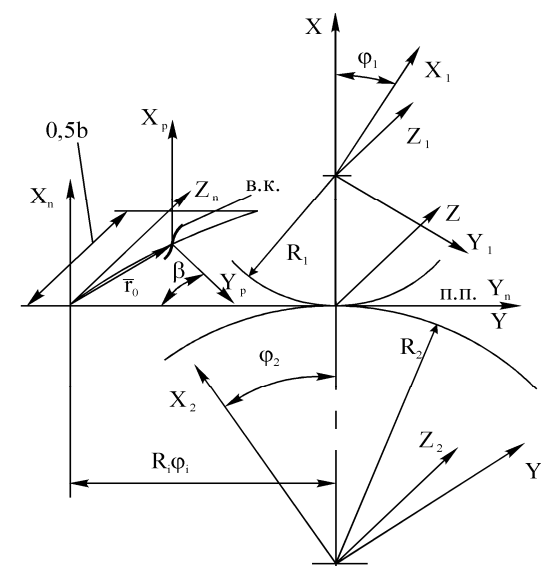


Рисунок – Системи координат у верстатному зачепленні

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = y_0 + f_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1 ; \\ z = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1 . \\ z = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (1)$$

Аналогічно для увігнутої частини аркових зубців рейки для головки і ніжки відповідно маємо:

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1 ; \\ z = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1 , \\ z = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (2)$$

де f_1, f_2 – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, що описують головку зуба; Φ_1, Φ_2 – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, що описують ніжку зуба; β – поточний кут нахилу зубців інструменту, причому:

$$\sin \beta = \frac{\dot{y}_0}{\sqrt{\dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}} ; \quad \cos \beta = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{\dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}} .$$

Тут $y_0(\mu)$, $z_0(\mu)$ – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції; μ – параметр.

Рівняння зачеплення рейки із зубчастими колесами записується у вигляді [7]:

$$\text{при зачепленні з шестірнею:} \quad F_1^* = \vec{e} \cdot \vec{V}^{p1}; \quad (3)$$

$$\text{при зачепленні з колесом:} \quad F_2^* = \vec{e} \cdot \vec{V}^{p2}. \quad (4)$$

Тут $\vec{V}^{p1}$, $\vec{V}^{p2}$ – вектори відносних швидкостей при зачепленні рейки з шестірнею і колесом; $\vec{e}$ – одиничний вектор нормалі, координати якого можуть бути записані головки і ніжки відповідно у вигляді:

$$\vec{e}_f = \begin{cases} e_{xn} = \frac{\pm f_2'}{n_f} \\ e_{yn} = -\frac{f_1'}{n_f} \cos \beta ; \\ e_{zn} = \frac{f_1'}{n_f} \sin \beta \end{cases} \quad \vec{e}_\Phi = \begin{cases} e_{xn} = \frac{\pm \Phi_2'}{n_\Phi} \\ e_{yn} = -\frac{\Phi_1'}{n_\Phi} \cos \beta . \\ e_{zn} = \frac{\Phi_1'}{n_\Phi} \sin \beta \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Тут } n_f = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2} ; \quad n_\Phi = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2} .$$

Верхній знак береться для опуклої сторони, нижній – для увігнутої.

Вважаючи $\omega_1 = \omega_2 = 1 c^{-1}$, і використовуючи рівняння (1), отримуємо вектори відносних швидкостей на опуклій стороні зубців шестерні на голівці і ніжці відповідно:

$$\vec{V}_f^{p1} = -(y_0 + f_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \vec{i} + f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\Phi^{p1} = -(y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \vec{i} + \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

Вектори відносних швидкостей на увігнутій стороні зубців шестерні на голівці і ніжці:

$$\vec{V}_f^{p1} = -\left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \vec{i} + f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\Phi^{p1} = -\left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \vec{i} + \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

Аналогічно для колеса з використанням рівнянь (2), вектори відносних швидкостей на опуклій стороні зубців колеса на голівці і ніжці відповідно:

$$\vec{V}_f^{p2} = (y_0 + f_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \vec{i} - f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\Phi^{p2} = (y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \vec{i} - \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

Вектори відносних швидкостей на увігнутій стороні зубців колеса:

$$\vec{V}_f^{p2} = \left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2\right) \vec{i} - f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\Phi^{p2} = \left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2\right) \vec{i} - \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

При визначенні істинних значень проекцій векторів відносних швидкостей треба враховувати окружні швидкості ω_1 і ω_2 .

Рівняння зачеплення (3) і (4) з урахуванням значень проекцій вектору $\vec{e}$ можна представити таким чином:

1) при зачепленні рейки з шестірнею (опукла сторона):

$$F_{1f}^* = -(y_0 + f_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \cdot \frac{f_2'}{n} - \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{1\Phi}^* = -(y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \cdot \frac{\Phi_2'}{n} - \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки});$$

2) при зачепленні рейки з шестірнею (увігнута сторона):

$$F_{1f}^* = -\left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \cdot \left(-\frac{f_2'}{n}\right) - \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{1\phi}^* = - \left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1 \right) \cdot \left(-\frac{\Phi_2'}{n} \right) - \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки});$$

3) при зачепленні рейки з колесом (опукла сторона):

$$F_{2f}^* = (y_0 + f_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \cdot \frac{f_2'}{n} + \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{2\phi}^* = (y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \cdot \frac{\Phi_2'}{n} + \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки});$$

4) при зачепленні рейки з колесом (увігнута сторона):

$$F_{2f}^* = \left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2 \right) \cdot \left(-\frac{f_2'}{n} \right) + \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{2\phi}^* = \left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2 \right) \cdot \left(-\frac{\Phi_2'}{n} \right) + \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки}).$$

Тоді вектори відносних швидкостей можуть бути представлені у виді:

- для точок на голівці:

$$\begin{aligned} \vec{V}^{p1} &= (\Omega_{1f} \cos \beta) \vec{i} + f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}^{p2} &= (-\Omega_{1f} \cos \beta) \vec{i} - f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \end{aligned} \quad \text{де } \Omega_{1f} = \frac{f_1 f_1'}{f_2'};$$

- для точок на ніжці:

$$\begin{aligned} \vec{V}^{p1} &= (\Omega_{1\phi} \cos \beta) \vec{i} + \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \\ \vec{V}^{p2} &= (-\Omega_{1\phi} \cos \beta) \vec{i} - \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \end{aligned} \quad \text{де } \Omega_{1\phi} = \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{\Phi_2'}.$$

Рівняння для F_1^* і F_2^* є додатковими умовами зв'язку між параметрами λ , μ , φ_i .

Рівняння поверхонь зачеплення зубчастих коліс і рейки в нерухомій системі координат XYZ можна записати таким чином (для головки і ніжки відповідно):

- при зачепленні опуклої сторони зубців шестерні і увігнутої сторони зубців колеса:

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = -\Omega_{1f} \cos \beta \\ z = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = -\Omega_{1\phi} \cos \beta \\ z = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (6)$$

- при зачепленні увігнутої сторони зубців шестерні і опуклої сторони зубців колеса:

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = \Omega_{1f} \cos \beta \\ z = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = \Omega_{1\phi} \cos \beta \\ z = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (7)$$

При $\varphi_i = \text{const}$ рівняння (6) і (7) визначають миттєві лінії контакту зубців на поверхні зачеплення. При $z = \text{const}$ перші два рівняння із (6), (7) визначають лінію зачеплення в торцевій площині коліс. При $\mu = \text{const}$ отримаємо рівняння лінії зачеплення в нормальному перерізі коліс.

При визначенні критеріїв працездатності зубчастих передач з арковими зубцями використовуються рівняння поверхонь зубців, а також показники внутрішньої геометрії цих поверхонь.

Рівняння активних поверхонь можна отримати [7], записуючи координати поверхонь зачеплення (6), (7) в системах координат $X_1 Y_1 Z_1$ і $X_2 Y_2 Z_2$ (рис. 1), пов'язаних з шестернею і колесом. Здійснюючи перехід від нерухомої системи координат XYZ до систем $X_1 Y_1 Z_1$ і $X_2 Y_2 Z_2$, отримаємо:

1) рівняння поверхонь зубців аркових коліс в системах $X_1 Y_1 Z_1$ і $X_2 Y_2 Z_2$ для опуклої сторони:

$$\vec{r}_{1f} = \begin{cases} x_1 = (f_1 + R_1) \cos \varphi_1 + \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (f_1 + R_1) \sin \varphi_1 - \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (головка шестерні)} \\ z_1 = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (8)$$

$$\vec{r}_{1\phi} = \begin{cases} x_1 = (\Phi_1 + R_1) \cos \varphi_1 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (\Phi_1 + R_1) \sin \varphi_1 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (ніжка шестерні)} \\ z_1 = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (9)$$

$$\vec{r}_{2f} = \begin{cases} x_2 = (f_1 - R_2) \cos \varphi_2 - \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(f_1 - R_2) \sin \varphi_2 - \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_2, \text{ (головка колеса)} \\ z_2 = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (10)$$

$$\vec{r}_{2\phi} = \begin{cases} x_2 = (\Phi_1 - R_2) \cos \varphi_2 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(\Phi_1 - R_2) \sin \varphi_2 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_2; \text{ (ніжка колеса)} \\ z_1 = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (11)$$

2) рівняння поверхонь зубців аркових коліс в системах $X_1 Y_1 Z_1$ і $X_2 Y_2 Z_2$ для увігнутої сторони:

$$\vec{r}_{1f} = \begin{cases} x_1 = (f_1 + R_1) \cos \varphi_1 - \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (f_1 + R_1) \sin \varphi_1 + \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (головка шестерні)} \\ z_1 = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (12)$$

$$\vec{r}_{1\phi} = \begin{cases} x_1 = (\Phi_1 + R_1) \cos \varphi_1 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (\Phi_1 + R_1) \sin \varphi_1 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (ніжка шестерні)} \\ z_1 = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (13)$$

$$\vec{r}_{2f} = \begin{cases} x_2 = (f_1 - R_2) \cos \varphi_2 + \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(f_1 - R_2) \sin \varphi_2 + \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_2, \text{ (головка колеса)} \\ z_2 = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (14)$$

$$\vec{r}_{2\phi} = \begin{cases} x_2 = (\Phi_1 - R_2) \cos \varphi_2 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(\Phi_1 - R_2) \sin \varphi_2 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_2, \text{ (ніжка колеса)} \\ z_2 = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (15)$$

В отриманих рівняннях змінні λ , μ , φ_i пов'язані співвідношеннями, описаними вище для F_1^* і F_2^* .

Висновки:

1. Отримано математичне описання верстатного зачеплення, на основі якого можна розглянути геометрію реальних активних поверхонь аркових зубців, утворених несиметричним вихідним контуром.

2. Отримані рівняння поверхонь аркових зубців для головки і ніжки шестерні і колеса відповідно.

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с. 3. Вулгаков Э.В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение. 1974. – 264с. 4. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990. – 128с. 5. Журавлев Г.А., Росливер Е.Г., Шахбазов Н.А. Цилиндрические передачи Новикова с круговыми зубьями. – В кн.: Результаты исследования и практического применения зубчатых передач с зацеплением М.Л. Новикова. – Харьков, 1971. – С.30-34. 6. Підвищення технічного рівня аркових циліндричних передач з зачепленням Новикова багатокритеріальним геометрично-кінематичним синтезом: Автореф. дис...канд.техн.наук: 05.02.02 / Д.В. Малий; Східноукр. нац. ун-т ім. В.Даля. – Луганськ, 2004. – 24с. 7. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганськ. Вид-во СХУ ім. В.Даля, 2006. – 408с. 8. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякіна О.А. Циліндричні передачі з арковими зубцями (теорія, аналіз, синтез): Монографія. – Луганськ: Вид-во СХУ ім. В.Даля, 2004. – 336с.

Надійшла до редколегії 21.05.12