

**З. ТКАЧ**, к.т.н., проф., кафедра транспорта и управления технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре, Словакия;  
**М. КАДНАР**, к.т.н., доц., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре;  
**Ю. РУСНАК**, к.т.н., проф., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ТЕХНИЧЕСКИХ КРИВЫХ В PRO/ENGINEER

В этой статье определяются технические кривые параметрического моделирования в Pro/ENGINEER. Примером технических кривых является профиль зубьев, а именно, моделирование рабочей поверхности зуба эвольвентного зацепления. Приведена методика для расчета координат параметрических кривых, осуществленная на основе рекомендаций для технической кривой в среде Pro/ENGINEER Wildfire 3.

**Ключевые слова:** эвольвентное зацепление, кривые, поверхность зуба.

**Введение.** Успех бизнес-плана в различных областях производства сегодня происходит от выбора продукта на рынке. Важным фактором является не только привлекательность продукта для клиента, но и время вывода производителем продукта на рынок. При непрерывном повышении требований к качеству и необходимости сокращения расходов использование CAD/CAM является прямым результатом усилий конкурентоспособности машиностроительных предприятий.

Несколько существующих инструментов в CAD/CAM исключают дорогостоящие переделки на конечном этапе проекта, потому что конструкторы могут избегать проблем и сложности еще на этапе концептуальных эскизов, которые могли бы резко усложнить поставленную задачу. Наборы инструментов позволяют легко изменять связи между узлами и агрегатами без необходимости создания новых моделей, и не важно, в каком порядке и как были определены связи между различными компонентами. Таким образом, используя 3D-модели, получают готовый проект, а затем проводится анализ прочности, определяется кинематика и формируется отчет. Возможно, с использованием метода конечных элементов, можно решать сложные задачи в относительно короткий промежуток времени и с высокой точностью.

Неточность исходной модели и ошибки конструктора при определении реальной формы структурных объектов в критически важных областях является серьезной проблемой.

Эти проблемы проявляются в виде недостаточной точности при построении технических кривых. Инженер-конструктор может воспользоваться специальными программными обеспечением (например, KISSsoft – моделирование собственных и импортированных объектов), способным генерировать различные технические кривые на основе вводимых параметров, а затем экспортировать его в формат, используемый инженерами.

Второй вариант состоит в моделировании кривой непосредственно в среде разработки инженера, используя для ее определения зависимости и параметры самой системы.

Данная статья о моделировании бокового профиля зубчатого зацепления без модификации в Pro/ENGINEER Wildfire версии 3.

**Материал и методы.** Pro/ENGINEER позволяет использовать параметрическое моделирование назначенных математических соотношений между

указанными размерами и параметрами. 2D/3D параметрическая модель динамически обновляется, используя указанные параметры, [1].

**Основные параметры исследуемой модели.** Основными параметрами для моделирования боковой поверхности зуба являются следующие:

модуль  $m$ ; число зубьев  $n$ ; угол профиля  $\alpha_n$ ; коэффициент высоты головки зуба  $\alpha$  (обычно 1); коэффициент высоты ножки зуба  $\beta$  (обычно 1,25); коэффициент радиального зазора  $\chi$  (обычно 0,25).

В универсальности построения модели целесообразно использовать средство для глобальных параметров, а также автоматический расчет определенных размерных величин. Параметры определяются следующей командой Инструменты | Параметры (рисунок 1).

В связи с невозможностью использования символов в параметрах и названиях переменных, вводится слово из букв греческого алфавита (например,  $\alpha$ =альфа), определяя таким образом необходимые параметры и соответствующие им значения в Pro/ENGINEER. В данной статье они изменяться не будут. Из-за необходимости использования прямоугольной системы координат со стандартным обозначением осей  $X, Y, Z$ , стандартное обозначение числа зубьев " $n$ "; заменяется буквой " $n$ ".

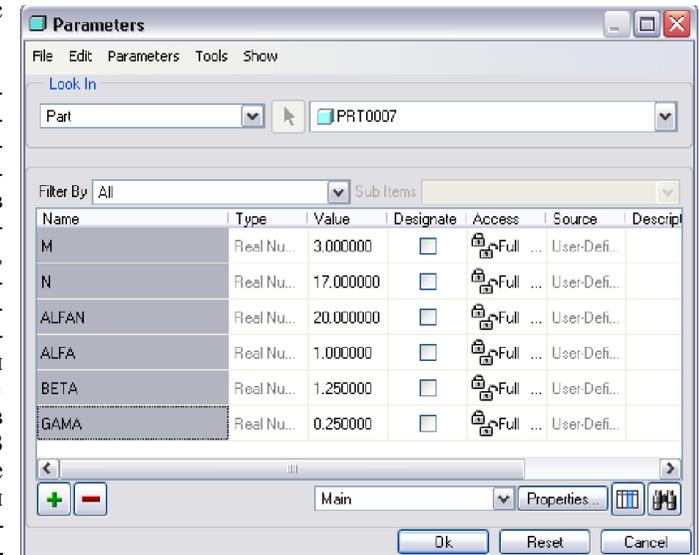


Рисунок 1 – Задание параметров зацепления

**Моделирование вспомогательных окружностей.** Применение вспомогательных окружностей не нужно, однако, при помощи обратной связи возможно управлять полученными кривыми, поэтому они будут построены в качестве примера применения отношений и параметров в Pro/ENGINEER. Габаритные размеры вспомогательных окружностей:

$$d = m \cdot n, \quad (1)$$

$$d_b = d \cdot \cos \alpha_n; \quad (2)$$

$$h_a = m \cdot \alpha; \quad (3)$$

$$h_f = m \cdot \beta; \quad (4)$$

$$d_a = d + 2h_a; \quad (5)$$

$$d_f = d - 2h_f. \quad (6)$$

где  $d$  и  $d_b$  – диаметр делительной и основной окружности;  $h_a$  и  $h_f$  – высота головки и ножки зуба;  $d_a$  и  $d_f$  – диаметр окружности вершин и впадин

Размерные параметры можно определить с помощью параметра окружностей, выбрав Инструменты | Отношения (рисунок 2). Определение следующих переменных может быть использовано, например, эскизом (рисунок 3). Поэтому при изменении входных параметров модель автоматически об-

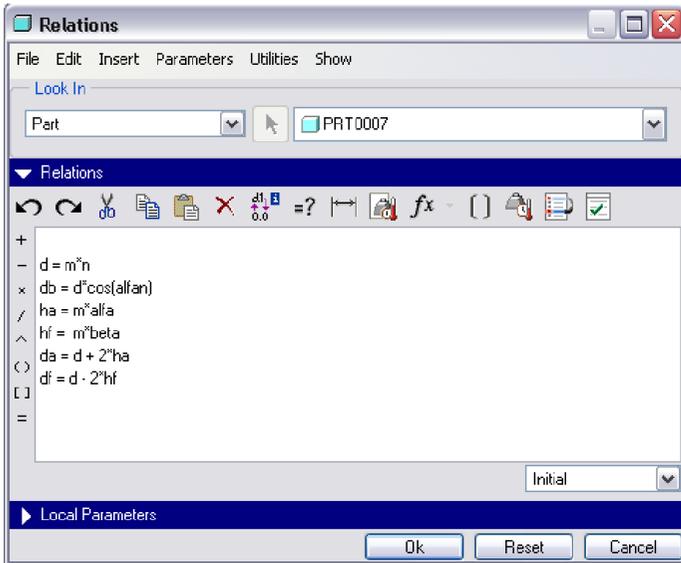


Рисунок 2 – Ввод уравнения для вспомогательных переменных

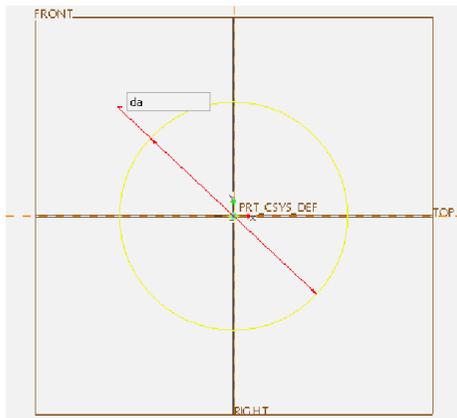


Рисунок 3 – Применение вспомогательных переменных на конструктивных размерах

**Эвольвентные зубья.** При моделировании рабочего профиля зуба используется эвольвентная кривую, заданная параметрически. Из-за сложности взаимоотношений параметры  $U$  и  $V$  определяются из соотношений [2]:

$$U = -\left[ \frac{\pi}{4} + (\alpha - \chi) \tan \alpha_n + \frac{\chi}{\cos \alpha_n} \right]; \quad (1) \quad V = \chi - \alpha. \quad (2)$$

Далее, определяется параметр, соответствующий углу поворота определенной точки кривой относительно оси  $Y$  выбранной системы координат. Он выбирается в пределах

новляется. К тем же ограничениям, которые применяются к целому типу, необходимо выбрать тип объявления параметров "Вещественное число".

**Моделирование кривых.** Для эвольвентных передач необходимо знать отношения, описывающие различные части боковой кривой зуба – т.е. эвольвенту и переходную кривую. Для этой цели

используется прямоугольная система координат. Для циклоиды удобно использовать полярную систему координат. Расположение моделируемой кривой зуба в рабочей системе координат выбрана так, что ось симметрии зуба совпадает с вертикальной осью  $Y$ . При моделировании кривых использована возможность параметрических уравнений. Для этого используется функция Insert|Model Datum|Curve|From Equation. Из уравнения выбирается декартова система координат и определяется отношение кривой, т.е. определяется связь между координатами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  точки выбранной кривой в зависимости от параметра системы " $t$ ".

$$\theta_{\min} \leq \theta_{\deg} \leq \theta_{\max}, \quad (3)$$

где  $\theta_{\min}$  и  $\theta_{\max}$  рассчитывается следующим образом [3] (Куанг, 1992):

$$\theta_{\min} = \frac{2}{n} \left( U + \frac{V}{\tan \alpha_n} \right) \frac{180}{\pi}; \quad (4)$$

$$\theta_{\max} = \left[ \frac{1}{n \cos \alpha_n} \sqrt{(2+n)^2 - (n \cos \alpha_n)^2} - \left( 1 + \frac{2}{n} \right) \tan \alpha_n - \frac{\pi}{2z} \right] \frac{180}{\pi}. \quad (5)$$

Приведенные выше соотношения показывают, что значение параметра выражается в градусах, как тригонометрические функции Pro/ENGINEER, необходимых для доступа в эти блоки. Параметр " $t$ " – принимает значения от 0 до 1 – принимая во внимание требования кривых по дискретизации. Последние требуют задания параметров по дуге с соответствующими знаками по следующим зависимостям:

$$\theta_{\deg} = \theta_{\min} + t(\theta_{\max} - \theta_{\min}); \quad (6) \quad \theta = \theta_{\deg} \frac{\pi}{180}. \quad (7)$$

Полученные уравнения для развертки:

$$x(\theta, \theta_{\deg}) = \frac{m \cdot n}{2} \left\{ \sin \theta_{\deg} - \left[ \left( \theta + \frac{\pi}{2n} \right) \cos \alpha_n + \frac{2}{n} \sin \alpha_n \right] \cos(\theta_{\deg} + \alpha_n) \right\}; \quad (8)$$

$$y(\theta, \theta_{\deg}) = \frac{m \cdot n}{2} \left\{ \cos \theta_{\deg} + \left[ \left( \theta + \frac{\pi}{2n} \right) \cos \alpha_n + \frac{2}{n} \sin \alpha_n \right] \sin(\theta_{\deg} + \alpha_n) \right\}. \quad (9)$$

Метод редактирования показывает рисунок 4, моделирование эвольвенты – рисунок 5.

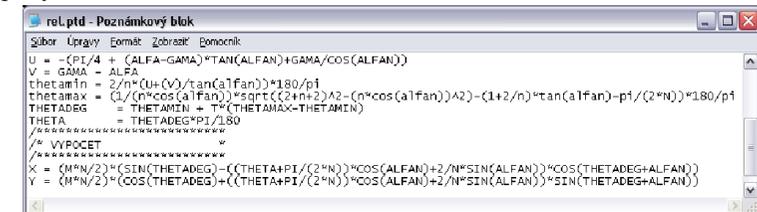


Рисунок 4 – Редактирование параметрических уравнений для заданной кривой

**Переходные кривые.** Таким же образом происходит моделирование переходной кривой, параметры которой выбираются в пределах

$$\theta_{\min} \leq \theta_{\deg} \leq \theta_{\max}. \quad (10)$$

где  $\theta_{\min}$  и  $\theta_{\max}$  рассчитываются следующим образом [3]:

$$\theta_{\min} = \frac{2}{n} \left( U + \frac{V}{\tan \alpha_n} \right) \frac{180}{\pi}; \quad (11)$$

$$\theta_{\max} = \frac{2U}{n} \frac{180}{\pi}. \quad (12)$$

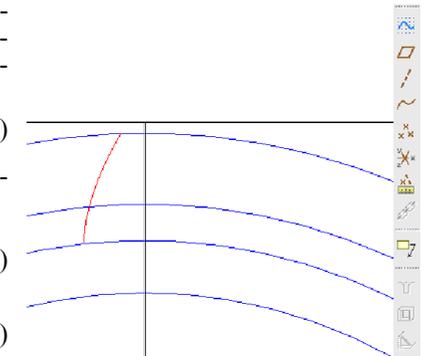


Рисунок 5 – Моделирование кривой, заданной параметрически

## ВИЗНАЧЕННЯ УМОВ КОНТАКТУ ЗУБЦІВ ДОВІЛЬНОГО ПРОФІЛЮ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПРЯМОЗУБОЇ ПЕРЕДАЧІ

*Пам'яті проф. В.П. Шишова присвячується*

У статті розглянуто рівняння, що обумовлюють існування контакту прямих зубців циліндричної зубчастої передачі, обкреслених будь-якими кривими. Запропоновано алгоритм, який дозволяє при відомих профілях визначити на них точки контакту, що відповідають заданому кутовому положенню циліндричних коліс по відношенню одне до одного. Розв'язок рівнянь для кожної точки профілю дає можливість знайти миттєве значення передатного відношення, а в межах поля зачеплення визначити закон руху веденого колеса. Отримані результати можуть бути застосовані як у проектуванні нових видів наближених зачеплень так і при аналізі працездатності зубців із спрацьованими профілями.

**Ключові слова:** циліндричні зубчасті передачі, профілі зубців, передатне відношення, спрацьований профіль.

**Вступ. Актуальність завдання.** Зубчасті передачі набули широкого поширення в приводах будь якого технологічного обладнання та транспортних машин, тому визначають їхню якість та надійність. Отже підвищення навантажувальної здатності зубчастих приводів є актуальним завданням. Вирішення такого завдання входить до складу робіт із багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій, що виконуються у Східноукраїнському національному університеті імені Володимира Даля.

**Аналіз літератури.** Поставлене завдання можна вирішити зокрема удосконаленням геометрії зачеплення. У цьому напрямку досліджень відома значна кількість робіт.

За останні десятиліття дослідниками передач з евольвентним зачепленням набуто значного теоретичного та практичного досвіду. Для таких передач, які заслужено називають традиційними, успішно вирішено як завдання аналізу [1, 2], так і завдання синтезу [3, 4]. Невід'ємною частиною як аналізу, так і синтезу є якісні показники працездатності [2, 5]. Аналіз цих показників, як відомо, довів обмеження навантажувальної здатності значеннями радіусів приведеної кривизни зубців, які пов'язані з радіусами коліс. Отже удосконалення геометрії передач, утворених прямобічним вихідним контуром, не призводить до істотного підвищення головного показника – контактної міцності в межах поля зачеплення.

Одночасно з традиційними активно досліджувалися передачі Новикова, однак відсутність профільного перекриття значно зменшило область їхнього застосування, і вони можуть бути виконані тільки косозубими.

Вичерпання можливостей традиційних передач та обмеження у застосуванні передач Новикова спричинило у останні роки розвиток нових підходів до визначення раціональної геометрії зубців коліс та інструменту для їх утворення. Синтез геометрії вихідного контуру інструмента [6-8] та зубців [9-11] дозволяє створювати нові високоавантажені зубчасті пари для приводів машин.

Серед приводів загального і спеціального призначення значного поширення набули передачі, для яких головним критерієм працездатності є спрацьовування робочих профілів зубців. Цей процес призводить до відхилення передатного числа від номінального значення, тобто зачеплення стає наближеним. Відхилення передатного числа може мати місце вже на початку експлуатації машини і в подальшому досягати великих значень. Наприклад, для тяго-

Как видно, значение параметра  $\theta_{\min}$  является одинаковым для обеих кривых, поэтому общее – точка перегиба. При моделировании другой стороны используется переходная кривая зуба, заданная параметрически:

$$x(\theta_{\text{deg}}) = m(P \cos \theta_{\text{deg}} + Q \sin \theta_{\text{deg}}); \quad (13) \quad y(\theta_{\text{deg}}) = m(-P \sin \theta_{\text{deg}} + Q \cos \theta_{\text{deg}}), \quad (14)$$

где параметры  $P$  и  $Q$  задаются формулами [2]:

$$P = \frac{\chi}{L} + \left( U - \frac{n\theta}{2} \right); \quad (15) \quad Q = \frac{2\chi}{L} \cdot \left( \frac{V}{2U - n\theta} \right) + V + \frac{n}{2}, \quad (16)$$

причем

$$L = \sqrt{1 + 4 \left( \frac{V}{2U - n\theta} \right)^2}. \quad (17)$$

Применяя эти отношения при соблюдении отдельных точек, получена четкая процедура, описывающая боковой профиль зуба. Создание окончательного профиля зуба из-за простоты не рассматривается.

### Результаты и обсуждение.

Преимуществом данного программного обеспечения является возможность технической реализации кривых без использования стороннего программного обеспечения, дальнейший выбор системы координат и, наконец, определение глобальных параметров,

которые направлены на систематизацию труда и универсальность создания модели. Важной поддержкой функцией моделирования передач является модель. При работе с конечно-элементной моделью определяются реальные формы, которые могут оказать существенное влияние на точность результатов. Недостатком этой программы является слабая поддержка при работе с параметрическими уравнениями, зависание при изменении параметров и плохая система отладки с невозможностью построения параметрических кривых.

Предлагаемая статья является частью проекта VEGA 1/0875/12.

**Література.** 1. Kelley, D. 2001. Pro Engineer 2001 Assistant. Whitby: McGraw-Hill Science / Engineering. – Math, 2001. – 256p. – ISBN 00-7249-939-7. 2. Litvin, F., Fuentes, A. Gear geometry and applied theory. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – 800p. – ISBN 0521815177. 3. Kuang, J., Yang, T. An Estimate of Mesh Stiffness and Load Sharing Ratio of a Spur Gear Pair // In 6th ASME International Power Transmission and Gearing Conference, Phoenix, Arizona, USA, Sept. 1992. – New York: American Society of Mechanical Engineers, 1992. – Pp.1-9. 4. Bošanský, M., Vereš, M., Tököly, P., Vanya, A. Neštandardné ozubené prevody. – STU v Bratislave, 2012. – S.159. – ISBN 978-80-227-3713-5, 1999 – ISBN 80-227-1226-4. 5. Bošanský, M., Vereš, M. Konigovanie evolventného ozubenia. – Vydavateľstvo STU Bratislava, 2001. – S.126. – ISBN 80-227-1602-2. 6. Vereš, M., Bošanský, M. Teória rovinného ozubenia. – Vydavateľstvo STU Bratislava. – S.112.

Поступила (received) 16.03.2014