

*Е.Г. КОРОЛЬ,
В.С. ЛУПИКОВ*, д-р техн. наук

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

В основу методу покладено представлення петлі гістерезису матеріалу ферромагнітного сердечника електромагніту у вигляді двох складових: кривій намагнічення і "еліпсоподібній" замкнутої кривої. Запропоновані співвідношення для визначення коефіцієнтів розкладання в ряд Фур'є цієї замкнутої кривої. Метод дозволяє підвищити точність представлення петлі гістерезису ферромагнітного матеріалу при моделюванні електромагніту.

В основу метода положено представление петли гистерезиса материала ферромагнитного сердечника электромагнита в виде двух составляющих: кривой намагничивания и "эллипсоподобной" замкнутой кривой. Предложены соотношения для определения коэффициентов разложения в ряд Фурье этой замкнутой кривой. Метод позволяет повысить точность представления петли гистерезиса ферромагнитного материала при моделировании электромагнита.

Введение. Одним из путей решения проблемы электромагнитной совместимости силового электрооборудования (ЭО) в части внешнего магнитного поля частоты сети [1-3] является применение систем автоматической компенсации. Исполнительными элементами этих систем являются электромагниты компенсаторы, содержащие сердечники с ферромагнитного материала. Существующие методы проектирования электромагнитов [4] имеют ограниченную точность, что обусловлено не учетом петли гистерезиса. Недостатком такого метода проектирования является то, что погрешность моделирования магнитных характеристик сердечника составляет 5÷8 %, и вместе с методической погрешностью при настройке параметров электромагнита по данным измерений может достигать 15÷20 %. Проведенные исследования открывают возможность повышения точности описания петли гистерезиса за счет усложнения функции описывающей петлю гистерезиса [5, 6].

Цель работы – описание метода определения параметров петли гистерезиса по экспериментальным данным.

Для достижения поставленной цели рассматривается две задачи: особенности представления "эллипсоподобной" кривой в виде развертки в декартовых координатах и получение соотношений для коэффициентов Фурье разложения этой кривой в гармонический ряд с использованием экспериментальных данных.

Представление петли гистерезиса в виде двух составляющих. Как показывают теоретические исследования [6, 7], реальную петлю гистерезиса

ферромагнитного материала целесообразно представлять в виде двух составляющих. Первая составляющая – кривая намагничивания ферромагнитного материала, вторая составляющая получается путем вычитания абсцисс петли гистерезиса и кривой намагничивания. Особенностью математического описания этих операций является то, что все составляющие представляются функциями вида $H(B)$, т.е. обратных функций описывающих петлю гистерезиса. С учетом этого абсциссы петли гистерезиса и составляющих представляются в виде соотношения:

$$H = H_h + H_e, \quad (1)$$

где H – напряженность петли гистерезиса; H_h – первая составляющая напряженности, определяемая кривой намагничивания ферромагнитного материала; H_e – вторая составляющая напряженности, получаемая вычитанием абсцисс петли гистерезиса и кривой намагничивания.

На рис. 1 показан вид каждой из этих функций.

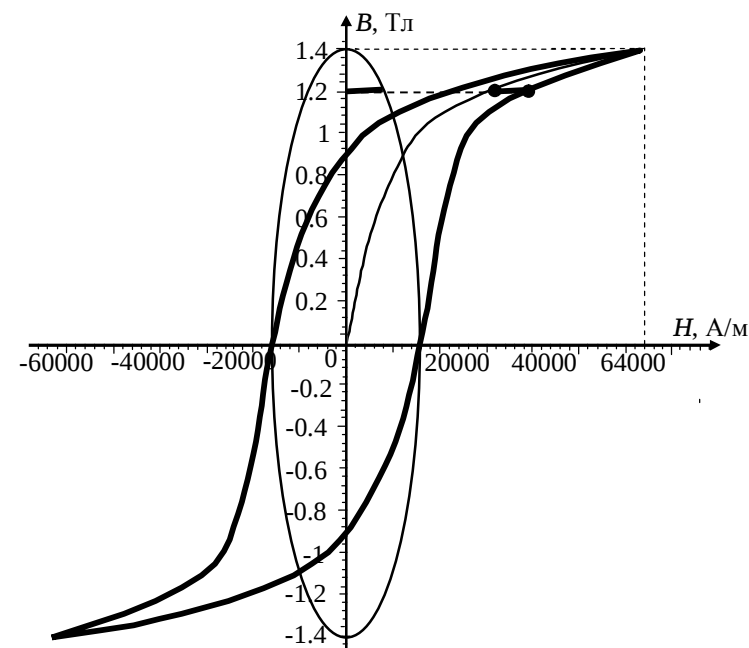


Рис. 1. Разложение функции петли гистерезиса на две составляющие функции

Как видно на рис. 1, функция, описывающая вторую составляющую, в первом приближении может рассматриваться как эллипс – кривая второго порядка. Однако в действительности она может быть описана степенной функцией порядка выше двух. С учетом этого для этой функции используется термин "эллипсоподобной", т.е. учитывающей отличие реальной кривой от

эллипса.

Такое представление реальной петли гистерезиса существенно упрощает математическое описание. Упрощение достигается за счет использования минимального числа параметров, характеризующих эти функции, и возможности привязки каждого из параметров к известным физическим параметрам, используемым при описании функции кривой намагничивания и петли гистерезиса ферромагнитного материала. Кроме того, эти функции могут быть получены на основе экспериментальных данных для кривой намагничивания и петли гистерезиса.

Первая составляющая H_h представляет собой обратную кривую намагничивания. Зависимость $H_h = H(B)$ может быть определена графически либо аналитически из кривой намагничивания $B(H)$ путем поточечной замены ординаты на абсциссу. Следовательно, число параметров характеризующих эту составляющую, равно двум.

Для описания второй составляющей H_e в соотношении (1) потребуется большее число параметров, и этот вопрос обсуждается далее. Следует отметить, что число этих параметров в основном определяется требуемой точностью описания "эллипсоподобной" кривой.

Развертка "эллипсоподобной" кривой в декартовых координатах

"Эллипсоподобная" кривая представляет собой замкнутую кривую и в декартовой системе координат может быть описана в виде полинома степени выше двух. Недостатком такого представления является то, что эта функция является многозначной, в простейшем случае двухзначной. В случае удачного выбора центра системы координат (внутри замкнутой кривой) появляется возможность описания этой кривой с помощью однозначной функции при переходе к полярной системе координат. На рис. 2 показан вид "эллипсоподобной" кривой в полярных координатах (r, φ) . Функция f , описывающая "эллипсоподобную" кривую, принимает в точке $P_i(r_i, \varphi_i)$ единственное значение $r_{pi} = f(P_i)$. Преобразование полярных координат к декартовым может быть выполнено по известным формулам [8]:

$$H = m_H r \cos \varphi; \quad (2)$$

$$B = m_B r \sin \varphi,$$

где H, B – напряженность и индукция "эллипсоподобной" кривой; m_H, m_B – масштабы по осям H, B .

Используя преобразование (2), может быть построена развертка по угловой координате φ "эллипсоподобной" кривой на периоде $T = 0, 2\pi$. На рис. 3 показана развертка функции "эллипсоподобной" кривой в декартовых координатах.

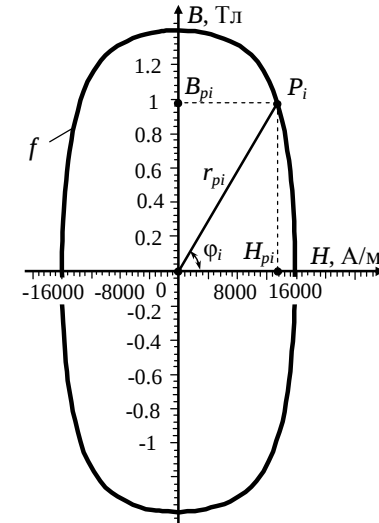


Рис. 2. Вид "эллипсоподобной" кривой в полярных координатах (r, φ)

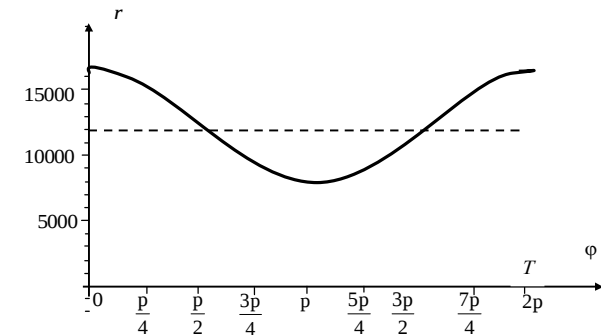


Рис. 3. Развертка по угловой координате φ "эллипсоподобной" кривой на периоде $T = 0, 2\pi$

На рис. 3 показана развертка эллипса, в случае когда "эллипсоподобная" кривая может быть аппроксимирована эллипсом. Как видно на рис. 3 развертка представляет собой сумму двух составляющих: постоянной и синусоиды. Их параметры определяются известными соотношениями для полуосей эллипса.

Реальная "эллипсоподобная" кривая может существенно отличаться от теоретической показанной на рис. 1 и рис. 2. Кроме того, при определении кривой по экспериментальным точкам вследствие погрешности метода форма "эллипсоподобной" кривой может существенно изменяться.

На рис. 4 показана форма "эллипсоподобной" кривой построенной по эк-

спериментальным данным. На рис. 5 приведена форма развертки этой кривой.

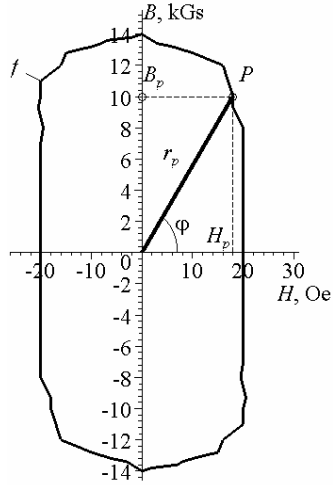


Рис. 4. Форма "эллипсоподобной" кривой полученной по экспериментальным данным

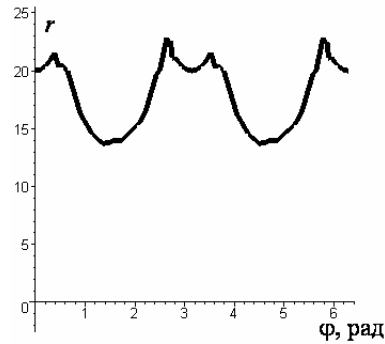


Рис. 5. Развертка "эллипсоподобной" кривой полученной по экспериментальным данным

На рис. 4 приняты следующие обозначения:

$$1 \text{ kGs} = 10^{-1} \text{ в} \cdot \text{сек}/\text{м}^2 = 10^{-1} \text{ Тл}, \quad 1 \text{ Oe} = 0,8 \text{ А/см} = 800 \text{ А/м}.$$

Разложение "эллипсоподобной" кривой в ряд Фурье. Для повышения точности описания "эллипсоподобной" кривой можно воспользоваться разложением ее в ряд Фурье [8]:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f \cos\left(n \frac{2\pi}{T} \varphi\right) d\varphi; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f \sin\left(n \frac{2\pi}{T} \varphi\right) d\varphi, \quad (3)$$

где a_n, b_n – коэффициенты Фурье функции f , описывающей развертку "эллипсоподобной" кривой; n – номер гармоники, $n = 0, 1, \dots, N$; N – число учитываемых гармоник.

При увеличении числа учитываемых членов гармонического ряда для функции f точность аппроксимации кривой рядом Фурье с коэффициентами (3) может быть повышена до требуемой величины (рис. 6, а,б).

Как видно на рис. 6, а,б, предложенный метод обеспечивает высокую точность и, при необходимости, позволяет повысить точность аппроксимации петли гистерезиса.

Метод определения параметров петли гистерезиса. На основе проведенных исследований предложен метод определения параметров петли гистерезиса.

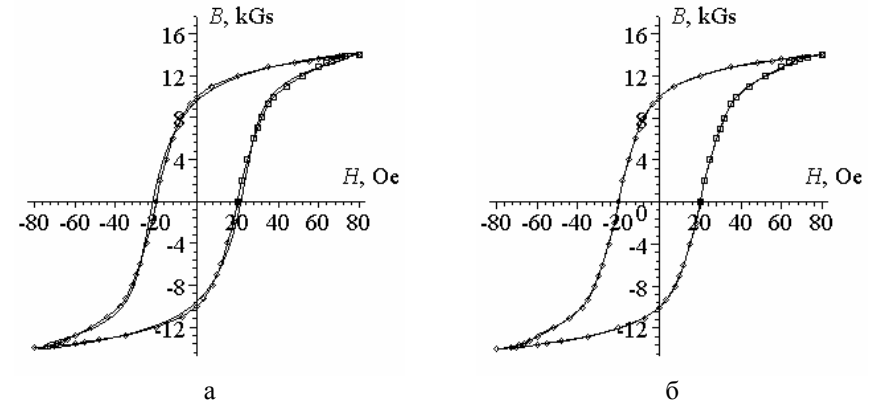


Рис. 6. Результаты моделирования петли гистерезиса и ее аппроксимации с использованием разложения "эллипсоподобной" кривой в ряд Фурье: а – $N = 3$; б – $N = 18$.

Метод включает следующие операции:

- определение величин индукции и напряженности по экспериментальным данным измерений в точках реальной петли гистерезиса;
- определение величин индукции и напряженности по экспериментальным данным измерений в точках кривой намагничивания, для которых индукция соответствует индукции в точках петли гистерезиса;
- определение точек "эллипсоподобной" кривой путем вычитания напряженностей в точках кривой намагничивания и петли гистерезиса;
- формирование массива напряженностей в точках развертки "эллипсоподобной" кривой;
- определение коэффициентов Фурье для развертки "эллипсоподобной" кривой в гармонический ряд;
- построение аппроксимирующей функции для петли гистерезиса по соотношению:

$$H_i = H_{hi} + m_H \sum_{n=0}^N \left[a_n \cos\left(n \frac{2\pi}{T} \varphi_i\right) + b_n \sin\left(n \frac{2\pi}{T} \varphi_i\right) \right] \cos \varphi_i, \quad (4)$$

где φ_i – угловая координата i -той точки развертки "эллипсоподобной" кривой; H_i – напряженность i -той точки петли гистерезиса; H_{hi} – напряженность i -той точки кривой намагничивания.

По аналогии с (4), индукция кривой намагничивания и петли гистерезиса определяется в соответствии с (2)

$$B_i = m_B \sum_{n=0}^N \left[a_n \cos\left(n \frac{2\pi}{T} \varphi_i\right) + b_n \sin\left(n \frac{2\pi}{T} \varphi_i\right) \right] \sin \varphi_i. \quad (5)$$

Выводы.

1. Предложен метод высокоточной аппроксимации петли гистерезиса материала ферромагнитного сердечника электромагнита. В основу метода положено представление петли гистерезиса в виде двух составляющих: кривой намагничивания и "эллипсоподобной" замкнутой кривой и построение развертки этой кривой в декартовой системе координат.

2. Получены соотношения для определения коэффициентов разложения в ряд Фурье "эллипсоподобной" замкнутой кривой.

3. Метод позволяет повысить точность аппроксимации петли гистерезиса ферромагнитного материала за счет увеличения числа учитываемых членов ряда Фурье разложения "эллипсоподобной" замкнутой кривой.

Список литературы: 1. ДСТУ 2465-94. Сумісність технічних засобів електромагнітна: Стійкість до магнітних полів частоти мережі. Технічні вимоги та методи випробувань. Введ. 01.01.95. – Київ: Держстандарт України, 1994. – 29 с. 2. ІЕС 1000-4-8: 1993. "Electromagnetic compatibility. Part 4: Testing and measuring techniques – Section 8: Power frequency magnetic field immunity test. Basic EMC Publication". Edition 1.1. – 2001. – 61 р. 3. *Лушков В.С.* Наукові основи технології компенсації магнітного поля поблизу низьковольтних комплектних пристроїв. – Автореф. дис...д-ра техн. наук: 05.09.01. – Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут". – Харків, 2003. – 36 с. 4. *Сахаров П.В.* Проектирование электрических аппаратов. – М.: Энергия, 1971. – 560 с. 5. *Король Е.Г.* Анализ методов моделирования магнитных характеристик электромагнитов для компенсации магнитного поля электрооборудования // Електротехніка і електромеханіка. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2007. – №2. – С. 31-34. 6. *Король Е.Г.* Анализ методов моделирования петли гистерезиса ферромагнитных материалов // Електротехніка і електромеханіка. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2007. – №6. – С. 44-47. 7. *Бессонов Л.А.* Электрические цепи со сталью. – М.: Госэнергоиздат, 1948. – 344 с. 8. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 607 с.

Поступила в редколлегию 31.05.08

УДК 624.04: 621.313.04: 534.1

Н.А. ЛЕЛЮК, аспирант

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВИРАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДАМИ ЯЧЕЕК И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ КОНТУРОВ

Розглянуті два методи формування рівнянь стану для дослідження вібрації механічної системи. На прикладі однієї механічної системи доведено ідентичність цих методів. Наведені правила формування рівнянь моделі механічної системи на основі методу комірок.

Рассмотрены два метода формирования уравнений состояния для исследования вибрации механической системы. На примере одной механической системы доказана идентичность этих методов. Приведены правила формирования уравнений модели механической системы на основе метода ячеек.

Введение. Работа электрического аппарата (ЭА) во многом зависит от процессов происходящих на его контактах. Эти процессы сопровождаются целым рядом электрических, механических и климатических воздействий, под действием которых происходит изменение формы и разрушение контактов, что в свою очередь ведет к нарушению нормальной работы ЭА [1]. Одной из основных причин, вызывающих износ контактов, является их вибрация при нормальной работе ЭА. Этот процесс остается недостаточно исследованным из-за сложностей описания вибрации. При моделировании и расчетах вибрации используются два метода, рассматривающие ЭА как механическую систему: метод ячеек и метод фундаментальных контуров (метод хорд).

Цель работы – доказать идентичность методов ячеек и фундаментальных контуров при моделировании процесса вибрации ЭА как механической системы.

Метод ячеек. Формирование уравнений состояния механической системы (рис. 1) осуществляется на основе схемы замещения ЭА (рис. 2), либо ее графа (рис. 3) [2]. Исходными данными для моделирования процесса вибрации системы являются топологическая и компонентная матрицы. На основе этих матриц формируются уравнения, представляющие математическую модель системы. Используя этот метод для формирования уравнений состояния механической системы, граф представляется в виде ячеек, которые представляют собой отдельные контуры, непересекающиеся между собой. Элементы графа записываются в операторной форме, что дает возможность записать уравнения модели механической системы.

На рис. 4 приведен модифицированный граф механической системы, полученный из графа на рис. 3 путем введения эквивалентных операторных элементов.