

О.Я. КОНОВАЛОВ, аспирант, НТУ "ХПИ", Харьков

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРИФЕРИЙНЫХ УЧАСТКОВ КОНТУРА ПРОФИЛЯ ОДНОВИТКОВОГО СОЛЕНОИДА, ИМЕЮЩИХ ФОРМУ ОТРЕЗКОВ

Визначена форма соленоїда, що утворює заданий розподіл імпульсного магнітного поля на поверхні співвісної внутрішньої металевої оброблювальної заготовки. Периферійні ділянки добудовано відповідно до умов технологічної простоти й економічності виготовлення, мінімальної розбіжності отриманого та заданого розподілів, а також забезпечення гладкого стику центральної та периферійних ділянок.

Определена форма соленоида, создающего заданное распределение импульсного магнитного поля на поверхности соосной внутренней металлической обрабатываемой заготовки. Периферийные участки достроены исходя из условий технологической простоты и экономичности изготовления, минимального расхождения получаемого и заданного распределений, а также обеспечения гладкого стыка центрального и периферийных участков.

Введение. Одним из перспективных направлений развития магнитно-импульсной обработки металлов (МИОМ) [1] является использование в качестве инструмента массивных одновитковых соленоидов, обеспечивающих заданное распределение магнитного поля и соответствующих электродинамических усилий (ЭДУ) на обрабатываемой поверхности. При расчете формы таких соленоидов контур профиля условно делят на две части [2-4]: главную часть, определяющую в основном поле на обрабатываемой поверхности заготовки; достраиваемый участок, форма которого выбирается из конструктивных соображений. Задача синтеза соленоида состоит, в первую очередь, в расчете конфигурации главной части. Форму центрального участка главной части определяют решением задачи продолжения магнитного потока с обрабатываемой поверхности, а периферийные участки достраивают путем минимизации расхождений заданного и получаемого распределений. В [4] определена форма соленоида для магнитно-импульсной сборки двух металлических труб радиуса R при помощи рифленной соединительной детали. Распределение магнитного поля на поверхности соединяемых труб задано таким образом, чтобы его максимумы приходились на участки, расположенные над рифтами соединительной детали. Профиль такого соленоида имеет достаточно сложную форму (рис. 1, контур

fglmsdkef), а соленоид изготавливается точением на токарном станке с последующим фрезерованием радиального разреза, предназначенного для токоподвода. Применение токарных станков с числовым программным управлением обеспечивает более высокую точность, чем использование станков с ручным управлением, но трудоемкая наладка станка приводит к значительному удорожанию изготовления соленоида.

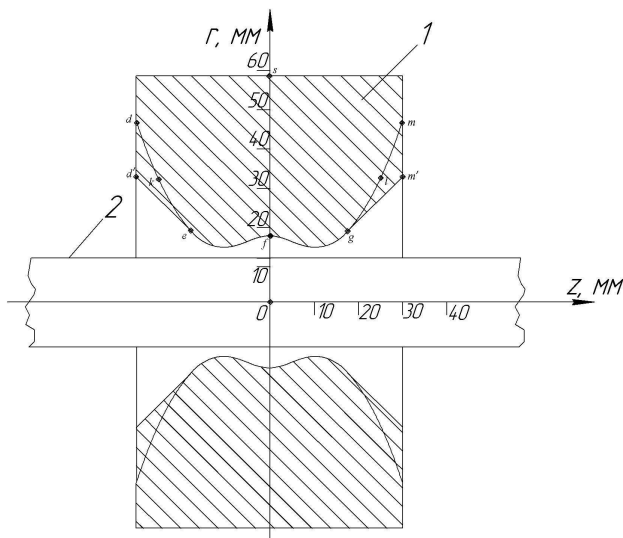


Рис. 1. Расчетная конструкция системы массивный одновитковый соленоид – обрабатываемая заготовка: 1 – соленоид; 2 – заготовка

Вытачивание соленоида на токарном станке с ручным управлением не требует затратной наладки, однако предполагает дополнительное изготовление фасонных резцов. Для соленоида, профиль которого показан на рис 1 (контур *fglmsdkef*), понадобилось три фасонных резца: один – для протачивания центрального участка (элементы образующей *fg* и *ef*), второй и третий – для протачивания периферийных участков (элементы *gl* и *ke*, *lm* и *dk*). Для протачивания участка *msd* был использован проходной резец. Погрешности изготовления, обусловленные технологическими особенностями применения станков, в сравнении с погрешностью определения контура профиля незначительны. Заметим, что, хотя применение станков с ручным управлением дешевле и, следовательно, предпочтительнее, затраты на изготовление фасонных резцов превосходят расходы на вытачивание самого соленоида. Поскольку два резца были использованы для протачивания периферийных участков, представляет интерес возможность исполнения этих

участков в форме отрезков прямой, что позволило бы снизить себестоимость и технологически упростить изготовление соленоида. Профиль такого соленоида, названный в [4] профилем первого приближения, показан на рис. 1 (контур $fgm'sd'ef$). Однако соответствующее такому варианту исполнения периферийных участков граничное распределение индукции магнитного поля убывает медленнее заданного, а расхождения между получаемым и заданным распределениями относительно велики. Очевидно, что, варьируя положением такого периферийного участка (изменяя его угловой коэффициент), можно изменять скорость убывания получаемого граничного распределения магнитного поля. Заметим, что задачи анализа магнитного поля системы массивный одновитковый соленоид – цилиндр с различными формами торцов (в том числе и с конической формой) и цилиндрическим отверстием соленоида при допущении идеального поверхностного эффекта были рассмотрены в работах [5, 6]. Отличие данной работы состоит в том, что контур профиля соленоида находится по заданному распределению поля, т.е. рассматривается обратная задача.

Цель работы – определение положения периферийных участков контура профиля одновиткового соленоида в виде отрезков прямых, обеспечивающего минимальные расхождения между заданным и получаемым распределениями индукции импульсного магнитного поля на поверхности цилиндрической заготовки.

Алгоритм построения периферийных участков. Пусть распределение осевой составляющей вектора индукции магнитного поля на поверхности заготовки $B_z(R, z)$ задано безразмерной формулой

$$B_z(R, z) = \frac{b}{b^2 + (a - z)^2} + \frac{b}{b^2 + (a + z)^2}, \quad (1)$$

где a, b – постоянные.

График этого распределения при $a = 0,7$ и $b = 0,5$ показан на рис. 2 (кривая 4). Для определения центрального участка главной части, выбора длины соленоида и его внешнего диаметра используем допущения и алгоритмы, описанные в [4]. Задачу построения периферийных участков в виде отрезков прямых сформулируем как задачу однопараметрической оптимизации. Для предотвращения краевого эффекта на стыке центрального и периферийного участков образующую последнего направляем по касательной к центральному участку. Поскольку контур центрального участка не имеет изломов, в каждой его точке можно провести лишь одну касательную. Последнее означает, что каждому варианту исполнения профиля соленоида можно поставить в однозначное соответствие z -координату точки стыка центрального и периферийного участков. Рассматриваемая задача оптимизации

состоит в определении такого значения этой координаты, которое обеспечивает наибольшее соответствие заданного формулой (1) и получаемого $B_z(R, z_i)|_n$ распределений индукции магнитного поля на обрабатываемой поверхности.

Пусть выбрана целевая функция $\chi^{(s)}$, характеризующая интегрально соответствие получаемого и заданного распределений $B_z(R, z)$ в совокупности n контрольных точек на поверхности заготовки (s – номер итерации). Для нахождения ее минимума используем алгоритм, в основу которого положен метод золотого сечения [7]. Согласно этому алгоритму выделяем на поверхности заготовки вблизи края центрального участка главной части профиля достаточно малый интервал $[z_{g1}^{(0)}, z_{g2}^{(0)}]$ (рис. 2). Малая длина интервала обусловлена тем, что аппроксимация участка линии поля $g_1^{(0)} g_2^{(0)}$ прямолинейным отрезком может привести к искажению распределения поля под этим участком. При выборе положения правой границы интервала – координаты $z_{g2}^{(0)}$ исключен незначительный участок, примыкающий к границе области сходимости несобственного интеграла решения [4], на котором возрастают погрешности вычислений. Согласно методу золотого сечения внутри интервала $[z_{g1}^{(0)}, z_{g2}^{(0)}]$ находим z -координаты точек $g_3^{(0)}$ и $g_4^{(0)}$, разбивающие этот интервал в пропорциях золотого сечения. Для определения радиальных координат точек $r_{g3}^{(0)}$ и $r_{g4}^{(0)}$ используем методику, изложенную в [4]. Далее проводим касательные к центральному участку в точках $g_3^{(0)}$ и $g_4^{(0)}$ до пересечения с образующей торцевой части.

Уравнение касательной к центральному участку имеет вид:

$$(r - r_j^{(s)}) = k(z - z_j^{(s)}), \quad (2)$$

где $r_j^{(s)}$, $z_j^{(s)}$ – координаты точки касания $g_j^{(s)}$, $j=3, 4$; k – угловой коэффициент касательной.

Величину k находим приближенно при помощи разностной аппроксимации производной

$$k \cong \frac{r_j^{(s)} - \tilde{r}_j}{\Delta z_j},$$

где ι – приращение координаты z ; \tilde{r}_j – значение радиальной координаты точки на силовой линии магнитного поля с осевой координатой $z_j^{(s)} - \iota$.

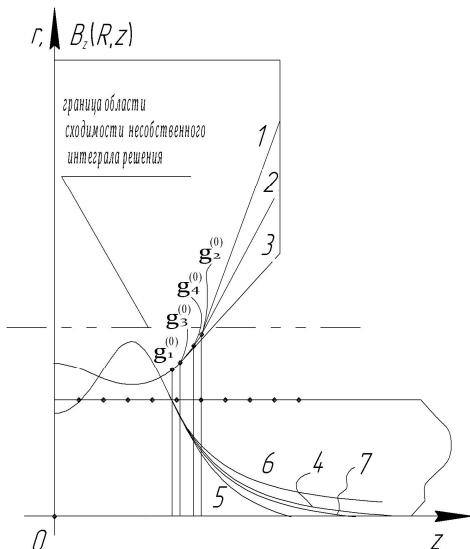


Рис. 2. Варианты исполнения периферийных участков и соответствующие распределения индукции магнитного поля $B_z(R, z)$

При этом получаем два варианта исполнения периферийных участков, построенных в точках $g_3^{(0)}$ и $g_4^{(0)}$, и соответствующих контуров профиля соленоида, для каждого из которых рассчитываем распределение $B_z(R, z_i)|_n^{(0)}$.

Распределение индукции магнитного поля на поверхности обрабатываемой заготовки $B_z(R, z_i)|_n^{(s)}$ рассчитываем при помощи численного решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода [2]

$$\int_l B_\tau(M) \sqrt{r_M} K(Q, M) dl_M = \begin{cases} -\frac{\Phi_0}{\sqrt{r_Q}}, & Q \in l_1; \\ 0, & Q \in l_2, \end{cases} \quad (3)$$

где $B_\tau(M)$ – тангенциальная составляющая вектора индукции магнитного поля на поверхности соленоида и заготовки; M – текущая точ-

ка; Q – точка наблюдения; $K(Q, M)$ – ядро; r_M, r_Q – радиальные координаты точек, соответствующих нижним индексам; l_1, l_2 – контуры соответственно меридианного сечения соленоида и образующей внешней поверхности заготовки; l – суммарный контур, $l = l_1 + l_2$; dl_M – элемент контура с центром в текущей точке.

Интегральное уравнение (3) в соответствии с методом квадратур [8] было преобразовано в систему линейных алгебраических уравнений, решение которой получено при помощи подпрограммы LSARG библиотеки IMSL [9].

Подставляя значения $B_z(R, z_i)|_n^{(s)}$ в целевую функцию $\chi^{(s)}$, получаем на каждом s -том шаге итерационного процесса два ее значения – $\chi^{(s)}(g_3^{(s)})$ и $\chi^{(s)}(g_4^{(s)})$, соответствующие вариантам исполнения периферийных участков. Сравнивая $\chi^{(s)}(g_3^{(s)})$ и $\chi^{(s)}(g_4^{(s)})$, определяем, какой из вариантов исполнения обеспечивает $\min\{\chi^{(s)}(g_3^{(s)}), \chi^{(s)}(g_4^{(s)})\}$.

Корректируем границы интервала: если $\chi^{(s)}(g_3^{(s)}) < \chi^{(s)}(g_4^{(s)})$, то суженный интервал $\left[z_{g1}^{(s+1)}, z_{g2}^{(s+1)} \right] = \left[z_{g1}^{(s)}, z_{g4}^{(s)} \right]$; если же $\chi^{(s)}(g_3^{(s)}) > \chi^{(s)}(g_4^{(s)})$, то $\left[z_{g1}^{(s+1)}, z_{g2}^{(s+1)} \right] = \left[z_{g3}^{(s)}, z_{g2}^{(s)} \right]$. Далее находим новые положения z -координат точек $g_3^{(s)}$ и $g_4^{(s)}$, разбивающие интервал $\left[z_{g1}^{(s)}, z_{g2}^{(s)} \right]$ в пропорциях золотого сечения, и повторяем все операции, приводящие к дальнейшему сужению интервала. Итерационный процесс оканчивается, как только размер интервала $\left[z_{g1}^{(s)}, z_{g2}^{(s)} \right]$ становится менее заданной погрешности v .

На рис. 2 показаны варианты исполнения периферийных участков (1-3) и соответствующие им распределения $B_z(R, z)$ (5-7). Значения цилиндрических координат r, z на рис. 2 и 3 являются безразмерными и получены делением соответствующих размерных значений на величину R .

Относительные расхождения ζ_i получаемого с помощью соленоида рассчитанного профиля и заданного распределений в i -тых контрольных точках на поверхности заготовки находим при помощи формулы

$$\zeta_i = \left| \frac{B_z(R, z_i) - B_z(R, z_i)|_n}{B_z(R, z_i)} \right| 100\% . \quad (4)$$

Целевые функции и анализ расхождений. Рассмотрим две целевые функции $\chi^{(s)}$. Первая из них характеризует усредненную с весом сумму абсолютных расхождений между заданным и получаемым распределениями осевой составляющей вектора индукции магнитного поля в совокупности i -тых контрольных точек на поверхности заготовки ($i = 1 \dots n$)

$$\chi_1^{(s)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} q_i \left[B_z(R, z_i) - B_z(R, z_i)_n^{(s)} \right]^2}, \quad (5)$$

где q_i – весовые коэффициенты, s – номер итерации ($s = 0, 1, 2, \dots$).

Вторая – сумму относительных расхождений в тех же точках, рассчитываемых по формуле (4):

$$\chi_2^{(s)} = \sum_{i=1}^{i=n} \left| \frac{B_z(R, z_i) - B_z(R, z_i)_n^{(s)}}{B_z(R, z_i)} \right| 100\%. \quad (6)$$

Вначале было принято $q_i = 1$. Положение границ интервала $[z_{g1}^{(0)}, z_{g2}^{(0)}]$ определялось координатами $z_{g1}^{(0)} = 1,1$, $z_{g2}^{(0)} = 1,2$. Заданная максимальная погрешность определения z -координаты точки стыка центрального и периферийного участков 10^{-4} , а для окончания итерационного процесса потребовалось 15 итераций. В результате численных экспериментов установили, что использование обеих целевых функций приводит к одинаковым вариантам исполнения периферийного участка. Минимум обеих целевых функций доставляет форма участка, достроенного в точке $z_{g2}^{(0)}$ (рис. 3, контур 3), а соответствующие значения ζ_i показаны там же кривой 6. Такое совпадение можно объяснить тем, что наибольшее влияние на значения обеих целевых функций оказывает область под торцом соленоида, в которой расхождения максимальны. Для сравнения приведен профиль первого приближения, полученный в [4] (контур 2), а также график соответствующих относительных расхождений (кривая 5). Сравнивая кривые 5 и 6 видим, что использование предложенного алгоритма позволило несколько уменьшить относительные расхождения.

Очевидно, что применение целевой функции (6) целесообразно в тех случаях, когда необходимо минимизировать погрешности воспроизведения заданного распределения без учета особенностей распределений напряженности магнитного поля и соответствующих ЭДУ. В то же время, для повышения эффективности МИОМ проектируемый профиль должен обеспечивать большую точность воспроизведения

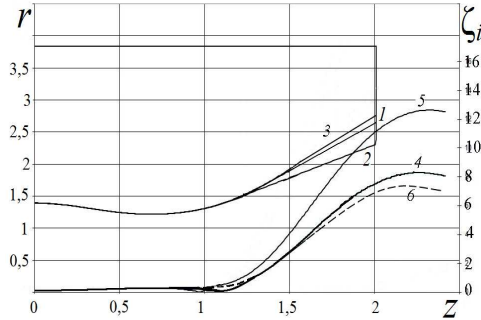


Рис. 3. Относительные расхождения заданного и получаемых распределений при различных вариантах исполнения периферийных участков

заданного распределения в контрольных точках, в которых напряженность поля больше. Для этого при помощи весовых коэффициентов q_i слагаемым целевой функции (5), которым соответствуют контрольные точки с большей индукцией поля, придадим больший вес (абсолютные расхождения между заданным и получаемым распределениями в этих точках соответственно окажут большее влияние на значения целевой функции). Учитывая, что поверхностная плотность ЭДУ пропорциональна квадрату $B_z(R, z)$, выбираем весовые коэффициенты в виде

$$q_i = \frac{B_z^2(R, z_i)}{\sum_{i=1}^{i=n} B_z^2(R, z_i)}. \quad (7)$$

При помощи описанного выше алгоритма и целевой функции (5) с учетом (7) был получен профиль соленоида (рис. 3, контур 1) и рассчитаны соответствующие относительные расхождения (кривая 4). Числовые данные, характеризующие итерационный процесс, приведены в табл. 1 в безразмерном виде. Заданная максимальная погрешность определения z -координаты точки стыка участков и количество итераций по сравнению с предыдущими численными экспериментами неизменны. Видим, что вблизи торца относительные расхождения, обеспечиваемые контуром 1 несколько больше, чем рассчитанные для контура 3, однако вблизи центрального участка меньшие значения расхождений обеспечиваются контуром 1. Учитывая, что значение $B_z(R, z)$ под точкой касания центрального и периферийного участков значительно больше, чем под торцевым участком, а также то, что поверхностная плотность ЭДУ пропорциональна $B_z^2(R, z)$, контур 1 предпочтительнее.

Таблица 1

s	Z_{g1}	Z_{g2}	Z_{g3}	Z_{g4}	r_{g3}	r_{g4}	$\chi(z_{g3})^{(s)} \times 10^3$	$\chi(z_{g4})^{(s)} \times 10^3$
0	1,100000	1,200000	1,138197	1,161803	1,411812	1,438936	8,1472	5,0288
1	1,138197	1,200000	1,161803	1,176393	1,438936	1,455321	5,0288	3,9701
2	1,161803	1,200000	1,176393	1,185410	1,455321	1,465426	3,9701	4,4596
3	1,161803	1,185410	1,170820	1,176393	1,449245	1,455321	3,1051	3,9701
4	1,161803	1,176393	1,167376	1,170820	1,445636	1,449245	3,5106	3,1051
9	1,170820	1,172136	1,171323	1,171634	1,451243	1,451432	0,8289	1,6079
14	1,171250	1,171368	1,171295	1,171323	1,451204	1,451243	1,2452	0,8289
15	1,171295	1,171368	1,171323	1,171340	1,451243	1,451252	0,8289	0,8051

Выводы. 1. Оптимальное положение периферийных участков контура профиля массивного одновиткового соленоида в виде отрезков прямых может быть определено минимизацией целевой функции, характеризующей усредненную сумму абсолютных расхождений между заданным и получаемым распределениями, взятых с весом, на совокупности точек граничной поверхности под этими участками.

2. При помощи весовых коэффициентов могут быть уменьшены расхождения в более значимых контрольных точках, прилегающих к центральному участку контура профиля соленоида.

Список литературы: 1. *Белый И.В., Хименко Л.Т., Фертик С.М.* Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. – Харьков: Вища школа, 1977. – 168 с. 2. *Минаков Э.А., Михайлов В.М.* Продолжение потока с поверхности цилиндра по заданной индукции магнитного поля // Техническая электродинамика. – 1994. – № 5-6. – С.6-9. 3. *Михайлов В.М.* Продолжение магнитного потока и потенциала плоскомеридианных полей с плоской поверхности // Электричество. – 2002. – № 10. – С. 58-64. 4. *Коновалов О.Я.* Определение формы соленоида по заданному граничному распределению магнитного поля // Электронное моделирование. – 2009. – № 1. (Т. 31) – С. 117-126. 5. *Батыгин Ю.В., Коган В.И., Токарев Е.В., Хименко Л.Т.* Магнитное поле концентратора с короткой деталью // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973. – № 4. – С. 112-118. 6. *Шнеерсон Г.А.* Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. – Л.: Энергия, 1981. – 200 с. 7. *Ракиткин В.И., Перушкин В.Е.* Практическое руководство по методам вычислений с приложением программ для персональных компьютеров: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа, 1998. – 383 с. 8. *Верлань А.Ф., Сизиков В.С.* Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. – К.: Наукова думка. – 1978. – 292 с. 9. *Бартедьев О.В.* Фортран для профессионалов. Математическая библиотека IMSL: Ч. 1. – М.: Диалог-МИФИ, 2000. – 448 с.

Поступила в редколлегию 26.02.2009