УДК 681.514.3:681.5.015.42

А.А. ХУДЯЕВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ "ХПИ", Харьков
А.И. МИШЕНЮК, магистрант, НТУ "ХПИ", Харьков

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИТЕРАЦИОННЫХ ТРЕХКАНАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВХОДНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Побудована математична модель і одержана порівняльна імовірнісна оцінка точності ітераційної триканальної слідкуючої системи керування з урахуванням адитивних випадкових завад та відмінного еталонного настроювання динаміки автономних каналів керування електроприводами.

Получена математическая модель и выполнена сравнительная вероятностная оценка точности итерационной трехканальной следящей системы управления с учетом аддитивных случайных помех и различной эталонной настройки динамики автономных каналов управления электроприводами.

Введение. В настоящее время существует необходимость в разработке электромеханических следящих систем управления повышенной точности, работающих при случайных входных воздействиях. Имеется, например, потребность в высокоточных системах наведения и управления инерционными механизмами и объектами специального назначения для судов, самолетов и бронемашин, работающих в быстроизменяющихся условиях и при наличии различного рода труднокомпенсируемых случайных помех. В частности, такие системы необходимы для управления электроприводами (ЭП) гироскопов, рулевых, орудийных и антенных установок, прецизионных контрольно-измерительных приборов и других динамичных объектов точного управления.

В этих условиях для повышения динамической точности воспроизведения задающего воздействия целесообразно применять различные многоканальные электромеханические системы, работающие по принципу "грубого" и "точного" управления и объединенные в классе итерационных многоканальных систем автоматического управления (САУ) [1]. Итерационные многоканальные следящие системы представляют один из подклассов таких систем, в которых каждый последующий более точный канал работает по результирующей ошибке воспроизведения полезного сигнала предшествующими грубыми каналами, что позволяет, как правило, получать точность слежения, недостижимую в одноканальных системах управления.

Итерационный принцип построения САУ, позволяющий существенно повысить точность управления, достаточно хорошо известен в теории и практике автоматического управления и автоматизированных электромеханических следящих систем [1-3].

Цель работы – теоретические исследования прикладных вопросов, связанных с автоматизацией проектирования итерационных трехканальных, следящих систем.

Постановка задачи. В классе итерационных многоканальных САУ воспроизведение задающих воздействий осуществляется последовательными приближениями (итерациями), реализуемыми соответствующими каналами. Это позволяет, как показано в работах [3,6-8], уже в случае итерационных двухканальных систем получать точность воспроизведения полезного сигнала $x(t)$, недостижимую в одноканальных системах. Однако, при этом окончательно не решены вопросы оценки эффективности итерационных N-канальных, в том числе трехканальных, следящих систем, работающих при наличии интенсивных аддитивных случайных помех $f_i(t)$ $(i=\overline{1, N})$ в контуре и объекте управления, алгоритмизации основных методов анализа и синтеза, а также формализации общего математического описания, удобного для компьютерного моделирования и проектирования таких систем.

Вариант структурной схемы итерационной N-канальной электромеханической следящей системы управления показан на рис.1, где обозначено: R_i^* $(i=\overline{1, N})$ – оператор i-го автономного разомкнутого канала управления K-i, включающего исполнительный двигатель и редуктор соответствующего ЭП; f_i $(i=\overline{1, N})$ – помеха, приведенная ко входу i-го канала; y_i $(i=\overline{1, N})$ – выходная координата i-канальной системы; ε_i $(i=\overline{1, N})$ – ошибка воспроизведения $x(t)$ i-канальной системой.

Для расчета дисперсий ошибок и анализа устойчивости итерационных многоканальных следящих систем при случайных входных воздействиях воспользуемся удобным методом рекуррентных уравнений К. Острема [4], представленным в виде обобщенного алгоритма в работе [5]. Кроме того, применительно к задачам параметрической оптимизации итерационных систем с типовой настройкой автономных ЭП целесообразно использовать метод формирующих параметров (ФП) каналов управления (или метод эталонных операторов), рассмотренный в работах [5, 7, 8].

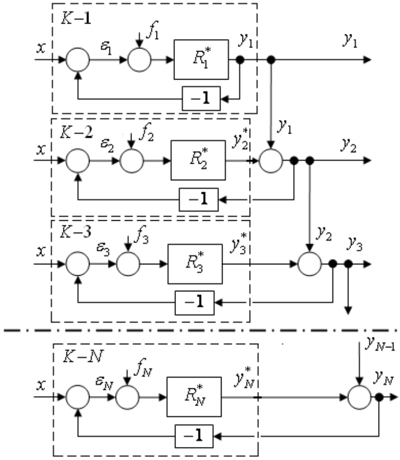

Рис. 1.

В этом случае линейные дифференциальные операторы автономных замкнутых каналов $W_i(p)$, $p = d/dt$, соответствующие функциям веса $w_i(t)$, представляются в виде:

$$W_i(p) = W_{эi}(r_i p), \quad i = \overline{1, N}, \tag{1}$$

где r_i – безразмерный формирующий параметр (масштабный множитель) i-го канала, при этом $\Omega_i = r_i^{-1}$ характеризует величину полосы пропускания i-го канала;

$$W_{эi}(p) = \frac{D_{эi}(p)}{C_{эi}(p)} = \frac{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + ... + d_{m-1} p^{m-1}}{c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + ... + c_m p^m}, \quad i = \overline{1, N}, \tag{2}$$

– заданные эталонные операторы каналов управления ЭП.

Метод ФП позволяет определить влияние каждого из каналов на динамические свойства N-канальной системы с помощью минимального числа формирующих параметров r_1, r_2, …, r_N, равного числу каналов. В результате сложная задача синтеза оптимальных операторов каналов сводится к более простой задаче параметрической оптимизации в области формирующих параметров.

В настоящей работе получим математическую модель и выполним вероятностную оценку точности итерационной трехканальной

(N=3) электромеханической следящей системы управления с учетом аддитивных случайных помех и различной эталонной настройки динамики автономных каналов управления ЭП.

Математическая модель итерационной трехканальной следящей системы при случайных воздействиях. Пусть входные воздействия $x(t)$ и $f(t)$ $(i=\overline{1,N})$ следящей системы представляют собой центрированные стационарные случайные процессы, которые могут быть сформированы из соответствующих некоррелированных между собой стационарных случайных процессов $x_б(t)$ и $f_б(t)$ типа белого шума единичной интенсивности с помощью заданных формирующих фильтров (ФФ) с рациональными линейными операторами $V_x(p)$ и $V_{f_i}(p)$:

$$x(t)=V_x(p)x_б(t), \quad f_i(t)=V_{f_i}(p)f_{б_i}(t) \quad \forall i=\overline{1,N}.$$

Тогда в области частотных изображений найдем

$$V_x(s)=F\{V_x(p)\}, \quad V_{f_i}(s)=F\{V_{f_i}(p)\} \quad \forall i=\overline{1,N}, \tag{3}$$

где $F\{\cdot\}$ – операция преобразования Фурье; $s=j\omega$, $j=\sqrt{-1}$; $\omega=2\pi\Omega$ – угловая частота (скорость), рад/с.

Для радиолокационных следящих систем в качестве типовых операторов ФФ с учетом (3) можно принять [5]:

$$V_x(s)=\sqrt{S_{\dot{x}}(0)}\,\left[s(T_{\dot{x}}s+1)\right]^{-1}, V_{f_i}(s)=\sqrt{S_{f_i}(0)}\,\left[s(T_{f_i}s+1)\right]^{-1}\ \forall i=\overline{1,N}, \tag{4}$$

где $S_{\dot{x}}(0), S_{f_i}(0)$ и $T_{\dot{x}}, T_{f_i}$ – начальные (при ω=0) значения спектральных плотностей и постоянные времени корреляции случайных процессов $\dot{x}(t)$, $f_i(t)$; $\dot{x}(t)$ – стационарный случайный процесс, соответствующий первой производной изменения полезного сигнала.

Отметим, что в случае детерминированного полезного сигнала оператор $V_x(s)$ представляет собой преобразование Фурье заданной функции $x(t)$.

Для оценки точности следящих систем при случайных внешних воздействиях наиболее просто определить среднеквадратическую ошибку. Тогда из (1), (2) и (4) для установившегося значения дисперсии ошибки $\overline{\varepsilon_N^2}$ итерационной N-канальной системы получим:

$$Q=\overline{\varepsilon_N^2}=M\{[x(t)-y_N(t)]^2\}=\overline{\varepsilon_{Nx}^2}+\sum_{i=1}^{N}\overline{\varepsilon_{Nf_i}^2}=$$

$$=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\prod_{i=1}^{N}E_{эi}(r_i s)E_{эi}(-r_i s)V_x(s)V_x(-s)ds+$$

$$+\frac{1}{2\pi j}\sum_{i=1}^{N}\int_{-j\infty}^{+j\infty}W_{эi}(r_i s)\,W_{эi}(-r_i s)\prod_{k=i+1}^{N}E_{эk}(r_k s)E_{эk}(-r_k s)V_{f_i}(s)V_{f_i}(-s)ds\,, \quad (5)$$

где M – символ операции математического ожидания; $\overline{\varepsilon_{Nx}^2}$ и $\overline{\varepsilon_{Nf_i}^2}$ – составляющие дисперсии ошибки N-канальной системы, обусловленные сигналами $x(t)$ и $f_i(t)$ соответственно; $E_{эi}(s)=1-W_{эi}(s)$ – эталонный оператор (передаточная функция) ошибки i-го автономного канала; $W_{эi}(s)$ – частотное изображение оператора $W_{эi}(p)$; $V_x(s)V_x(-s)=S_x(\omega)$ и $V_{f_i}(s)V_{f_i}(-s)=S_{f_i}(\omega)$ – рациональные спектральные плотности случайных процессов $x(t)$ и $f_i(t)$.

Структуру эталонного оператора (2) первого (основного) канала следящей системы зададим оператором 3-го порядка, получившим широкое применение при проектировании следящих ЭП:

$$W_{э1}(p)=W_э(p)=\frac{D_э(p)}{C_э(p)}=\frac{d_{э2}p^2+d_{э1}p+1}{c_{э3}p^3+c_{э2}p^2+c_{э1}p+1}\,. \quad (6)$$

Одним из значительных достижений в прикладной линейной теории управления является предложенный К. Остремом эффективный рекуррентный метод расчета устойчивости и дисперсии ошибки (так называемой функции потерь) на выходе динамической САУ по коэффициентам соответствующей передаточной функции, описанный в работе [2].

Выражение для дисперсии $\overline{\varepsilon_N^2}$ можно преобразовать к интегралу вида

$$I=\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B(s)B(-s)}{A(s)A(-s)}ds, \quad (7)$$

где $A(s)$ и $B(s)$ – полиномы с рациональными коэффициентами, определяющими динамические характеристики автономных каналов и физические параметры входных воздействий:

$$A(s)=a_0 s^m+a_1 s^{m-1}+a_2 s^{m-2}+\ldots+a_{m-1}s+a_m,$$

$$B(s)=b_1 s^{m-1}+b_2 s^{m-2}+\ldots+b_{m-1}s+b_m.$$

Если полином $A(s)$ не имеет нулей на мнимой оси, то интеграл (7) существует, т.е. существование I связано с устойчивостью итерационной системы.

В результате интеграл I (дисперсия ошибки) (7) вычисляется по формуле [2]:

$$I = \sum_{k=1}^{m} \beta_k^2 \Big/ (2\alpha_k) = \sum_{k=1}^{m} (b_1^k)^2 \Big/ (2a_0^k a_1^k)\,, \tag{8}$$

где коэффициенты b_1^k, a_0^k, a_1^k удобно определять по алгоритму, рассмотренному в работе [5]. Уточненная схема алгоритма расчета дисперсий ошибок и оценки устойчивости итерационных многоканальных САУ методом рекуррентных уравнений К. Острема, приведена на рис. 2.

Для оценки эффективности итерационных систем по величине $\overline{\varepsilon_N^2}$ рассмотрим итерационную трехканальную ($N = 3$) следящую систему с заданными операторами каналов. В этом случае для обозначения автономных каналов управления системы примем: первый, грубый канал – *К*-1; второй, компенсирующий канал – *К*-2; третий, точный канал – *К*-3. При этом главной функцией канала *К*-2 является компенсация ошибок грубого канала *К*-1, а точного канала *К*-3 – компенсация ошибок итерационной двухканальной системы, что обусловит возможность повышения точности воспроизведения задания всей трехканальной системой.

Для синтеза параметров эталонного оператора канала управления в качестве минимизируемого функционала примем дисперсию ошибки первого, грубого канала итерационной следящей системы, для которой из (5) при *N*=1, $r_i = r_1 = 1$ и с учетом (6) при найдем:

$$Q_1 = \overline{\varepsilon_{э1}^2} = \overline{\delta_э^2} = \overline{\delta_{эx}^2} + \overline{\delta_{эf_1}^2} = Q_1\left(d_{э1}, d_{э2}, c_{э1}, c_{э2}, c_{э3}\right) \to \min_{d_{э1}, d_{э2}, c_{э1}, c_{э2}, c_{э3}}, \tag{9}$$

где $\overline{\delta_{эx}^2}$ и $\overline{\delta_{эf_1}^2}$ – дисперсии ошибок первого канала, обусловленные полезным сигналом $x(t)$ и помехой $f_1(t)$ соответственно:

$$\overline{\delta_{эx}^2} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} E_{э1}(s) V_x(s)\, E_{э1}(-s) V_x(-s) ds;$$

$$\overline{\delta_{эf_1}^2} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} W_{э1}(s) V_{f_1}(s) W_{э1}(-s) V_{f_1}(-s) ds. \tag{10}$$

Окончательно с учетом (4), (6) дисперсии ошибок $\overline{\delta_{эx}^2}$ и $\overline{\delta_{эf_1}^2}$ (10) представим в виде (7):

$$\overline{\delta^2_{эx}} = S_x(0)\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B^*_x(s)\,B^*_x(-s)}{A^*_x(s)\,A^*_x(-s)}ds = S_x(0)\,I_{x,1}\,;$$

$$\overline{\delta^2_{эf_1}} = S_{f_1}(0)\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B^*_{f_1}(s)\,B^*_{f_1}(-s)}{A^*_{f_1}(s)\,A^*_{f_1}(-s)}ds = S_{f_1}(0)\,I_{f_1,1}\,, \quad (11)$$

где

$$A^*_x(s) = C_э(r_1 s)(1+T_{\dot{x}}s) = T_{\dot{x}}c_{э3}r_1^3 s^4 + r_1^2(T_{\dot{x}}c_{э2} + c_{э3}r_1)s^3 +$$
$$+ r_1(T_{\dot{x}}c_{э1} + c_{э2}r_1)s^2 + (T_{\dot{x}} + c_{э1}r_1)s + 1;$$
$$B^*_x(s) = \left[C_э(r_1 s) - D_э(r_1 s)\right]\big/ s = c_{э3}r_1^3 s^2 + r_1^2(c_{э2} - d_{э2})\,s + r_1(c_{э1} - d_{э1})\,;$$
$$A^*_{f_1}(s) = C_э(r_1 s)\,(1+T_{f_1}s) = T_{f_1}c_{э3}r_1^3 s^4 + r_1^2(T_{f_1}c_{э2} + c_{э3}r_1)\,s^3 +$$
$$+ r_1(T_{f_1}c_{э1} + c_{э2}r_1)\,s^2 + (T_{f_1} + c_{э1}r_1)\,s + 1;$$
$$B^*_{f_1}(s) = D_э(r_1 s) = d_{э2}r_1^2 s^2 + d_{э1}r_1 s + 1\,. \quad (12)$$

При синтезе эталонного оператора в (12) принимают $r_1 = 1$.

Из (5) при N=2 для дисперсии ошибки $\overline{\varepsilon^2} = \overline{\varepsilon_2^2}$ двухканальной ($N = 2$) системы с заданной эталонной или типовой настройкой при наличии помех $f_1(t) = f(t)$ на первый, грубый и $f_2(t) = \varphi(t)$ на второй, компенсирующий каналы получим

$$Q_2 = \overline{\varepsilon_2^2} = \overline{\varepsilon^2_{x,2}} + \overline{\varepsilon^2_{f_1,2}} + \overline{\varepsilon^2_{f_2,2}} = \overline{\varepsilon^2_{x,2}} + \overline{\varepsilon^2_{f,2}} + \overline{\varepsilon^2_{\varphi,2}} = Q_2(r_1, r_2) \to \min_{r_1, r_2}; \quad (13)$$

$$\overline{\varepsilon^2_{x,2}} = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty} E_1(s)\,E_2(s)V_x(s)\,E_1(-s)\,E_2(-s)V_x(-s)ds\ ;$$

$$\overline{\varepsilon^2_{f,2}} = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty} W_1(s)\,E_2(s)V_f(s)W_1(-s)\,E_2(-s)V_f(-s)ds\,;$$

$$\overline{\varepsilon^2_{\varphi,2}} = \frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty} W_2(s)V_\varphi(s)W_2(-s)V_\varphi(-s)ds\,\cdot \quad (14)$$

Здесь: $W_i(s) = W_{эi}(r_i s)$ (i=1,2) – оператор i-го замкнутого канала; $E_1(s) = 1 - W_{э1}(r_1 s) = \overline{\delta}(s)\big/x(s)$ и $E_2(s) = 1 - W_{э2}(r_2 s) = \overline{\varepsilon_2}(s)\big/\overline{\delta}(s)$ – операторы ошибок соответственно первого и второго каналов.

Предполагая для простоты, что в итерационной двухканальной системе выполняется

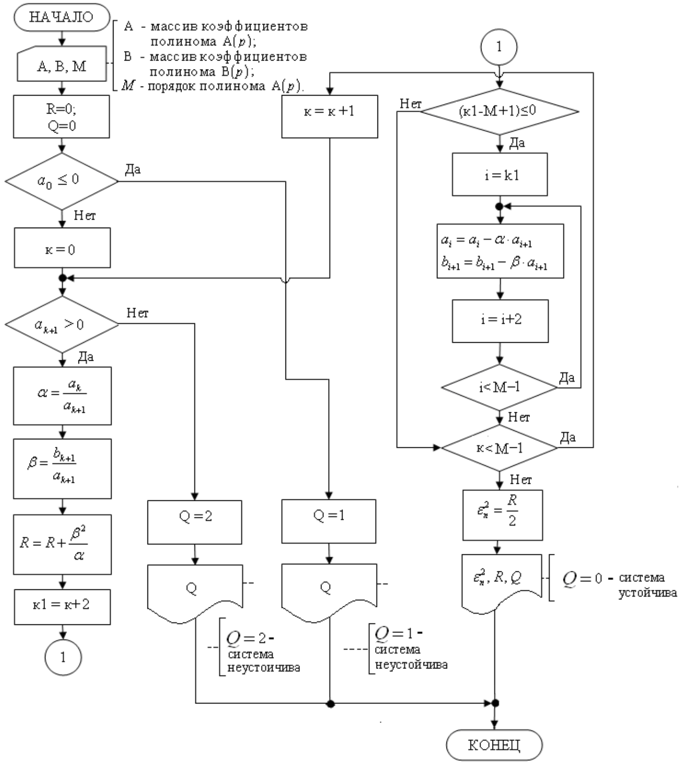

Рис. 2.

$$W_{э1}(s) = W_{э2}(s) = W_э(s)\,, \tag{15}$$

окончательно с учетом (4), (6) дисперсии ошибок $\overline{\varepsilon_{x,2}^2}, \overline{\varepsilon_{f,2}^2}$ и $\overline{\varepsilon_{\varphi,2}^2}$ представим в виде (7), позволяющим применить приведенный алгоритм (рис. 2):

$$\overline{\varepsilon_{x,2}^2} = S_x(0)\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_x(s)\,B_x(-s)}{A_x(s)\,A_x(-s)}ds = S_x(0)I_{x,2}; \tag{16}$$

$$\overline{\varepsilon_{f,2}^2} = S_f(0)\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_f(s)\,B_f(-s)}{A_f(s)\,A_f(-s)}ds = S_f(0)I_{f,2},$$

$$\overline{\varepsilon^2_{\varphi,2}} = S_\varphi(0)\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_\varphi(s)\,B_\varphi(-s)}{A_\varphi(s)\,A_\varphi(-s)}ds = S_\varphi(0)I_{\varphi,2}\,; \qquad (17)$$

где при $c_{э3} = 1$

$$A_x(s) = C_э(r_1 s)\,C_э(r_2 s)\,(T_{\dot x} s+1) = T_{\dot x} r_1^3 r_2^3 s^7 + r_1^2 r_2^2[T_{\dot x} c_{э2}(r_1+r_2) + r_1 r_2]\,s^6 +$$
$$+ r_1 r_2\{T_{\dot x}[c_{э1}(r_1^2+r_2^2) + c_{э2}^2 r_1 r_2] + c_{э2} r_1 r_2 (r_1+r_2)\}\,s^5 +$$
$$+\{T_{\dot x}[c_{э1}c_{э2} r_1 r_2 (r_1+r_2) + r_1^3 + r_2^3] + r_1 r_2 [c_{э1}(r_1^2+r_2^2) + c_{э2}^2 r_1 r_2]\}\,s^4 +$$
$$+\{T_{\dot x}[c_{э1}^2 r_1 r_2 + c_{э2}(r_1^2+r_2^2)] + [c_{э1}c_{э2} r_1 r_2 (r_1+r_2) + r_1^3 + r_2^3]\}\,s^3 +$$
$$+[T_{\dot x} c_{э1}(r_1+r_2) + c_{э1}^2 r_1 r_2 + c_{э2}(r_1^2+r_2^2)]\,s^2 + [T_{\dot x} + c_{э1}(r_1+r_2)]s + 1\,;$$

$$B_x(s) = [C_э(r_1 s) - D_э(r_1 s)][C_э(r_2 s) - D_э(r_2 s)]/s =$$
$$= r_1^3 r_2^3 s^5 + (c_{э2} - d_{э2}) r_1^2 r_2^2 (r_1+r_2) s^4 +$$
$$+ r_1 r_2 [(c_{э1} - d_{э1})(r_1^2 + r_2^2) + (c_{э2} - d_{э2})^2 r_1 r_2] s^3 +$$
$$+ (c_{э2} - d_{э2})(c_{э1} - d_{э1}) r_1 r_2 (r_1+r_2) s^2 + (c_{э1} - d_{э1})^2 r_1 r_2 s\,;$$

$$A_f(s) = C_э(r_1 s) C_э(r_2 s)(T_f s+1) = T_f r_1^3 r_2^3 s^7 + r_1^2 r_2^2 [T_f c_{э2}(r_1+r_2) + r_1 r_2] s^6 +$$
$$+ r_1 r_2 \{T_f [c_{э1}(r_1^2+r_2^2) + c_{э2}^2 r_1 r_2] + c_{э2} r_1 r_2 (r_1+r_2)\} s^5 +$$
$$+\{T_f [c_{э1} c_{э2} r_1 r_2 (r_1+r_2) + r_1^3 + r_2^3] + r_1 r_2 [c_{э1}(r_1^2+r_2^2) + c_{э2}^2 r_1 r_2]\} s^4 +$$
$$+\{T_f [c_{э1}^2 r_1 r_2 + c_{э2}(r_1^2+r_2^2)] + [c_{э1} c_{э2} r_1 r_2 (r_1+r_2) + r_1^3 + r_2^3]\} s^3 +$$
$$+[T_f c_{э1}(r_1+r_2) + c_{э1}^2 r_1 r_2 + c_{э2}(r_1^2+r_2^2)] s^2 + [T_f + c_{э1}(r_1+r_2)] s + 1;$$

$$B_f(s) = D_э(r_1 s)[C_э(r_2 s) - D_э(r_2 s)] = c_{э3} d_{э2} r_1^2 r_2^3 s^5 +$$
$$+ r_1 r_2 [d_{э2} r_1 r_2 (c_{э2} - d_{э2}) + c_{э3} d_{э1} r_2^2] s^4 +$$
$$+ r_2 [(d_{э2} r_1 (c_{э1} - d_{э1}) + c_{э3} d_{э1} r_2^3) r_1 + c_{э3} r_2^2] s^3 +$$
$$+ r_2 [(d_{э1} r_1 (c_{э1} - d_{э1}) + r_2 (c_{э2} - d_{э2})] s^2 + r_2 (c_{э1} - d_{э1}) s\,;$$

$$A_\varphi(s) = C_э(r_2 s)(T_\varphi s+1) = r_2^3 T_\varphi s^4 + r_2^2 (T_\varphi c_{э2} + r_2) s^3 +$$
$$r_2 (c_{э2} r_2 + c_{э1} T_\varphi) s^2 + (c_{э1} r_2 + T_\varphi) s + 1\,;$$
$$B_\varphi(s) = D_э(r_2 s) = d_{э2} r_2^2 s^2 + d_{э1} r_2 s + 1\,. \qquad (18)$$

В случае итерационной трехканальной (N=3) системы обозначим: $f_3(t) = \psi(t)$. Критерий качества примет вид:

$$Q_3 = \overline{\varepsilon_3^2} = \overline{\varepsilon_{x,3}^2} + \overline{\varepsilon_{f,3}^2} + \overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2} + \overline{\varepsilon_{\psi,3}^2} = \overline{\varepsilon_3^2}(r_1, r_2, r_3) \to \min_{r_1, r_2, r_3}, \qquad (19)$$

где $\overline{\varepsilon_{x,3}^2}$ и $\overline{\varepsilon_{f,3}^2}, \overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2}, \overline{\varepsilon_{\psi,3}^2}$ – составляющие установившегося значения дисперсии ошибки трехканальной системы $\overline{\varepsilon_3^2}$ соответственно по полезному сигналу $x(t)$ и от действия случайных помех $f(t), \varphi(t), \psi(t)$ в каналах. Вариант структурной схемы итерационной трехканальной следящей системы управления с общим датчиком положения и формирующими фильтрами случайных входных воздействий приведен на рис. 3, где обозначено: *РК*-1, *РК*-2 и *РК*-3 – грубый, компенсирующий и точный разомкнутые каналы управления; $ГШ_x$, $ГШ_f$, $ГШ_\varphi$, $ГШ_\psi$ – генераторы белого шума.

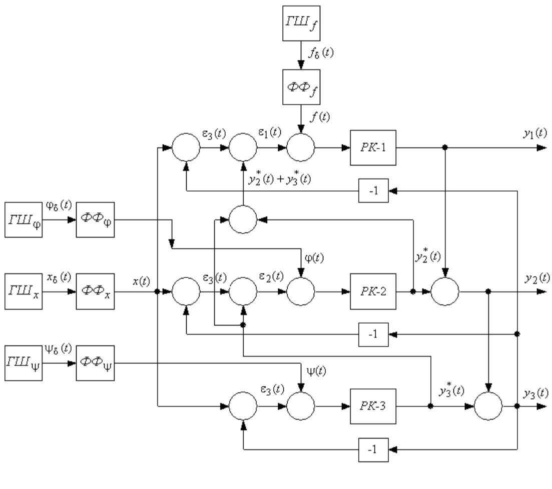

Рис. 3.

Отметим, что свойства итерационных трехканальных следящих систем управления, реализуемых на основании структур на рис. 1 и рис. 3 идентичны.

Из (5) при N=3 для определения дисперсий ошибок $\overline{\varepsilon_{x,3}^2}, \overline{\varepsilon_{f,3}^2}, \overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2}, \overline{\varepsilon_{\psi,3}^2}$ трехканальной (N=3) САУ с эталонной или типовой настройкой получим следующие расчетные формулы:

$$\overline{\varepsilon_{x,3}^2} = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} [1 - W_{э,1}(r_1 s)][1 - W_{э,2}(r_2 s)][1 - W_{э,3}(r_3 s)] V_x(s) \times$$

$$\times [1 - W_{э,1}(-r_1 s)][1 - W_{э,2}(-r_2 s)][1 - W_{э,3}(-r_3 s)] V_x(-s) ds; \qquad (20)$$

$$\overline{\varepsilon^2_{f,3}} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} W_{э,1}(r_1 s)[1-W_{э,2}(r_2 s)][1-W_{э,3}(r_3 s)]V_f(s)\times$$

$$\times W_{э,1}(-r_1 s)[1-W_{э,2}(-r_2 s)][1-W_{э,3}(-r_3 s)]V_f(-s)ds\,;$$

$$\overline{\varepsilon^2_{\varphi,3}} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} W_{э,2}(r_2 s)[1-W_{э,3}(r_3 s)]V_\varphi(s)\times$$

$$\times W_{э,2}(-r_2 s)[1-W_{э,3}(-r_3 s)]V_\varphi(-s)ds;$$

$$\overline{\varepsilon^2_{\psi,3}} = \frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty} W_{э,3}(r_3 s)V_\psi(s)W_{э,3}(-r_3 s)V_\psi(-s)ds\,, \tag{21}$$

где $V_\psi(s)$ – частотное изображение оператора ФФ случайной помехи $\psi(t)$;

$$V_\psi(s) = \frac{B_\psi(s)}{C_\psi(s)} = \frac{\sqrt{S_\psi(0)}}{T_\psi s+1}\,; \tag{22}$$

$S_\psi(0)$ и T_ψ – начальное (при $\omega = 0$) значение спектральной плотности и постоянная времени корреляции процесса $\psi(t)$.

Тогда, полагая для простоты в итерационной трехканальной системе

$$W_{э,1}(s) = W_{э,2}(s) = W_{э,3}(s) = W_э(s)\,, \tag{23}$$

окончательно с учетом (4), (6), (22) дисперсии ошибок (20) и (21) представим в виде:

$$\overline{\varepsilon^2_{x,3}} = S_x(0)\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_{x,3}(s)B_{x,3}(-s)}{A_{x,3}(s)A_{x,3}(-s)}ds = S_x(0)I_{x,3}\,, \tag{24}$$

$$\overline{\varepsilon^2_{f,3}} = S_f(0)\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_{f,3}(s)B_{f,3}(-s)}{A_{f,3}(s)A_{f,3}(-s)}ds = S_f(0)I_{f,3}\,,$$

$$\overline{\varepsilon^2_{\varphi,3}} = S_\varphi(0)\frac{1}{2\pi j}\int_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_{\varphi,3}(s)B_{\varphi,3}(-s)}{A_{\varphi,3}(s)A_{\varphi,3}(-s)}ds = S_\varphi(0)I_{\varphi,3}\,,$$

$$\overline{\varepsilon^2_{\psi,3}} = S_\psi(0)\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{-j\infty}^{+j\infty}\frac{B_{\psi,3}(s)B_{\psi,3}(-s)}{A_{\psi,3}(s)A_{\psi,3}(-s)}ds = S_\psi(0)I_{\psi,3}, \qquad (25)$$

где подынтегральные полиномы в компактном обобщенном представлении имеют вид

$$A_{x,3}(s) = C_{э,1}(r_1 s)C_{э,2}(r_2 s)C_{э,3}(r_3 s)(T_{\dot{x}} s+1);$$

$$B_{x,3}(s) = [C_{э,1}(r_1 s) - D_{э,1}(r_1 s)][C_{э,2}(r_2 s) - D_{э,2}(r_2 s)][C_{э,3}(r_3 s) - D_{э,3}(r_3 s)]/s;$$

$$A_{f,3}(s) = C_{э,1}(r_1 s)C_{э,2}(r_2 s)C_{э,3}(r_3 s)(T_f s+1);$$

$$B_{f,3}(s) = D_{э,1}(r_1 s)[C_{э,2}(r_2 s) - D_{э,2}(r_2 s)][C_{э,3}(r_3 s) - D_{э,3}(r_3 s)];$$

$$A_{\varphi,3}(s) = C_{э,2}(r_2 s)C_{э,3}(r_3 s)(T_\varphi s+1);$$

$$B_{\varphi,3}(s) = D_{э,2}(r_2 s)[C_{э,3}(r_3 s) - D_{э,3}(r_3 s)];$$

$$A_{\psi,3}(s) = C_{э,3}(r_3 s)(T_\psi s+1);$$

$$B_{\psi,3}(s) = D_{э,3}(r_3 s). \qquad (26)$$

В развернутом виде полиномы (26) реализованы программно в пакете компьютерного моделирования "Matlab".

Из (20)-(22) видно, что изменение интенсивности помехи $\psi(t)$ на третий, точный канал *K*-3 оказывает наибольшее влияние на величину дисперсии ошибки $\overline{\varepsilon^2_3}$ (19), так как в процессе работы итерационной трехканальной системы эта помеха остается нескомпенсированной. Обычно уровень $S_\varphi(0)$ помехи $\varphi(t)$ во втором, компенсирующем канале *K*-2 значительно (на порядок и более) ниже, чем уровень $S_f(0)$ помехи $f(t)$ в грубом канале *K*-1, а уровень $S_\psi(0)$ помехи $\psi(t)$ в третьем, точном канале *K*-3 на два порядка (и более) ниже, чем в *K*-1. Это позволяет эффективно использовать итерационные следящие системы для повышения точности управления при наличии случайных помех в каналах. С учетом этого положим:

$$S_\varphi(0) = \lambda S_f(0), \qquad \lambda = \text{var};$$

$$S_\psi(0)=\rho S_f(0)\,,\qquad \rho=\mathrm{var}\,. \tag{27}$$

Для оценки эффективности итерационной двухканальной следящей системы с эталонной настройкой введем суммарный выигрыш в точности G_{21}, равный отношению установившихся значений дисперсий ошибок основного (первого) канала $\overline{\delta^2}=\overline{\delta_э^2}$ при $r_1=1$ и двухканальной системы $\overline{\varepsilon_2^2}=\overline{\varepsilon_2^2}(r_2)$ при различных λ. Из (13) для G_{21} получим:

$$G_{21}=\frac{\overline{\delta^2}}{\overline{\varepsilon_2^2}}=\frac{\overline{\delta_{эx}^2}+\overline{\delta_{эf_1}^2}}{\overline{\varepsilon_{x,2}^2}(r_2)+\overline{\varepsilon_{f,2}^2}(r_2)+\overline{\varepsilon_{\varphi,2}^2}(r_2)}=G_{21}(r_2)\,. \tag{28}$$

Введем также показатели (выигрыши в точности)

$$g_{x,21}=\frac{\overline{\delta_{эx}^2}}{\overline{\varepsilon_{x,2}^2}(r_2)}=g_{x,21}(r_2)\,,\qquad g_{f,21}=\frac{\overline{\delta_{эf_1}^2}}{\overline{\varepsilon_{f,2}^2}(r_2)}=g_{f,21}(r_2)\,,$$

характеризующие эффективность использования второго, компенсирующего (уточняющего) канала для компенсации ошибок по полезному сигналу $x(t)$ и помехе $f(t)$ соответственно.

Из (9), (13) и (19) получим следующие выигрыши в точности для итерационной трехканальной системы при различных λ и ρ:

$$G_{31}=\frac{\overline{\delta^2}}{\overline{\varepsilon_3^2}}=\frac{\overline{\delta_{эx}^2}+\overline{\delta_{эf_1}^2}}{\overline{\varepsilon_{x,3}^2}(r_2,r_3)+\overline{\varepsilon_{f,3}^2}(r_2,r_3)+\overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2}(r_2,r_3)+\overline{\varepsilon_{\psi,3}^2}(r_2,r_3)}=G_{31}(r_2,r_3)\,; \tag{29}$$

$$G_{32}=\frac{\overline{\varepsilon_2^2}}{\overline{\varepsilon_3^2}}=\frac{\overline{\varepsilon_{x,2}^2}(r_2)+\overline{\varepsilon_{f,2}^2}(r_2)+\overline{\varepsilon_{\varphi,2}^2}(r_2)}{\overline{\varepsilon_{x,3}^2}(r_2,r_3)+\overline{\varepsilon_{f,3}^2}(r_2,r_3)+\overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2}(r_2,r_3)+\overline{\varepsilon_{\psi,3}^2}(r_2,r_3)}=G_{32}(r_2,r_3)\,. \tag{30}$$

Введем также показатели (выигрыши в точности):

$$g_{x,31}=\frac{\overline{\delta_{эx}^2}}{\overline{\varepsilon_{x,3}^2}(r_2,r_3)}=g_{x,31}(r_2,r_3)\,;\quad g_{f,31}=\frac{\overline{\delta_{эf_1}^2}}{\overline{\varepsilon_{f,3}^2}(r_2,r_3)}=g_{f,31}(r_2,r_3)\,;$$

$$g_{x,32}=\frac{\overline{\varepsilon_{x,2}^2}(r_2)}{\overline{\varepsilon_{x,3}^2}(r_2,r_3)}=g_{x,32}(r_2,r_3)\,;\quad g_{f,32}=\frac{\overline{\varepsilon_{f,2}^2}(r_2)}{\overline{\varepsilon_{f,3}^2}(r_2,r_3)}=g_{f,32}(r_2,r_3)\,;$$

$$g_{\varphi,32}=\frac{\overline{\varepsilon^2_{\varphi,2}(r_2)}}{\overline{\varepsilon^2_{\varphi,3}(r_2,r_3)}}=g_{\varphi,32}(r_2,r_3)\,, \tag{31}$$

характеризующие эффективность использования третьего, точного канала *К*-3 для компенсации ошибок по полезному сигналу $x(t)$, помехам $f(t)$ на первый и $\varphi(t)$ на второй каналы соответственно.

Оценка точности одноканальных следящих систем с эталонной и типовой настройкой канала управления. На основании (9), (11), (12) в результате применения оптимизационного алгоритма "OPERATOR" (четырехпараметрическая задача: n_1 = 3, m_1 = 1) для типовых значений параметров входных воздействий:

$$S_{\dot{x}}(0)=5\cdot 10^{-2}\ \text{рад}^2\text{с}^{-1},\ S_{f_1}(0)=10^{-6}\ \text{рад}^2\,\text{с},$$

$$T_{\dot{x}}=10\ \text{с},\ T_{f_1}=0\,(0{,}1)\,\text{с}\,, \tag{32}$$

в работе [7] при $d_{э2}=0$ синтезирован следующий *эталонный оператор* первого (основного) канала:

$$W_{э1,\text{опт}}(p)=\frac{D_{э1,\text{опт}}(p)}{C_{э1,\text{опт}}(p)}=\frac{5{,}987\,p+1}{p^3+4{,}954\,p^2+6{,}010\,p+1}. \tag{33}$$

На основании метода ФП с учетом (1), (33) реальный оптимальный оператор первого канала можно представить в виде:

$$W_1^*(p)=W_{э1,\text{опт}}(r_1^*p)=\frac{5{,}987r_1^*\,p+1}{(r_1^*)^3p^3+4{,}954(r_1^*)^2p^2+6{,}010r_1^*\,p+1}=$$

$$=\frac{0{,}744\,p+1}{0{,}192\cdot 10^{-2}\,p^3+0{,}077\,p^2+0{,}747\,p+1}\,, \tag{34}$$

где

$$r_1^*=\sqrt[3]{c_{3,\text{опт}}}=0{,}1243\ \text{с} \tag{35}$$

– выделенный формирующий параметр первого канала с полученным оптимальным значением. При этом дисперсии ошибок (9), (10) и соответствующие среднеквадратические ошибки (отклонения) первого, грубого канала *К*-1 с оптимальной эталонной настройкой при $T_{f_1}=0$ составляют:

$$\overline{\delta^2_{эx,\text{опт}}}=1{,}923444\cdot 10^{-6}\ \text{рад}^2,\quad \overline{\delta_{эx,\text{опт}}}=\sqrt{\overline{\delta^2_{эx,\text{опт}}}}=4{,}754752\ \text{угл. мин.};$$

$$\overline{\delta^2_{эf_1,\text{опт}}}=5{,}703563\cdot 10^{-6}\ \text{рад}^2,\quad \overline{\delta_{эf_1,\text{опт}}}=\sqrt{\overline{\delta^2_{эf_1,\text{опт}}}}=8{,}209961\ \text{угл. мин.};$$

$$\overline{\delta^2_{э,\text{опт}}} = \overline{\delta^2_{эx,\text{опт}}} + \overline{\delta^2_{эf_1,\text{опт}}} = 7{,}627007 \cdot 10^{-6} \text{ рад}^2;$$

$$\overline{\delta_{э,\text{опт}}} = \sqrt{\overline{\delta^2_{э,\text{опт}}}} = 9{,}493909 \text{ угл. мин.} \qquad (36)$$

Для сравнительной оценки полученного оптимального решения (33) ÷ (36) приведем аналогичные результаты оценки точности работы одноканальных следящих ЭП с известными типовыми операторами третьего порядка при их оптимальной настройке на исходные данные (4), (32):

1. *Следящая система с оптимальным оператором типа фильтра Боттерворта 3-го порядка*:

$$W_{э,\text{Ботт.}}(p) = \frac{1}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1},$$

или с учетом (1)

$$W^*_{\text{Ботт.}}(p) = W_{э,\text{Ботт.}}(r^* p) = \frac{1}{(r^*)^3 p^3 + 2(r^*)^2 p^2 + 2r^* p + 1} =$$

$$= \frac{1}{1{,}56 \cdot 10^{-5} p^3 + 1{,}25 \cdot 10^{-3} p^2 + 0{,}05 p + 1},$$

где $r^* = 0{,}025$ *с* – выделенный формирующий параметр с полученным оптимальным значением. При этом точность:

$$\overline{\delta^2_{\text{Ботт.}}} = 1{,}957422 \cdot 10^{-5} \text{ рад}^2, \; \overline{\delta^2_{\text{Ботт.}}} = \sqrt{\overline{\delta^2_{\text{Ботт.}}}} = 15{,}2093 \text{ угл.мин.} \qquad (37)$$

2. *Обобщенный реальный следящий привод* [2]:

$$W_{э,СП}(p) = \frac{2{,}226p + 1}{p^3 + 1{,}757p^2 + 2{,}289p + 1},$$

или с учетом (1)

$$W_{э,СП}(p) = W_{э,СП}(rp) = \frac{2{,}226rp + 1}{r^3 p^3 + 1{,}757 r^2 p^2 + 2{,}289rp + 1} =$$

$$= \frac{0{,}15p + 1}{0{,}306 \cdot 10^{-3} p^3 + 0{,}798 \cdot 10^{-2} p^2 + 0{,}154p + 1},$$

где $r = 0{,}06738$ *с* – выделенный формирующий параметр с реальным значением. При этом точность:

$$\overline{\delta^2_{\text{СП}}} = 1{,}668305 \cdot 10^{-5} \text{ рад}^2, \quad \overline{\delta_{\text{СП}}} = \sqrt{\overline{\delta^2_{\text{СП}}}} = 14{,}041 \text{ угл.мин.} \qquad (38)$$

3. *Реальная типовая система автосопровождения* "*SCR-584*" [5]:

$$W_{\text{э,тип}}(p)=\frac{4{,}331p^2+3{,}501p+1}{p^3+4{,}425p^2+3{,}524p+1},$$

или с учетом (1)

$$W_{\text{тип}}(p)=W_{\text{э,тип}}(\hat{r}p)=$$

$$=\frac{4{,}331\hat{r}^2p^2+3{,}501\hat{r}p+1}{\hat{r}^3p^3+4{,}425\hat{r}^2p^2+3{,}524\hat{r}p+1}=$$

$$=\frac{0{,}357p^2+1{,}005p+1}{0{,}0237p^3+0{,}3647p^2+1{,}0117p+1}, \quad (39)$$

где $\hat{r}=0{,}2871\,c$ – выделенный формирующий параметр с реальным значением. При этом точность:

$$\overline{\delta^2_{\text{тип}}}=9{,}2890158\cdot 10^{-6}\ \text{рад}^2,\quad \overline{\delta_{\text{тип}}}=\sqrt{\overline{\delta^2_{\text{тип}}}}=10{,}47738\ \text{угл. мин.} \quad (40)$$

Полученные результаты позволяют проанализировать точность работы одноканальных следящих систем при их описании операторами третьего порядка. Из сравнения результатов (36)-(38) и (40) видно, что следящая система (первый канал) с синтезированным эталонным оператором (34) при $r_1=r_1^*$ (35) обладает наивысшей относительной установившейся точностью воспроизведения случайного полезного сигнала при наличии широкополосной помехи типа белого шума.

Результаты исследований. Приведем результаты сравнительной вероятностной оценки точности итерационных трехканальных следящих систем с операторами автономных каналов, соответствующими оптимальной эталонной настройке и некоторым другим рассмотренным типовым настройкам. Расчеты выполнены для следующих типовых значений параметров случайных входных воздействий:

$$S_{\dot{x}}(0)=5\cdot 10^{-2}\ \text{рад}^2\,c^{-1},\quad S_f(0)=10^{-6}\,\text{рад}^2\,c;$$

$$S_\varphi(0)=\lambda S_f(0)\,\text{рад}^2\,c \quad (\lambda=0{,}1;\quad 0{,}01);$$

$$S_\psi(0)=\rho S_f(0)\,\text{рад}^2\,c \quad (\rho=0{,}01;\quad 0{,}001);$$

$$T_{\dot{x}}=10\,c,\qquad T_f=T_\varphi=T_\psi=0\,(0{,}1)\,c$$

на основании формул (11), (12), (15)-(18) и (23)-(31) с учетом операторов и результатов оценки точности одноканальных систем, определяемых формулами (34), (36)-(40).

Обобщенные результаты сравнительного анализа точности итерационной трехканальной САУ при различных настройках автономных каналов управления приведены в табл. 1 - 4.

Таблица 1

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_1^* = 0{,}1243;\ \lambda = 0{,}1 \text{ и } \rho = 0{,}01$$

Дисперсии ошибок трехканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2, *К*-3), рад^2	Выигрыши в точности	
	По сравнению с одноканальной САУ (канал *К*-1)	По сравнению с двухканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2)
$\overline{\varepsilon_{x,3}^2} = 1{,}215747\text{e-}007$	$g_{x,31} = 15{,}8211$	$g_{x,32} = 1{,}7038$
$\overline{\varepsilon_{f,3}^2} = 1{,}086777\text{e-}006$	$g_{f,31} = 3{,}0396$	$g_{f,32} = 1{,}2324$
$\overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2} = 1{,}339362\text{e-}007$	–	$g_{\varphi,32} = 2{,}4664$
$\overline{\varepsilon_{\psi,3}^2} = 3{,}303375\text{e-}008$	–	–
$\overline{\varepsilon_3^2} = 1{,}375321\text{e-}006$	$G_{31} \approx 3{,}8004$ ($\overline{\delta_э^2} = 5{,}226819\text{e-}006$)	$G_{32} \approx 1{,}3647$ ($\overline{\varepsilon_2^2} = 1{,}876839\text{e-}006$)

Таблица 2

$$r_1 = r_1^* = 0{,}1243,\ r_2 = 0{,}01243,\ r_3 = 0{,}001243;\ \lambda = 0{,}01 \text{ и } \rho = 0{,}001$$

Дисперсии ошибок трехканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2, *К*-3), рад^2	Выигрыши в точности	
	По сравнению с одноканальной САУ (канал *К*-1)	По сравнению с двухканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2)
$\overline{\varepsilon_{x,3}^2} = 1{,}778197\text{e-}012$	$g_{x,31} = 1{,}0817\text{e+}006$	$g_{x,32} = 964{,}3673$
$\overline{\varepsilon_{f,3}^2} = 2{,}496213\text{e-}012$	$g_{f,31} = 1{,}3234\text{e+}006$	$g_{f,32} = 6{,}3523\text{e+}003$
$\overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2} = 2{,}290503\text{e-}011$	–	$g_{\varphi,32} = 2{,}2661\text{e+}003$
$\overline{\varepsilon_{\psi,3}^2} = 5{,}056066\text{e-}009$	–	–
$\overline{\varepsilon_3^2} = 5{,}083246\text{e-}009$	$G_{31} \approx 1{,}0282\text{e+}003$ ($\overline{\delta_э^2} = 5{,}226819\text{e-}006$)	$G_{32} \approx 13{,}6676$ ($\overline{\varepsilon_2^2} = 6{,}947585\text{e-}008$)

В табл. 1, 2 рассмотрены результаты сравнительной оценки точности итерационной трехканальной следящей САУ и соответствующих ей одноканальной (канал *К*-1) и итерационной двухканальной (каналы *К*-1 и *К*-2) следящих систем с оптимальными эталонными операторами автономных каналов вида (34) при различном соотношении интенсивностей ($\lambda, \rho = \mathrm{var}$) коррелированных ($T_f = T_\varphi = T_\psi = 0{,}1$ с) случайных помех в каналах, при неоптимальном (табл. 1) и близком к оптимальному (табл. 2) соотношении заданных значений формирующих параметров каналов r_i $(i = 1, 2, 3)$. В табл. 3, 4 приведены результаты сравнительной оценки точности итерационной трехканальной следящей САУ и соответствующих ей одноканальной (канал *К*-1) и итерационной двухканальной (каналы *К*-1 и *К*-2) следящих систем с операторами автономных каналов, настроенными на оператор реальной типовой системы автосопровождения "*SCR-584*" вида (39), при различном соотношении интенсивностей ($\lambda, \rho = \mathrm{var}$) коррелированных ($T_f = T_\varphi = T_\psi = 0{,}1\ c$) случайных помех в каналах, и при неоптимальном (табл. 3) и близком к оптимальному (табл. 4) соотношении заданных значений формирующих параметров каналов r_i $(i = 1, 2, 3)$.

Таблица 3

$r_1 = r_1^* = 0{,}1243,\ r_2 = 0{,}01243,\ r_3 = 0{,}001243$; $\lambda = 0{,}01$ и $\rho = 0{,}001$

Дисперсии ошибок трехканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2, *К*-3), рад^2	Выигрыши в точности	
	По сравнению с одноканальной САУ (канал *К*-1)	По сравнению с двухканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2
$\overline{\varepsilon_{x,3}^2} =$ 1,477023e-008	$g_{x,31} =$ 30,4392	$g_{x,32} =$ 2,8108
$\overline{\varepsilon_{f,3}^2} =$ 4,225756e-007	$g_{f,31} =$ 8,8843	$g_{f,32} =$ 2,0571
$\overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2} =$ 8,692746e-008	–	$g_{\varphi,32} =$ 4,3189
$\overline{\varepsilon_{\psi,3}^2} =$ 3,754285e-008	–	–
$\overline{\varepsilon_3^2} =$ 5,6181614e-007	$G_{31} \approx$ 5,599 ($\overline{\delta_э^2} =$ 4,2038788e-006)	$G_{32} \approx$ 2,289 ($\overline{\varepsilon_2^2} =$ 1,2862198e-006

Таблица 4

$r_1 = r_1^* = 0{,}1243,\ r_2 = 0{,}01243,\ r_3 = 0{,}001243$; $\lambda = 0{,}01$ и $\rho = 0{,}001$

Дисперсии ошибок трехканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2, *К*-3), рад^2	Выигрыши в точности	
	По сравнению с одноканальной САУ (канал *К*-1)	По сравнению с двухканальной САУ (каналы *К*-1, *К*-2)
$\overline{\varepsilon_{x,3}^2} =$ 2,980285e-013	$g_{x,31} =$ 1,5086e+006	$g_{x,32} =$ 1,0024e+003
$\overline{\varepsilon_{f,3}^2} =$ 1,354072e-011	$g_{f,31} =$ 2,7726e+005	$g_{f,32} =$ 899,9876
$\overline{\varepsilon_{\varphi,3}^2} =$ 1,364172e-011	–	$g_{\varphi,32} =$ 3,7958e+003
$\overline{\varepsilon_{\psi,3}^2} =$ 5,027345e-009	–	–
$\overline{\varepsilon_3^2} =$ 5,054826e-009	$G_{31} \approx$ 831,6566 ($\overline{\delta_э^2} =$ 4,2038788e-006)	$G_{32} \approx$ 12,7140 ($\overline{\varepsilon_2^2} = 6{,}42669892\text{e-}008$)

Таким образом, из табл. 1-4 видно, что для повышения точности воспроизведения случайного полезного сигнала при наличии аддитивных случайных помех, приводимых ко входу канала управления электромеханической следящей системы, может быть эффективно использован итерационный принцип многоканального воспроизведения, реализуемый с помощью соответствующих итерационных многоканальных электромеханических следящих САУ с эталонной настройкой.

Выводы. По результатам работы можно сделать следующие выводы:

1. Впервые проанализирована вероятностная точность итерационных трехканальных следящих систем управления с учетом аддитивных случайных помех. Подтверждена потенциально высокая эффективность таких систем.

2. Показано, что потенциальная точность параметрически оптимальной итерационной трехканальной следящей системы с эталонной настройкой может быть на два порядка (и более) выше, чем соответствующей оптимальной одноканальной системы (первого, грубого канала), и на порядок (и более) выше, чем оптимальной итерационной двухканальной следящей системы, и зависит от коэффициентов λ и ρ соотношения интенсивностей случайных помех в автономных каналах управления.

3. Подтверждено, что на выходе итерационной трехканальной следящей системы эквивалентное задающее воздействие воспроизводится практически без искажений, т.е. достигается компенсация не только динамических ошибок воспроизведения узкополосного полезного сигнала $x(t)$, но и ошибок от воздействия достаточно широкополосных помех $f_1(t)$ и $f_2(t)$ на предшествующие грубый *К*-1 и компенсирующий *К*-2 каналы управления. Наличие помехи $f_3(t) \neq 0$ в последнем точном канале *К*-3 несколько ограничивает достижение максимально высокой точности воспроизведения с помощью трехканальной системы, так как ошибка, обусловленная $f_3(t)$, остается нескомпенсированной. Вместе с тем, интенсивность помехи $f_3(t)$, как правило, весьма незначительна ($\rho \leq 0{,}01$).

4. Практически отработан с применением ПЭВМ обобщенный алгоритм расчета дисперсий ошибок электромеханических САУ методом рекуррентных уравнений К. Острема.

Полученные результаты могут быть использованы для решения задач параметрического и оптимального синтеза высокоточных многоканальных электромеханических следящих систем управления, построенных по итерационному принципу и функционирующих при случайных входных воздействиях. Результаты могут найти применение при проектировании итерационных двух- и трехканальных систем управления следящими ЭП повышенной точности.

В заключении отметим, что применение итерационных трехканальных следящих систем управления целесообразно в тех случаях, когда требуется очень высокая динамическая точность воспроизведения задающего воздействия при наличии существенных труднокомпенсируемых (в том числе с помощью итерационной двухканальной системы) случайных помех в контуре управления, или при значительных динамических нагрузках на выходе одноканальной следящей системы (первого, грубого канала) и сравнительно высокой инерционности ее элементов.

Список источников информации. 1. *Осмоловский П.Ф.* Итерационные многоканальные системы автоматического управления. – М.: Сов. Радио, 1969. – 256 с. **2.** Следящие приводы. В 2-х кн. / Под ред. Б.К. Чемоданова. Кн. Первая. – М.: Энергия, 1976. – 480 с. **3.** Многоканальные итерационные системы управления / Б.И. Кузнецов, А.А. Худяев, И.Н. Богаенко и др. – К.: НПК "КІА", 1998. – 244 с. **4.** *Острем К.Ю.* Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973. – 322 с. **5.** *Худяев А.А.* Алгоритм расчета дисперсий ошибок многоканальных итерационных систем методом рекуррентных уравнений // Автоматика. – 1986. – №6. – С. 43-52. **6.** *Худяев А.А.* Влияние параметров случайных воздействий и полосы пропускания точного канала на качество итерационной двухканальной системы с эталонной настройкой // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2002. – №2 (8). – С. 148-156. **7.** *Худяев А.А., Гвоздева Е.В.* Параметрический синтез итерационных многоканальных систем с эталонной настройкой каналов // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2002. – С. 371-378. **8.** *Худяев А.А., Гвоздева Е.В.* Оценка эффективности параметрически оптимальных итерационных двухканальных систем управления // Электротехника (РФ). – 2003. – №4. – С. 8-12.

Худяев Александр Андреевич, доцент, кандидат технических наук. Защитил диплом инженера по специальности "*Автоматизированные системы управления*" и диссертацию кандидата наук по специальности "*Электротехнические комплексы и системы, включая их управление и регулирование*" в Харьковском политехническом институте соответственно в 1980 и 1996 гг.
Доцент кафедры "Автоматизированные электромеханические системы" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт" с 2008 г.
Научные интересы связаны с проблемами идентификации, анализа, синтеза и автоматизации проектирования высокоточных многоканальных электромеханических систем управления, построенных по итерационному принципу.

Мишенюк Александр Иванович, магистрант кафедры "Автоматизированные электромеханические системы" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт"

Поступила в редколлегию 20.05.2010