

**М.В. ЧЕРНЯВСКАЯ**, канд. техн. наук, доц., ХНАГХ, Харьков  
**И.Т. КАРПАЛЮК**, канд. техн. наук, доц., ХНАГХ, Харьков  
**М.Л. ГЛЕБОВА**, канд. техн. наук, доц., ХНАГХ, Харьков

## **АНАЛИЗ ВЫСШИХ ВРЕМЕННЫХ ГАРМОНИК ТОКОВ ВЕНТИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА**

По статистическим моделям определены величины относительной погрешности при замене реальной кривой фазного тока статора вентильного двигателя постоянного тока на идеализированную, а также уровни высших гармоник в зависимости от параметров вентильного двигателя постоянного тока.

**Ключевые слова:** синхронная машина, вентильный двигатель, система дифференциальных уравнений.

По статистичних моделях визначені величини відносної похибки при заміні реальною кривою фазного струму статора вентильного двигуна постійного струму на ту, що ідеалізується, а також рівні вищих гармонік залежно від параметрів вентильного двигуна постійного струму.

**Ключові слова:** синхронна машина, вентильний двигун, система диференціальних рівнянь.

By statistical models the sizes of relative error are determined at substituting of the real curve of the stator phase current of a DC converter-fed motor on idealized one, and also levels of higher harmonics depending on the parameters of the DC converter-fed motor.

**Key words:** synchronous machine, converter-fed motor, the system of differential equations.

В теории вентильных двигателей широко используются приближенные описания фазного тока в виде трапецидальной функции времени. На этом предположении получены многие аналитические выражения для добавочных потерь, пульсирующих составляющих моментов, статических характеристик вентильных двигателей постоянного тока (ВДПТ). Поэтому, представляется целесообразным проводить анализ не только собственно гармонического состава токов ВДПТ, но и погрешности его определения по отношению к идеализированной трапецидальной кривой. Такой подход даст возможность предложить более простые и, в тоже время, более точные модели, позволяющей откорректировать приближенные зависимости.

Для трапеции, после разложения в ряд Фурье, амплитуды высших

временных гармоник (ВВГ) можно найти по формуле:

$$I_{\mu\tau} = \frac{8}{\pi\gamma_k} \cdot I_d \cdot \frac{\sin(\mu\gamma_k/2)}{\mu^2} \cdot \cos(\mu\pi/6) \quad (1)$$

где  $\gamma_k$  – угол коммутации;  $I_d$  – амплитуда основной гармоники;  $\mu$  – номер гармоники ( $\mu = 6n \pm 1, n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Величину относительной погрешности определим в виде:

$$\Delta\mu = \frac{\sum_{\mu} I_{\mu}^2 - \sum_{\mu} I_{\mu\tau}^2}{\sum_{\mu} I_{\mu\tau}^2} \quad (2)$$

где  $\sum_{\mu} I_{\mu}^2, \sum_{\mu} I_{\mu\tau}^2$  – сумма квадратов высших гармоник по реальной

и трапециидальной форме кривой тока соответственно. Реальная кривая тока вентильного двигателя существенно отличается от идеализированной, что подтверждается данными таблицы, рассчитанными по математической модели [1, 2], путем их сравнения с трапециидальной формой кривой тока статора по формуле (2). В таблице представлена также величина относительной погрешности  $\Delta\mu$ , рассчитанная по формуле (2) с разницей в том, что для ВДПТЗ –  $\Delta\mu$  – включает лишь пятую и седьмую гармоники ( $\mu = 5, 7$ ), а при ВДПТ6 – все тоже – лишь  $\Delta\mu$  включает одиннадцатую и тринадцатую гармоники ( $\mu = 11, 13$ ). В подтверждение необходимости определения величины относительной погрешности при учете высших временных гармоник тока статора ВДПТ, рассмотрим крайние значения  $\Delta\mu$  и  $\Delta I_{\mu}$  для ВДПТЗ и ВДПТ5, в зависимости от двух групп факторов по таблице. Так, для ВДПТЗ значения крайних точек относительной погрешности равны:

а) для первой группы факторов ( $\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$ )

$$\Delta\mu_{\max} = 0,74 \quad (14)$$

$$\Delta I_{\mu_{\max}} = 1,19 \quad (14)$$

$$\Delta\mu_{\min} = 0,08 \quad (10)$$

$$\Delta I_{\mu_{\min}} = 0,13 \quad (10)$$

где в скобках указан номер опыта, по данным которого получены соответствующие величины относительной погрешности (таблица).

б) для второй группы факторов ( $x_{\sigma}, x_{\sigma db}, x_{ad}$ )

$$\Delta\mu_{\max} = 0,49 \quad (13)$$

$$\Delta I_{\mu_{\max}} = 0,83 \quad (13)$$

$$\Delta\mu_{\min} = 0,21 \quad (2; 14; 15)$$

$$\Delta I_{\mu_{\min}} = 0,25 \quad (15)$$

При 6-ти фазной обмотке статора ВДПТ значения крайних точек относительной погрешности в свою очередь равны:

а) для первой группы факторов ( $\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$ )

$$\begin{aligned} \Delta\mu_{\max} &= 3,45 \quad (1) & \Delta 1\mu_{\max} &= -0,76 \quad (1) \\ \Delta\mu_{\min} &= 0,062 \quad (10) & \Delta 1\mu_{\min} &= -0,14 \quad (5) \end{aligned}$$

б) для второй группы факторов ( $x_{\sigma}, x_{\sigma 1,2}, x_{\sigma db}, x_{ad}$ )

$$\begin{aligned} \Delta\mu_{\max} &= 0,73 \quad (1) & \Delta 1\mu_{\max} &= -0,51 \quad (1) \\ \Delta\mu_{\min} &= 0,18 \quad (14) & \Delta 1\mu_{\min} &= -0,24 \quad (11) \end{aligned}$$

Знак (–) в относительной погрешности  $\Delta 1\mu$  в ВДПТ6, наблюдаемый во всех 16 опытах по каждой группе факторов, указывает на то, что трапециидальная замена формы кривой тока сказывается на учете гармоник  $\mu = 12n \pm 1$ , ( $n = 1$ ) в сторону резервирования от сумм амплитуд гармоник реального фазного тока. Все данные, представленные в табл. (если умножить на 100), представляют собой выражения величин относительной погрешности в процентах. Определение ВВГ по трапеции, в ряде случаев, недопустимо, из-за чрезмерно большой величины относительной погрешности, которая может достигать 345 % (см. табл., опыт № 1, ВДПТ6; первая группа факторов –  $\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$ ), что в конечном итоге приводит к явному занижению реального уровня высших временных гармоник тока статора ВДПТ. Для возможности корректировки относительной погрешности расчёта уровня ВВГ по трапеции дальнейший этап обработки полученной информации, заключается в получении постоянных статистических коэффициентов уравнений описывающих функциональную зависимость  $y$  на всех принятых интервалах варьирования.

Входными параметрами для обработки программой SVD, являются матрица  $A$  и матрица – столбец исследуемой функции  $y$ , на место которой, в данном исследовании, подставлялись в порядке и соответственно табл., функции величин относительной погрешности. По сути, в таблице имеем для каждого вида эксперимента свою матрицу – столбец  $y$  и статистические уравнения можно записать, например, как:

$$y(\Delta\mu) = K_0 \beta_0^{k_1} \cdot x_{др}^{k_2} \cdot i_f^{k_3} \cdot i_d^{k_4} \quad (3)$$

и, аналогично, для других вариантов сочетания параметров, указанных в табл.

На рис. 1-8 представлены графические зависимости величин относительной погрешности  $\Delta\mu$  и  $\Delta 1\mu$ , построенные по уравнениям (4)-(13). Здесь на одном графике представлены столько зависимостей исследуемых функций  $\Delta\mu$  и  $\Delta 1\mu$ , сколько факторов. При построении любой зависимости от какого-либо фактора остальные принимают уровень средней точки варьирования и остаются const на всем интервале исследования.

Таблица – Величина относительной погрешности при замене реальной формы кривой тока статора на трапецию.

Фактор	Трехфазная обмотка – ВДЗ-				Шестифазная обмотка – ВД6-			
	$\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$		$x_{\sigma}, x_{\sigma_{эд}}, x_{ад}$		$\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$		$x_{\sigma}, x_{\sigma_{1,2}}, x_{\sigma_{эд}}, x_{ад}$	
№ опыта	$\Delta\mu$	$\Delta 1\mu$	$\Delta\mu$	$\Delta 1\mu$	$\Delta\mu$	$\Delta 1\mu$	$\Delta\mu$	$\Delta 1\mu$
1	0.41	0.58	0.41	0.73	3.45	-0.76	0.73	-0.51
2	0.57	0.86	0.21	0.34	2.41	-0.74	0.39	-0.41
3	0.40	0.52	0.23	0.27	1.24	-0.65	0.33	-0.35
4	0.32	0.37	0.29	0.50	1.24	-0.58	0.51	-0.46
5	0.22	0.21	0.42	0.70	0.19	-0.14	0.51	-0.48
6	0.19	0.32	0.27	0.40	0.16	-0.23	0.30	-0.32
7	0.55	0.94	0.22	0.30	1.54	-0.63	0.30	-0.28
8	0.15	0.25	0.32	0.49	0.22	-0.25	0.43	-0.41
9	0.11	0.13	0.39	0.63	0.08	-0.15	0.46	-0.42
10	0.08	0.13	0.28	0.43	0.06	-0.16	0.32	-0.28
11	0.14	0.28	0.26	0.38	0.13	-0.24	0.30	-0.24
12	0.14	0.26	0.30	0.47	0.17	-0.21	0.40	-0.37
13	0.40	0.66	0.49	0.83	1.03	-0.60	0.60	-0.50
14	0.74	1.19	0.21	0.32	1.05	-0.56	0.18	-0.47
15	0.32	0.48	0.21	0.25	0.57	-0.50	0.32	-0.33
16	0.25	0.27	0.29	0.48	0.39	-0.27	0.39	-0.40

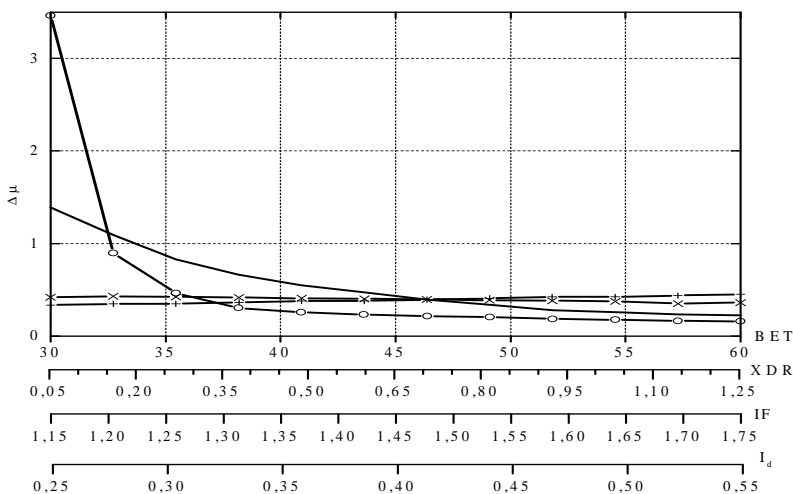


Рис. 1 – Величина относительной погрешности  $\Delta\mu$  в ВДПТ6 в зависимости от факторов  $\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$  (----+---- – BET, ----0---- – XDR, ----x---- – IF, ----•---- –  $I_d$ )

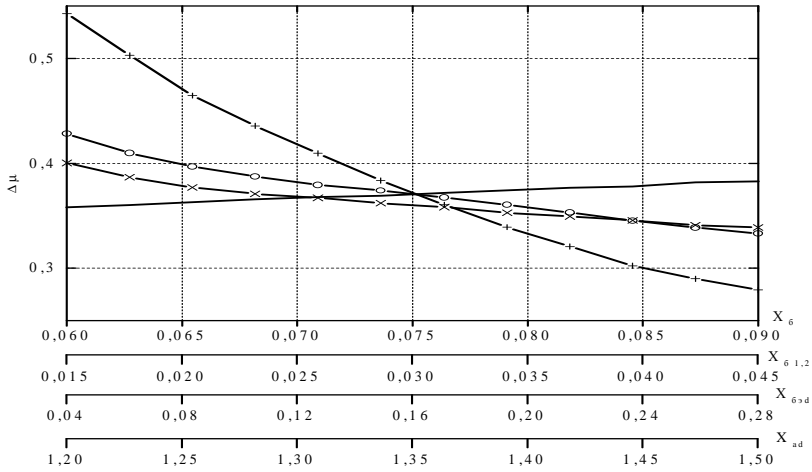


Рис. 2 – Величина  $\Delta\mu$  в ВДПТ6 в зависимости от  $X_6, X_{61,2}, X_{63,d}, X_{ad}$   
 (---+---  $X_6$ ; ---o---  $X_{61,2}$ ; ---x---  $X_{63,d}$ ; ---•---  $X_{ad}$ )

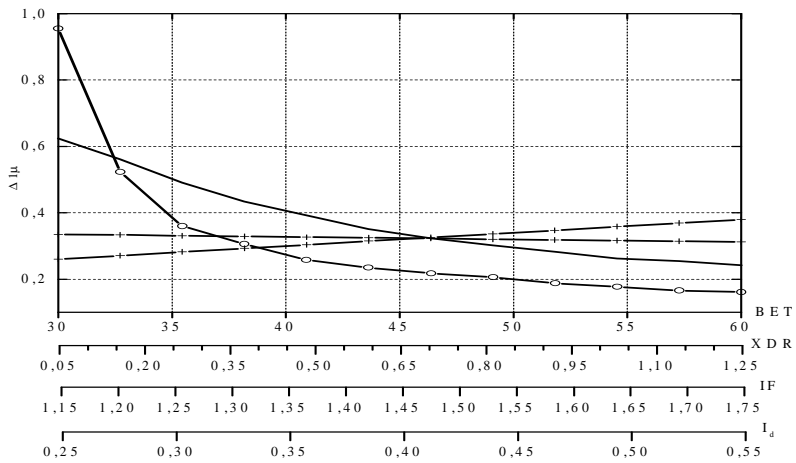


Рис. 3 – Величина  $\Delta 1\mu$  в ВДПТ6 в зависимости от факторов  $\beta_0, x_{др}, i_f, i_d$   
 (---+--- BET; ---o--- XDR; ---x--- IF; ---•---  $I_d$ )

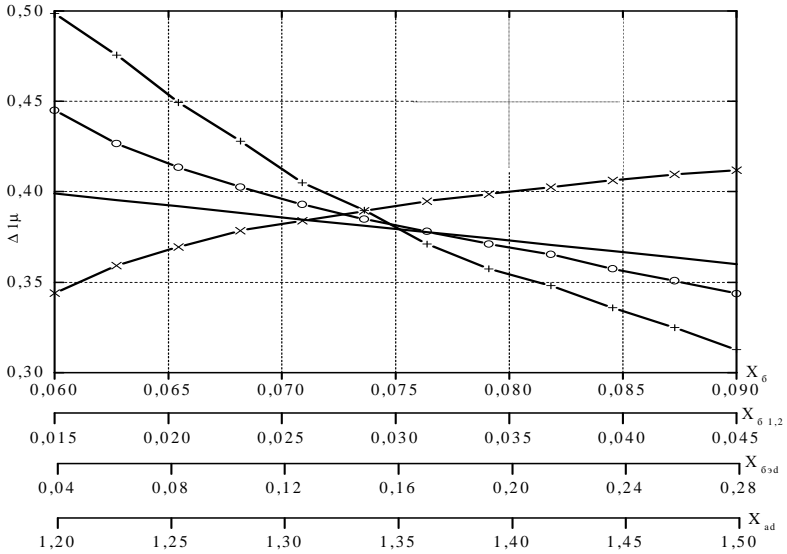


Рис. 4 – Величина  $\Delta\mu$  в ВДПТб в зависимости от  $x_\sigma$ ,  $x_{\sigma 1,2}$ ,  $x_{\sigma ad}$ ,  $x_{\sigma ad}$   
 (—○—  $x_{\sigma 1,2}$ , —  $x_{\sigma ad}$ , —x—  $x_{\sigma ad}$ , —+—  $x_\sigma$ ).

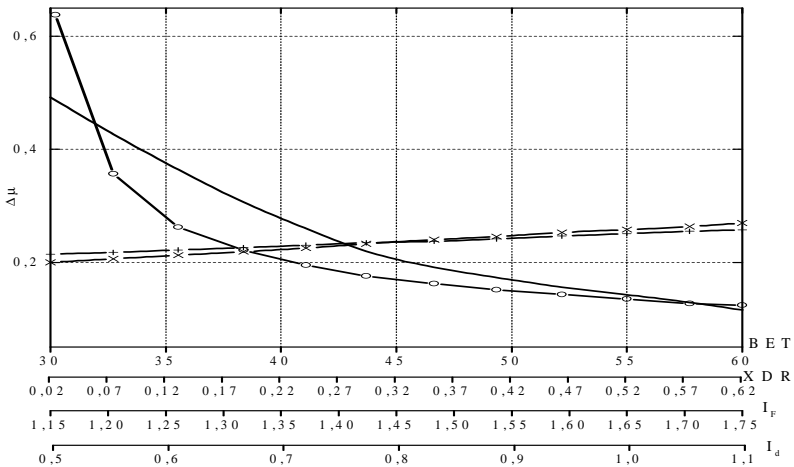


Рис. 5 – Величина относительной погрешности  $\Delta\mu$  в ВДПТЗ в зависимости от факторов  $\beta_0$ ,  $x_{dr}$ ,  $i_f$ ,  $i_d$  (----x--- – BET; ---0--- – XDR; ---x--- – IF; ---●--- –  $I_d$ ).

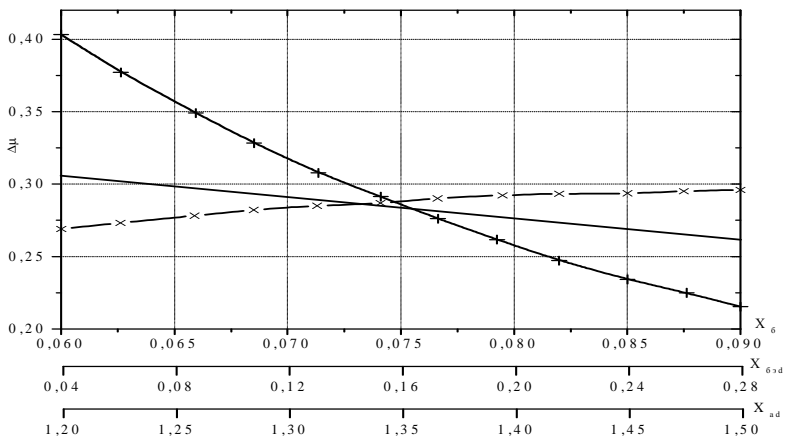


Рис. 6 – Величина  $\Delta\mu$  в ВДПТЗ в зависимости от факторов  $x_\sigma$ ,  $x_{\sigma d}$ ,  $x_{ad}$   
 (-----+-----  $x_\sigma$ ; -----x-----  $x_{\sigma d}$ ; -----•-----  $x_{ad}$ ).

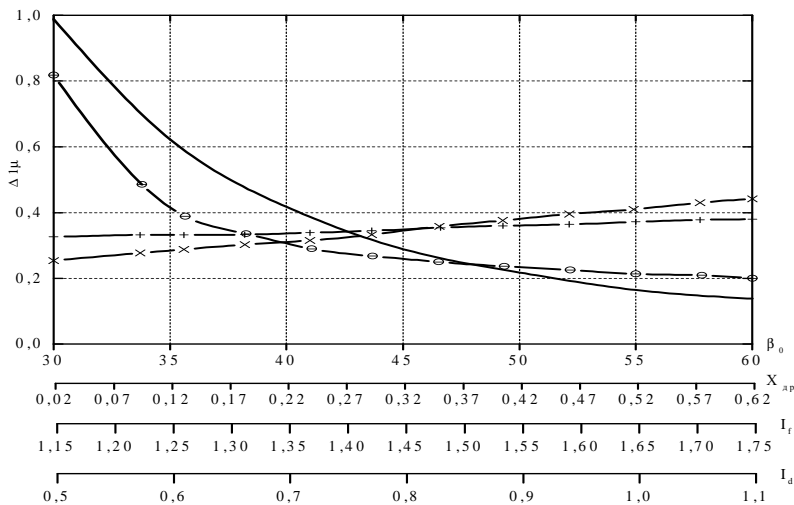


Рис. 7 – Величина  $\Delta 1\mu$  в ВДПТЗ в зависимости от факторов  $\beta_0$ ,  $x_{лр}$ ,  $i_f$ ,  $i_d$   
 (-----+----- BET; -----o----- XDR; -----x-----  $I_f$ ; -----•-----  $I_d$ )

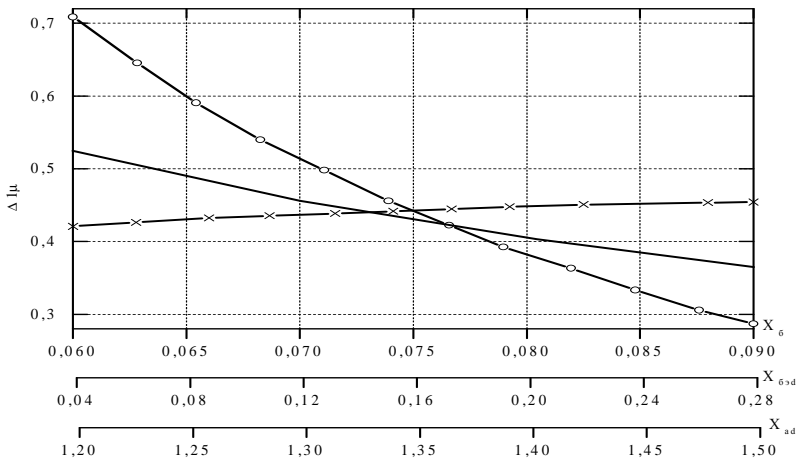


Рис. 8 – Величина относительной погрешности  $\Delta\mu$  в ВДПТЗ в зависимости от факторов  $x_{\sigma}$ ,  $x_{\sigma zd}$ ,  $x_{ad}$  (--- $\circ$ --- –  $x_{\sigma}$ , ---- $\times$ ---- –  $x_{\sigma zd}$ , - - -  $\bullet$  - - - - –  $x_{ad}$ )

Кроме статистических моделей по определению величин относительной погрешности при замене реальной формы кривой тока статора ВДПТ на трапециидальную, представляет интерес также уровень самих высших временных гармоник. Наличие статистических моделей для их определения дает возможность прогнозировать с достаточной точностью величины амплитуд ВВГ без применения сложных математических методов.

Разработанные статистические модели для расчета формы кривой тока якоря отличаются простотой и инженерной применимостью на первом этапе создания ВДПТ.

**Список литературы:** 1. Волчуков Н.П. Цифровое моделирование высокоиспользуемых автономных систем электромеханического преобразования энергии: Дис.д-ра техн. наук: 05.09.01. – Х., 1996. – 424с. 2. Рушаков А.М., Соломин А.Н., Ожунеева Н.А., Шатова И.В. Математическая модель электромагнитных процессов в вентильном двигателе Вестник Московского энергетического института. – 2007. – № 3. – С. 33-40.

Поступила в редколлегию 19.10.2012





**Чернявская Маргарита Васильевна**, доцент, кандидат технических наук. Защитила диплом инженера, диссертацию кандидата в Харьковском политехническом институте по специальности электрические машины и аппараты. Соответственно 1963, 1974 г. Доцент кафедры "Информационных систем и технологий в городском хозяйстве" Харьковской национальной академии городского хозяйства с 2002 г. Интересы связаны с проблемами разработкой вентильных двигателей.



**Карпалюк Игорь Тимофеевич**, доцент, кандидат технических наук. Защитил диплом инженера в Харьковской национальной академии городского хозяйства в 1993 г. Диссертацию кандидата по специальности светотехника та источники света в 1998 г. "Информационных систем и технологий в городском хозяйстве" Харьковской национальной академии городского хозяйства с 2002 г. Интересы связаны экономией электроэнергии, информационными технологиями и электрическими аппаратами на энергосберегающих технологиях.



**Глебова Марина Леонидовна**, доцент, кандидат технических наук. Защитила диплом инженера в Харьковской национальной академии городского хозяйства в 1983 г. Диссертацию кандидата в Харьковском политехническом институте по специальности электрические машины и аппараты в 2001 г. Доцент кафедры "Теоретической и общей электротехники" Харьковской национальной академии городского хозяйства. Интересы связаны с проблемами разработкой вентильных двигателей.