УДК: 550.388.2, 551.510.535

В.Т. РОЗУМЕНКО, канд. физ.-мат. наук, доц., ХНУ имени В.Н. Каразина
С.В. ХАРИТОНОВА, вед. инж.-электроник, Институт ионосферы НАН и МОН Украины

ПЕРЕНОС ЭНЕРГИИ В СЛАБОИОНИЗИРОВАННОЙ ПЛАЗМЕ НА ВЫСОТАХ МЕЗОСФЕРЫ

Проведено вивід та аналіз рівняння переносу енергії електронів у *D*-області іоносфери за наявності потужних мезосферних електричних полів, беручи за основу 13-моментну систему рівнянь переносу.

Based on the 13-moment transport equation system, the derivation of an electron energy transport equation in the D-region ionospheric plasma in large mesospheric electric fields is presented.

Постановка задачи. Исследование процессов переноса частиц и энергии в системе, включающей литосферу, атмосферу, ионосферу и магнитосферу является одним из актуальных предметов в области исследования околоземного космического пространства.

Ни одна ионосферная область не вызвала за всю историю ионосферных исследований столько споров, как область *D* (60 – 90 км) [1]. Благодаря практической недоступности к прямым измерениям приборами и слабой ионизации мезосфера очень сложная для исследования, информация про которую может иметь значительное фундаментальное и практическое значение. Достижения в этой области используются для исследования влияния мезосферы на распространение радиоволн, радиолокацию, системы связи, включая спутниковую связь.

Анализ литературы. В [1] даётся представление о структуре ионосферы и проблемах, связанных с различными вариациями её параметров. В [2] представлено подробное описание структуры и динамики ионосферы, физика плазмы и химические процессы, определяющие её поведение; детальное описание значимых уравнений переноса, волновых процессов, химии ионов, различных механизмов вклада энергии и её переноса; приведены методы измерения параметров ионосферы. В работе [3] авторами рассмотрена генерация электрических полей на высотах 60 – 70 км и получены уравнения переноса энергии, которые используются в модельных расчетах на кафедре космической радиофизики ХНУ имени В.Н. Каразина в последние годы.

Цель статьи – вывод и анализ уравнения переноса энергии для области мезосферы.

Процессы соударений в слабоионизированной плазме. Соударения ответственны за процессы ионизации и рекомбинации, диффузию плазмы от областей с высокой плотностью к областям с низкой плотностью, перенос тепла от горячих к холодным областям, обмен энергией между различными частицами и другие процессы. Соударения могут быть или упругими или неупругими. При упругом соударении импульс и кинетическая энергия столкнувшихся частиц сохраняются в отличие от неупругого соударения. Природа процесса соударений зависит от соответственной кинетической энергии столкнувшихся частиц и от типа частиц. Вообще, при малых энергиях преобладают упругие соударения, но при увеличении кинетической энергии неупругие столкновения становятся существенней. Однако, различные процессы соударений по-разному учитываются в уравнениях непрерывности, переноса импульса и энергии.

Рассмотрим слабоионизированную плазму, в которой преобладают упругие электрон-нейтральные взаимодействия. Электроны оказывают влияние на распространение радиоволн в ионосферной плазме, поэтому будем рассматривать именно низкоэнергичные электроны, характерные для высот 60 – 70 км.

Вывод уравнения переноса энергии. Рассмотрим интеграл соударений энергии в 13-ти моментной функции распределения по скоростям [2]

$$f_s = f_{s0}\left[1+\frac{m_s}{2kT_s p_s}\text{€}_s\bar{c}_s c\vec{c}_s-\left(1-\frac{m_s c_s^2}{5kT_s}\right)\frac{m_s}{kT_s p_s}\vec{q}_s\vec{c}_s\right] \tag{1}$$

$$f_{s0} = f_s^M = n_s\left(\frac{m_s}{2\pi kT_s}\right)^{3/2}\exp\left(-m_s c_s^2/2kT_s\right)\cdot \tag{2}$$

Тогда слагаемое $f_s f_t$ в интеграле переноса [2]

$$\int d^3c_s\xi_s\frac{\delta f_s}{\delta t}=\iint d^3c_s d^3c_t f_s f_t g_{st}\left[\int d\Omega\sigma_{st}\left(g_{st},\theta\right)\left(\xi_s^{'}-\xi_s\right)\right] \tag{3}$$

имеет вид

$$\begin{aligned} f_s f_t = n_s n_t\left(\frac{m_s}{2\pi kT_s}\right)^{3/2}\left(\frac{m_t}{2\pi kT_t}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m_s c_s^2}{2kT_s}-\frac{m_t c_t^2}{2kT_t}\right)\times \\ \times\left[1+\frac{m_s}{2kT_s p_s}\text{€}_s\vec{c}_s\vec{c}_s+\frac{m_t}{2kT_t p_t}\text{€}_t\vec{c}_t\vec{c}_t-\left(1-\frac{m_s c_s^2}{5kT_s}\right)\frac{m_s}{kT_s p_s}\vec{q}_s\vec{c}_s-\left(1-\frac{m_t c_t^2}{5kT_t}\right)\frac{m_t}{kT_t p_t}\vec{q}_t\vec{c}_t\right]. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь и далее $\xi_s(\boldsymbol{c}_s)$ – момент скорости общего вида, $\dfrac{\delta f_s}{\delta t}=\iint d^3\mathrm{v}_t d\Omega g_{st}\sigma_{st}\left(g_{st},\theta\right)\left(f_s^{'}f_t^{'}-f_s f_t\right)$ – интеграл соударений Больцмана, θ – угол рассеивания центра масс, $f_s^{'}f_t^{'}$ – $f_s(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}_s^{'},t)f_t(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v}_t^{'},t)$, $d\Omega$ – элемент телесного угла, $\sigma_{st}(g_{st},\theta)$ – дифференциальное поперечное сечение рассеивания, $g_{st}=|\boldsymbol{v}_s-\boldsymbol{v}_t|$ – относительная скорость столкнувшихся частиц s и t, $n_s(\boldsymbol{r},t)$ – числовая плотность частиц s, $\boldsymbol{u}_s(\boldsymbol{r},t)$ – скорость дрейфа частиц, t – время, m_s – масса частицы s, $p_s = n_s k T_s$ – парциальное давление газа, k – постоянная Больцмана, T_s – температура частицы s, $\boldsymbol{\tau}_s$ – тензор напряжений.

Для случая, когда столкнувшиеся газы описываются функциями распределения Максвелла:

$$f_s^M(\vec{r},\vec{v}_s,t)=n_s(\vec{r},t)\left[\frac{m_s}{2\pi k T_s(\vec{r},t)}\right]^{3/2}\exp\left\{-m_s\left[\vec{v}_s-\vec{u}_s(\vec{r},t)\right]^2/2kT_s(\vec{r},t)\right\}, \quad (5)$$

то слагаемое $f_s f_t$ можно выразить как

$$f_s f_t = n_s n_t\left(\frac{m_s}{2\pi k T_s}\right)^{3/2}\left(\frac{m_t}{2\pi k T_t}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m_s c_s^2}{2kT_s}-\frac{m_t c_t^2}{2kT_t}\right). \quad (6)$$

Интегрирование по d^3c_t и d^3c_s производится при введении следующих скоростей [2]

$$\vec{c}_* = \vec{V}_c - \vec{u}_c + \beta\Delta u - \beta\vec{g}, \; \vec{g}_* = -\vec{g} - \Delta\vec{u}\;, \quad (7)$$

где $\vec{V}_c$ – скорость центра масс, $\vec{g}$ – относительная скорость:

$$\vec{V}_c = \frac{m_s\vec{v}_s + m_t\vec{v}_t}{m_s+m_t}, \; \vec{g}_{st} = \vec{v}_s - \vec{v}_t \quad (8)$$

$$\vec{u}_c = \frac{m_s\vec{u}_s + m_t\vec{u}_t}{m_s+m_t}, \; \Delta\vec{u} = \vec{u}_t - \vec{u}_s\,. \quad (9)$$

Параметр β и другие зависящие от температуры коэффициенты, которые будут использованы далее:

$$a^2 = \frac{2kT_sT_t}{m_tT_s+m_sT_t}, \; \alpha^2 = \frac{2kT_{st}}{\mu_{st}}, \; \beta = \frac{\mu_{st}}{m_s+m_t}\frac{T_t-T_s}{T_{st}}. \quad (10)$$

В (10) приведенная масса μ_{st} и приведенная температура T_{st} задаются следующими выражениями:

$$\mu_{st} = \frac{m_s m_t}{m_s + m_t}, T_{st} = \frac{m_s T_t + m_t T_s}{m_s + m_t} \tag{11}$$

Преобразуем скорости $(\vec{c}_s, \vec{c}_t)$ через $(\vec{c}_*, \vec{g}_*)$, а именно выразим

$$\vec{c}_s = \vec{c}_* - \psi \vec{g}_*, \vec{c}_t = \vec{c}_* + (1-\psi)\vec{g}_*, \tag{12}$$

где

$$\psi = \frac{m_t T_s}{m_t T_s + m_s T_t}, (1-\psi) = \frac{m_s T_t}{m_t T_s + m_s T_t}, \tag{13}$$

и преобразование $d^3 c_s d^3 c_t$:

$$d^3 c_s d^3 c_t = d^3 c_* d^3 g_* . \tag{14}$$

Используя выражения (10) и (12), слагаемое $f_s f_t$ принимает вид

$$f_s f_t = \frac{n_s n_t}{\pi^3 a^3 \alpha^3} \exp\left(-\frac{c_*^2}{a^2} - \frac{g_*^2}{\alpha^2}\right). \tag{15}$$

Подставляя уравнения (14) и (15) в выражение для сохранения импульса в общем виде [2]

$$\frac{\delta \vec{M}_s}{\delta t} = -\mu_{st} \iint d^3 c_s d^3 c_t f_s f_t g_{st} Q_{st}^{(1)} \vec{g}_{st}, \tag{16}$$

получим

$$\frac{\delta \vec{M}_s}{\delta t} = -\frac{\mu_{st} n_s n_t}{\pi^3 a^3 \alpha^3} \int d^3 c_* e^{-c_*^2/a^2} \int d^3 g_* e^{-g_*^2/\alpha^2} g Q_{st}^{(1)}(g)\vec{g} \cdot \tag{17}$$

Первый интеграл можно легко вычислить, используя сферическую систему координат для скорости, потому что интегрирование зависит только от величины c_*

$$\int d^3 c_* e^{-c_*^2/a^2} = 4\pi \int_0^\infty dc_* c_*^2 e^{-c_*^2/a^2} = \pi^{3/2} a^3 \cdot \tag{18}$$

Во втором интеграле выражение (8) (для $\vec{g}_{st}$) используется, чтобы выразить g_*^2 через слагаемые $\vec{g}$ и $\Delta\vec{u}$, а именно:

$$g_*^2 = g^2 + 2\vec{g}\Delta\vec{u} + (\Delta u)^2, \tag{19}$$

учитывая то, что $d^3g_* = d^3g$. Тогда второй интеграл в (17) выглядит так:

$$\int d^3 g g Q_{st}^{(1)}(g)\vec{g}\exp\left[-\frac{g^2 + 2\vec{g}\cdot\Delta\vec{u} + (\Delta u)^2}{\alpha^2}\right]. \tag{20}$$

С учётом уравнений (7) – (18) имеем

$$\frac{\delta E_s}{\delta t} = -\sum \frac{n_s m_s \nu_{st}}{m_s + m_t} 3k\left(T_s - T_t\right). \tag{21}$$

В настоящей работе рассматриваются электроны, взаимодействующие с нейтральным газом. В этом случае общепринято s обозначать через e, а индекс t через n. Полученный результат интересно сравнить с соответствующим уравнением переноса энергии в работе [3]:

$$\frac{2}{3}\frac{Q_e}{kN} - \delta\nu_e\left(T_e - T_n\right) = 0, \tag{22}$$

в котором эффективная частота соударений ν_e вычислена с использованием интегралов Чепмена-Каулинга [5]. Здесь интеграл переноса энергии электронами $\delta E_s/\delta t$ обозначено Q_e, а доля потери энергии одним электроном при упругих соударениях – $\delta = 2m_s/(m_s + m_t)$ [3], и таким образом уравнение (22) в наших обозначениях может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\delta E_s}{\delta t} = -\frac{3}{2}\delta n_s \nu_{st} k\left(T_s - T_t\right)\cdot \tag{23}$$

Кажущееся расхождение между (21) и (23) объясняется тем, что в [4] в δ включены эффекты неупругих соударений, и результат приведен в численном виде, что затрудняет применение (23). Множитель 1/2 можно объединить с частотой соударений ν_{en}, и говорить, о том, что частоты в этих выражениях отличаются на множитель 1/2, т. е.:

$$\nu_e = -\frac{1}{2}\sum \nu_{en}\ . \tag{24}$$

При использовании данных, полученных на Радиофизической обсерватории ХНУ имени В.Н. Каразина, в [6] показано, что значение эффективной частоты соударений [3] совпадает со значением частоты соударений электронов в 13-ти моментном приближении [2] с погрешностью порядка 1%, если в уравнении переноса энергии в [3] опустить множитель 2.

Выводы. В данной работе проведен анализ уравнения переноса энергии в D-области ионосферы исходя из 13-моментной системы уравнений переноса.

Показано, что значение эффективной частоты соударений ν_e [3] совпадает со значением частоты соударений электронов в 13-моментном приближении $\Sigma\nu_{en}$ с погрешностью порядка 1%, если в уравнении переноса энергии [3] опустить численный множитель 2. Это уравнение будет иметь вид $Q_e = -\Sigma 3\delta n_e \nu_{en} k(T_e - T_n)$ и будет соответствовать 13-моментному уравнению переноса энергии [2].

Список литературы: **1**. *Данилов А.Д.* Популярная аэрономия. – Л.: Гидрометеоиздат, 1989. – 230 с. **2**. *Schunk R.W., Nagy A.F.* Ionospheres: Physics, Plasma Physics and Chemistry. – Cambridge University Press, 2000. – 555 p. **3**. *Manson A.H., Meek C.E., Martynenko S.I., Rozumenko V.T., Tyrnov O.F.* VLF Phase Perturbations Produced by the Variability in Large (*V/m*) Mesospheric Electric Fields in the 60 – 70 km Altitude Range. In Characterising the Ionosphere (pp. 8_1 – 8_24). Meeting Proceedings RTO-MP-IST-056, Paper 8. Neuilly-sur Seine, France: RTO. Available from: http://www.rto.nato.int/abstracts.asp, 2006. **4**. *Gurevich A.V.* Nonlinear Phenomena in the Ionosphere. – Springer-Verlag, New York, 1978. – 370 p. **5.** *Maynard N.C., Croskey C.L., Mitchell J.D., Hale L.C.* Measurement of voltmeter electrical fields in the middle atmosphere // Geophys. Res. Lett. – 1981. – 8, 923. **6**. *Харитонова С.В.* Моделювання електродинамічних процесів на висотах мезосфери / Кваліфікаційна робота бакалавра прикладної фізики. – Х.: Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, 2008. – 41 стор.

Поступила в редколлегию 31.05.2010