УДК 620.179.14

Б.М. ГОРКУНОВ, д-р техн. наук, доц., НТУ “ХПИ”, Харьков
А.А. АВРАМЕНКО, канд. техн. наук, доц., НТУ “ХПИ”, Харьков
С.Г. ЛЬВОВ, канд. техн. наук, доц., НТУ “ХПИ”, Харьков
И.Б. ГОРКУНОВА, аспирант, НТУ “ХПИ”, Харьков

КАРТИНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВНУТРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ИЗДЕЛИЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ПОПЕРЕЧНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

В данной работе рассмотрены процессы проникновения электромагнитного поля в цилиндрическое изделие и определены линии распределения вихревых токов.

У даній роботі розглянуті процеси проникнення електромагнітного поля в циліндричний виріб та визначені лінії розподілу густини вихрових струмів.

In this paper the process of penetration of the electromagnetic field in a cylindrical-mechanical product line defined distribution of eddy currents.

Введение. В практике электромагнитного неразрушающего контроля в последнее время широкое распространение приобрели накладные преобразователи различных типов. Это связано, прежде всего, с возможностью проведения локального контроля параметров, бесконтактностью электромагнитного метода и его высокой производительностью [1–3].

Описанные в литературе накладные преобразователи (параметрические и трансформаторные), как правило, совмещают функции создания возбуждающего электромагнитного поля и измерения результирующего потока вследствие особенностей конструктивных решений. Последнее приводит к тому, что магнитное поле внутри и снаружи датчика даже в отсутствие изделия резко неоднородно. В связи с этим значительно усложняется анализ поведения выходных характеристик при измерении информативных параметров. Принципиальной особенностью рассмотренных в литературе накладных преобразователей является то, что ними определяются электромагнитные характеристики, усредненные по объему изделия, занимаемому зондирующим магнитным потоком. Эти усредненные значения могут отличаться от величин характеристик определяемых, например, вдоль или поперек направления проката. В связи с этим для решения различных практических задач имеет смысл определять свойства изделий в заданном направлении. Это особенно важно при наличии анизотропии характеристик. Оказывается, что если использовать однородное магнитное поле и разделить функции создания магнитного потока и измерения характеристик изделий, то можно определять направленные свойства изделий.

Основная часть. На основе теоретического анализа распространения магнитного поля в проводящей среде в работе определена картина распределения поля и плотности вихревых токов, что позволяет определять технические возможности электромагнитных методов и устройств.

Рассмотрим задачу проникновения поперечного однородного переменного магнитного поля в цилиндрическое токопроводящее изделие. Все обозначения приведены на рис. 1. Напряженность внешнего возбуждающего поля H_0 направлена перпендикулярно к оси цилиндра. Такое направление внешнего поля возбуждает в изделии дипольный вихревой ток, который протекает вдоль координаты Y.

Для определения выражений, описывающих распределение напряженности магнитного поля и плотности вихревого тока внутри цилиндрического образца, воспользуемся уравнениями Максвелла [3], которые имеют вид:

$$rot\,\bar{H} = \sigma\,\bar{E} + \frac{\partial\,\bar{E}}{\partial t}; \qquad (1)$$

$$rot\,\bar{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}, \qquad (2)$$

где E – напряженность электрического поля; t – время; B – магнитная индукция; σE – плотность тока.

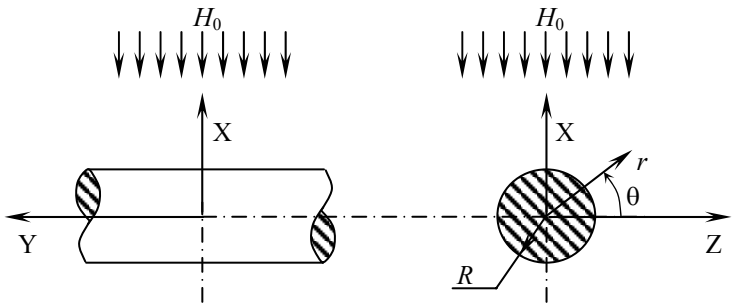

Рис. 1 – Цилиндрическое токопроводящее изделие и поперечном однородном магнитном поле

Примем общепринятые допущения, связанные с особенностями вихретокового контроля. Возбуждающее поле считается квазистационарным, и волновыми процессами в диэлектрической среде пренебрегают ввиду того, что размеры контролируемых изделий значительно меньше длины волны при используемых частотах внешнего поля. Так как напряженность магнитного поля невелика, то можно считать, что μ_r = const. Кроме того, предполагается,

что материал изделия характеризуется постоянным значением удельной электрической проводимости σ.

С учетом принятых допущений последним слагаемым в правой части уравнения (1) можно пренебречь.

В цилиндрической системе координат уравнения (1), (2) сводятся к системе уравнений

$$\frac{\partial j}{\sigma \partial r} = \frac{\partial B_\theta}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial j}{r\sigma \partial \theta} = -\frac{\partial B_r}{\partial t}, \tag{4}$$

где $j = \sigma E_y$; B_θ, B_r, E_y – составляющие индукции и напряженности электрического поля вдоль соответствующих координат.

Продифференцировав уравнение (1) по времени и используя выражения (3), (4), получим дифференциальное уравнение для плотности продольного тока

$$\frac{\mu_r}{\sigma}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial j}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 j}{\partial \theta^2}\right] = \frac{\partial j}{\partial t}, \tag{5}$$

Решение этого уравнения для случая $r \le R$ получим в виде:

$$j = \frac{\partial N}{\partial t} I_1(kr)\sin\theta \tag{6}$$

где N – комплексная константа; I_1 – модифицированная функция Бесселя первого рода первого порядка; $k = \sqrt{2i}/\delta$.

Для случая $r \ge R$ электромагнитное поле является потенциальным, то есть удовлетворяет уравнению rot$H$ = 0, или $H = \operatorname{grad}\Omega$, где потенциал Ω находится из выражения:

$$\Omega = Hr\cos\theta + C\cos\frac{\theta}{r}. \tag{7}$$

Здесь C – константа. В цилиндрической системе координат справедливы выражения

$$H_r = \frac{\partial \Omega}{\partial r}, \qquad H_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}, \tag{8}$$

где H_r и H_θ – составляющие напряженности магнитного поля.

Граничные условия определяются соотношениями

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial t}(r \le R) = \frac{\partial H_\theta}{\partial t}(r \ge R), \tag{9}$$

$$\mu_0\mu_r \frac{\partial H_r}{\partial t}(r \le R) = \mu_0 \frac{\partial H_r}{\partial t}(r \ge R). \qquad (10)$$

Используя (3), (4) и (8), получим [4, 5]:

$$\frac{1}{\mu_0\mu_r\sigma}\frac{\partial j}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial \theta}, \qquad (11)$$

$$-\frac{1}{\sigma r}\frac{\partial j}{\partial \theta} = \frac{\partial \Omega}{\partial r}. \qquad (12)$$

Подставив выражения (6) и (7) в уравнения (11) и (12) и решая эту систему при $r = R$, получим выражения для определения констант $\dot{N}$ и $\dot{C}$

$$\dot{N} = \frac{2H_0\mu_r R\sigma}{kR\left[I_0(kR) + \frac{\mu_r + 1}{kR} I_1(kR)\right]}, \qquad (13)$$

$$C = H_0 R^2 \left\{ \frac{2\mu_r I_1(kR)}{kR\left[I_0(kR) + \frac{\mu_r - 1}{kR} I_1(kR)\right]} \right\}, \qquad (14)$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, H_0 – напряженность внешнего возбуждающего магнитного поля.

В дальнейшем будем использовать понятие напряженности поперечного магнитного поля, выражение для которой имеет вид:

$$H_1 = H_r \sin\theta - H_\theta \cos\theta, \qquad (15)$$

В итоге для области $r \le R$

$$H_1 = H_0 \frac{I_0(kR) - I_2(kR)\cos 2\theta}{I_0(kR) + \frac{\mu_r - 1}{kR} I_1(kR)}, \qquad (16)$$

а для $R \le r \le \infty$

$$H_1 = H_0 \left[1 - \frac{I_2(kR) - \frac{\mu_r - 1}{kR} I_1(kR)}{I_0(kR) + \frac{\mu_r - 1}{kR} I_1(kR)} \frac{R^2}{r^2} \cos 2\theta \right], \qquad (17)$$

где I_2 – модифицированная функция Бесселя первого рода второго порядка.

В практике неразрушающего контроля и измерений используется выражение для напряженности результирующего поперечного переменного

магнитного поля снаружи изделия, так как оно характеризует реакцию цилиндрического объекта на возбуждающее внешнее поле.

Для немагнитного изделия ($\mu_r \approx 1$) выражение (17) упрощается и принимает вид:

$$H_1 = H_0\left[1 - \frac{I_2(kR)}{I_0(kR)}\frac{R^2}{r^2}\cos 2\theta\right]. \qquad (18)$$

Характерной особенностью выражений для расчета внешней напряженности магнитного поля (см. формулы (17) и (18)) является зависимость величины H_1 от угловой координаты θ. Для определения картины распределения плотности вихревых токов в сечении изделия воспользуемся соотношениями (6) и (13).

На рис. 2 *а*, *б* представлены зависимости безразмерной плотности j/N от относительного радиуса r/R при θ = const для случаев: x = 0,5 (рис. 2 *а*) и x = 8,0 (рис. 2 *б*). Как видно, с ростом x (или частоты) зависимости j/N от r/R существенно искривляются.

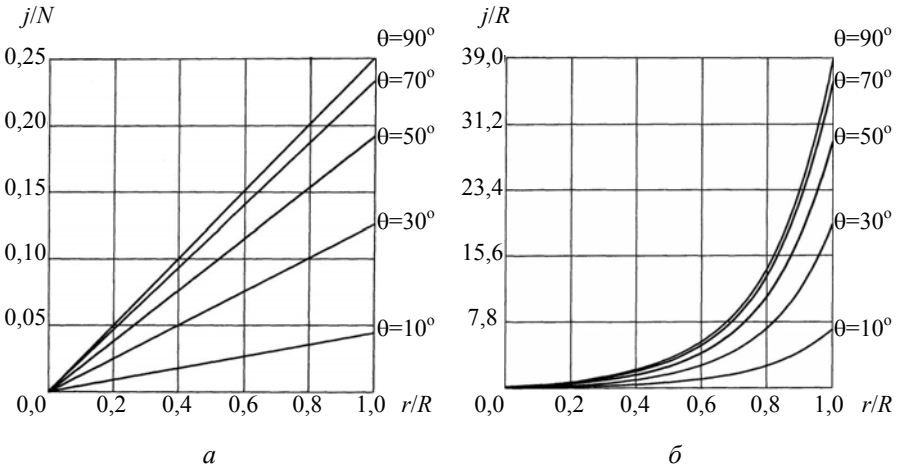

Рис. 2 – Зависимость безразмерной плотности от относительного радиуса: *а* – при x = 0,5; *б* – при x = 8,0

Рис. 3 *а*, *б* иллюстрируют картину распределений линий равной плотности вихревых токов по сечению образца для тех же случаев величин x. Как видно, увеличение параметра x (или частоты) приводит к вытеснению вихревого тока в поверхностные слои изделия.

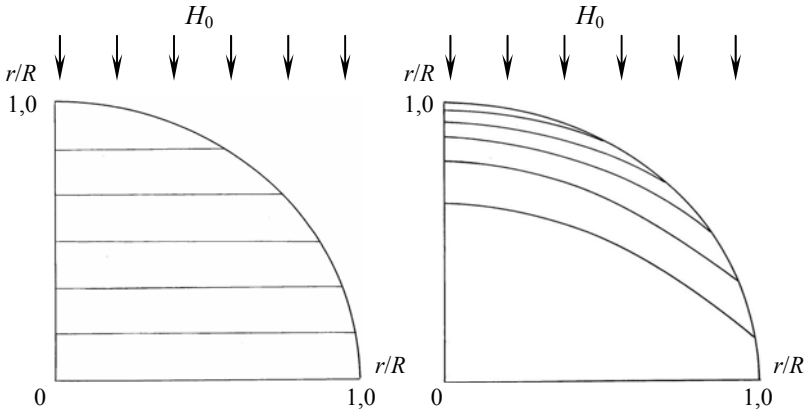

Рис. 3 – Распределение линий равной плотности вихревых токов по сечению образца: *а* – при x = 0,5; *б* – при x = 8,0

Выводы. Определяемые электромагнитные параметры цилиндрических изделий при различных частотах возбуждающего поля соответствуют определенным глубинам проникновения магнитного поля в изделие. Если глубина проникновения магнитного поля соизмерима или несильно отличается от радиуса изделия, то можно определить среднее по сечению образца значение этих параметров. Тогда, полученные значения электромагнитных параметров можно сравнить с данными контрольных методов измерений тех же значений на постоянном токе (например, мостового, контактного, баллистического).

В частности, представляет практический интерес оценка отклонений усредненных значений параметров (низкие частоты) от величин этих параметров в поверхностных слоях (высокие частоты). Эта задача интересна тем, что вследствие различных видов обработок (механических, термических и др.) структура поверхностных слоев изделия значительно искажается по сравнению с внутренними областями. Последнее обстоятельство может привести к изменению электромагнитных параметров.

Список литературы: **1**. *Кифер И.И.* Испытания ферромагнитных материалов / *И.И. Кифер*. – М., Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 544 с. **2.** *Чернышев Е.Т., Чернышева Н.Г., Чечурина Е.Н.* Магнитные измерения на постоянном и переменном токе. – М.: Стандартгиз, 1962. – 184 с. **3.** Неразрушающий контроль: Справочник: В 7 т. / Под общ. ред. *В.В. Клюева*. Т.2: В 2 кн. – М.: Машиностроение, 2003. – 688 с. **4.** *Авраменко А.А., Себко В.П., Горкунов Б.М.* Бесконтактное измерение удельной электрической проводимости // Дефектоскопия. – 1988. – № 12. – С. 77 – 80. **5.** *Авраменко А.А., Горкунов Б.М., Тюпа И.В., Скопенко В.В.* Определение поверхностных дефектов в поперечном электромагнитном поле ферромагнитных объектов // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – 2010. – № 12.– С. 202 – 205.

Поступила в редколлегию 14.11.2012