

УДК 62-50

***Е. П. ГОМОЗОВ***, канд. физ.-мат. наук, доцент НТУ «ХПИ»,  
***М. В. МЕЗЕРНАЯ***, ст. преподаватель НТУ «ХПИ»

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЦЕНКИ БИЗНЕСА С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ ТИПА БЛЕКА-СКОЛЗА**

Розглянуто задачу визначення стратегії управління бізнесом по капіталізації. Уведено математичну модель оцінки бізнесу та очікуваної інвестором процентної ставки.

Рассмотрена задача определения стратегии управления бизнесом по капитализации. Введена математическая модель оценки бизнеса и ожидаемой инвестором процентной ставки.

The problem of determining the management strategy of business capitalization considered. A mathematical model for assessing the business and the expected investor interest was infused.

**Введение.** Еще недавно общепринятой финансовой теорией была версия модели эффективного рынка (ЕМН), в соответствии с которой цены отражают всю публичную информацию. Аналитики ценных бумаг становятся причиной рыночной эффективности. Фундаменталисты формируют справедливую цену путем консенсуса. [1] Развитие экономики финансов

продолжалось на основе слабой формы ЕМН и ее предположении о том, что ценовые изменения независимы. Главными достижениями были модель расчета цен опционов Блека и Сколза [2]

Современная экономическая практика характеризуется наличием структурно неустойчивых рынков, включенных в качестве узлов в функционирующую в режиме реального времени сеть мировой экономики. Как показали многочисленные исследования, на таких рынках рыночные прибыли не следуют нормальному распределению, волатильность может быть весьма неустойчивой.

Таким образом, подтвердилось предположение Петерса [3], о том, что люди не признают трендов и не реагируют на них до тех пор, пока эти тренды хорошо не установятся и принимают решение, которое обусловлено накопленной, но до этого игнорируемой информацией. Такое поведение коренным образом отличается от предполагаемых действий рационального инвестора, который, в соответствии с ЕМН, немедленно использует новую информацию для принятия инвестиционных решений. ЕМН хорошо моделируется уравнениями типа диффузии.

Фрактальная модель рынка (ФМН) создавалась как альтернатива к ЕМН. ФМН придает особое значение влиянию информации и инвестиционным горизонтам в поведении инвесторов. Основными инструментами ФМН служат фрактальная геометрия и теория хаотических систем.

Основные пять предположений выдвинуты Петерсом для ФМН [4]:

- Рынок создают множество индивидуумов с большим количеством различных инвестиционных горизонтов.
- В структуре ФМН справедливы и технический, и фундаментальный анализ, потому что влияние информации в основном зависит от каждого индивидуального инвестиционного горизонта.
- основополагающим фактором, влияющим на стабильность рынка, является ликвидность. Ликвидность достигается, когда рынок состоит из множества инвесторов с множеством различных инвестиционных горизонтов. Таким образом, рыночная стабильность определяется фрактальной структурой инвестиционных горизонтов участников.
- Цены отражают комбинацию краткосрочного технического анализа и долгосрочной фундаментальной оценки.
- Если риск не связан с экономическим циклом, то не будет существовать долгосрочных трендов.

Цель ФМН – создать модель поведения инвестора и движения рыночных цен, которая соответствует наблюдениям. Когда рынок стабилен, ЕМН работает достаточно хорошо. Но как только наступает паника и обвал рынка, ЕМН, модель арбитражного ценообразования (АРТ) и модель ценообразования капитальных активов (САРМ) дают сбой, поскольку являются равновесными моделями, которые не приспособлены к нестабильным условиям.

Основными инструментами ФМН служат фрактальная геометрия и теория хаотических систем. Необходимость в применении теории хаотических систем возникает при анализе финансовых данных за большой период времени.

**Постановка задачи.** Получить динамические модели оценки бизнеса и процентных ставок на основе ФМН.

**Модели измерения риска.** Любая математическая модель оценки рисков, которая претендует на адекватность описания портфелей брендов, должна иметь точки бифуркации типа бифуркации Хопфа и бифуркации цикла со срывом в хаотический режим.

При построении моделей на основе ФМН мерой систематического риска в задачах оценки бизнеса уместно считать *фрактальную размерность*  $D(S)$  временного ряда наблюдаемых цен или  $D(r)$  временного ряда наблюдаемых доходностей.

Мерой несистематической компоненты риска в таких задачах уместно считать величину  $H$ , где  $H$  – показатель Херста.

Эти условия, на самом деле, устанавливают соотношения между динамическими и фрактальными аспектами хаотических режимов поведения рынков ценных бумаг.

**Прогнозная модель оценки стоимости бизнеса на основе фундаментального анализа.** Обозначим через  $V(t)$  текущая стоимость бизнеса,  $\mu(t)$  – ожидаемую доходность,  $\sigma(t)$  – среднее квадратичное отклонение выборки стоимостей,  $W(t)$  – стандартный независимый винеровский процесс. Функции  $V(t)$ ,  $\mu(t)$ ,  $\sigma(t)$  определяются на основе процедур независимой оценки бизнеса и моделирования на основе ретроспективного временного ряда полученных результатов. Эта процедура по определению отражает взгляды типичного инвестора с длинным инвестиционным горизонтом, поэтому изменение стоимости бизнеса можно описать достаточно стандартным стохастическим уравнением:

$$dV(t) = V(t)[\mu(t)dt + \sigma(t)dW(t)] \quad (1)$$

Под текущей доходностью бизнеса будем понимать

$$\ln V(t) = \int_0^t \mu(t)dt + \int_0^t \sigma(t)dW(t) \quad (2)$$

**Прогнозная модель оценки стоимости бизнеса на основе технического анализа.**

Современные трейдеры с максимум однодневным инвестиционным горизонтом будут в большей степени интересоваться информацией, получаемой из технического анализа, для них фундаментальная информация имеет небольшое значение.

Поэтому для моделирования прогнозной стоимости акций на фондовой бирже и их доходностей представляется уместным использовать процессы типа Парето-Леви, обладающие фрактальными свойствами. В дальнейшем через  $\omega(t)$  обозначим фрактальный броуновский процесс,  $r(t)$  – ставку доходности операции с акциями.

Будем считать, что наиболее приемлемой моделью ставки доходности на фондовом рынке является модель типа Блека, Бермана, Тоя:

$$dr(t) = \alpha(t)r(t)dt + \gamma d\omega(t) \quad (3)$$

#### **Динамическая модель оценки рыночной капитализации бизнеса типа уравнения Блека-Сколза.**

Примем, что стоимость акции  $S(V,t)$  является своего рода производным финансовым инструментом от рыночной стоимости бизнеса, полученной в результате расчетов по описанной выше модели в соответствии с формулами (1,2). Обозначим далее через  $\mu$  безрисковую ставку доходности (для ее подсчета используется модель *spot rate* для «оторванных» Treasury bill по программе STRIPS).

Как известно, в силу уравнения (1)  $V(t)$  эволюционирует как процесс Ито. Поэтому можно использовать лемму Ито для модели изменения стоимости  $S(V,t)$ :

$$dS = (S_t + \mu S_V + 0,5\sigma^2 V^2 S_{VV})dt + \sigma V S_V dW \quad (4)$$

С другой стороны, мгновенное изменение стоимости  $S(V,t)$  с учетом накопленной информации:  $dS = rSdt + \sigma V S_V dW$ , что, учитывая уравнение (4), дает искомую **модель оценки рыночной капитализации бизнеса**:

$$S_t + \mu S_V + 0,5\sigma^2 V^2 S_{VV} = rS \quad (5)$$

Численные расчеты были проведены по данной модели на примерах, взятых из листингов акций Нью-Йоркской фондовой биржи (NYSE). Эти листинги размещены на сайте [www.nyse.com](http://www.nyse.com). Результаты расчетов показали как высокую степень согласованности модельных показателей с реальными, так и возможность прогнозирования точек перелома тренда.

Были получены также критические значения показателя  $\mu$  для разных классов акций. Модельное поведение рынка акций на NYSE оказалось близким к реальному. В частности, при переходе значения  $\mu$  через критическое, описываемые моделью бифуркации типа эффекта Фейгенбаума оказывались близкими к реальному поведению фондового рынка в условиях мирового финансового кризиса.

**Выводы.** Предлагаемые динамические фрактальные модели имеют компьютерную реализацию. Классические методы приближенных решений дифференциальных уравнений дополнены вычислительными методами

теории бифуркаций и стохастического программирования. Необходимые параметры определяются по данным фондового рынка.

**Список литературы:** 1. Lorie J. H. and Hamilton M. T. The Stock Market: Theories and Evidence. – Homewood, IL: – Richard D. Irwin, – 1973. 2. Black F. and Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. – Journal of Business 45. – 1973. 3. Пемперс Э. Хаос и Порядок на Рынках Капитала: Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: – Мир. – 2000. 4. Peters E. Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment & Economics. J. Wiley&Sons. – New York. – 1994.

Поступила в редколлегию 12.03. 09

