

А.А. КЛИМЕНКО, аспирант НТУ «ХПИ»,
Л.Г. РАСКИН, д-р. техн. наук профессор НТУ «ХПИ»

ПРОБЛЕМА «ЛЕЧЕНИЯ ОСОБЕЙ-ИНВАЛИДОВ» ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОПУЛЯЦИЙ В ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМАХ

Рассмотрен возможный негативный результат операции скрещивания при формировании популяции в генетическом алгоритме. Предложена простая процедура «лечения особей-инвалидов». Приведен пример, иллюстрирующий методы «лечения».

Розглянуто ймовірний негативний результат операцій схрещування при формуванні популяцій в генетичному алгоритмі. Запропонована проста процедура «лікування особин-інвалідів». Наведений приклад, який ілюструє методи «лікування».

The possible negative result of forming crossing operation of populace is considered in a genetic algorithm. The simple procedure of «treatment of individuals-invalids» is offered. An example, illustrating the methods of «treatment», is resulted.

Введение. Большое число проблем экономики, техники, социологии, медицины и др., сводится к однотипной математической задаче отыскания экстремума функции многих переменных, с учетом большого числа ограничений. Совокупность этих задач образует специфический класс математического программирования. Отыскание решения многих из этих задач сводится к комбинаторному перебору возможных вариантов. Предложенные Холландом [1] генетические алгоритмы – современный и эффективный инструмент решения переборных задач или задач, к ним сводящихся. Генетический алгоритм реализует специфическую процедуру отыскания наилучшего решения, которая во многом аналогична эволюции живых организмов в природе. Работа генетического алгоритма начинается с формирования множества допустимых вариантов решений задачи (в терминах, введенных Холландом, каждый вариант решения называется особью, а их множество – популяцией). В дальнейшем осуществляется многократное итерационное повторение следующих операций:

- проверяется критерий останова;
- анализируются созданные на предыдущей итерации варианты решения задачи, и осуществляется отбор заданного числа лучших;
- лучшие особи предыдущей популяции используются для формирования новой популяции.

Быстродействие генетического алгоритма в существенной степени зависит от эффективности процедуры формирования особей при образовании популяции на каждом шаге работы алгоритма. Дело в следующем. Каждая особь в новой популяции является результатом воздействия специфических

операторов генетического алгоритма (в частности, скрещивания и мутации) на генетические коды особей предыдущей популяции. При решении многих конкретных задач никаких специальных требований к формируемым при этом особям не предъявляются. Рассмотрим, например, задачу полиномиальной аппроксимации развивающегося во времени одномерного процесса, наблюдаемого на некоторой совокупности моментов времени (T_1, T_2, \dots, T_n) . Пусть наблюдаемые значения процесса образуют набор (y_1, y_2, \dots, y_n) . Введем модель процесса в виде полинома выбранной степени d :

$$y(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_d t^d. \quad (1)$$

Задача состоит в отыскании набора неизвестных коэффициентов в уравнении регрессии (1), которые наилучшим образом (например, в смысле наименьших квадратов) описывают процесс. Эта задача сводится к отысканию вектора $A^T = (a_1, a_2, \dots, a_d)$, минимизирующего функционал

$$J = (H \cdot A - Y)^T (H \cdot A - Y),$$

где

$$H = \begin{pmatrix} 1 & T_1 & T_1^2 & \dots & T_1^d \\ 1 & T_2 & T_2^2 & \dots & T_2^d \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & T_n & T_n^2 & \dots & T_n^d \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Генетический алгоритм легко справляется с этой задачей. При этом особь представляет собой набор из $(d+1)$ генов, каждый из которых определяет значение соответствующего элемента вектора A . Понятно, что никакие ограничения на значения коэффициентов $a_i, i = 0, 1, \dots, d$, не накладываются. Иначе дело обстоит в оптимизационных задачах с ограничениями. Пусть, например, рассматривается задача рационального распределения некоторого одномерного ресурса, расходуемого при изготовлении n типов.

Введем:

x_j – планируемое для изготовления количество изделий j -го типа, $j = 1, 2, \dots, n$;

$\varphi_j(x_j)$ – прибыль, получаемая от реализации x_j изделий j -го типа, $j = 1, 2, \dots, n$;

a_j – значение ресурса, расходуемого при изготовлении одного изделия j -го типа, $j = 1, 2, \dots, n$;

c – заданное значение суммарного расходуемого ресурса.

Тогда задача состоит в отыскании набора значений ресурса, выделяемого для изготовления изделий $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, максимизирующего

$$F(x) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(x_j) \quad (2)$$

и удовлетворяющего ограничениям

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j = c, \quad (3)$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

При решении этой задачи с применением генетического алгоритма каждая особь в популяции задает набор переменных, удовлетворяющий ограничениям (3), (4). Понятно, что в результате проведения операции скрещивания формируемые при этом новые особи ограничению (3) удовлетворять не будут. Таким образом, появляются особи, в терминологии Холланда – «инвалиды», которые не могут быть использованы при решении задачи. Понятно, что возникающая при этом проблема носит общий характер и является характерной особенностью огромного числа различных задач. Решение проблемы возможно одним из следующих способов.

Первый состоит в использовании специальных приемов преобразования задачи таким образом, чтобы обеспечить реализацию безопасного, с точки зрения возможного появления «инвалидов», проведения операции скрещивания. В частности, при решении и общей задачи математического программирования применение метода штрафных функций переводит исходную задачу условной оптимизации в безусловную. При этом «здоровые» особи популяции при скрещивании дают заведомо «здоровое» потомство.

Второй путь состоит в том, чтобы в случае возникновения при очередном скрещивании особи-«инвалида», повторять эту операцию до появления «здоровой» особи.

Третий путь – разработка конкретных приемов «лечения инвалидов» применительно к каждой решаемой задаче.

Простой анализ перечисленных способов обеспечения нормального функционирования генетического алгоритма дает возможность сделать следующие выводы. Первый путь носит общий характер, поэтому эффективность его применения существенно зависит от формирования решаемой задачи. Второй путь может быть полезен лишь для ограниченного числа задач, в которых множество возможных вариантов решения невелико. В связи с этим наиболее перспективен – третий путь.

Цель статьи – разработка эффективного метода «лечения инвалидов» для конкретной комбинаторной задачи коммивояжера.

Постановка задачи. Как известно [2] задача коммивояжера состоит в отыскании замкнутого кратчайшего маршрута обхода без петель заданного числа пунктов. Формальная постановка задачи имеет вид [3]: найти булеву матрицу $x = (x_{ij})$, доставляющую минимум линейной форме:

$$L(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij},$$

переменные которой удовлетворяют ограничениям:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$n_i - n_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь

n - число пунктов;

c_{ij} - расстояние между пунктами (i, j) ;

x_{ij} - индикатор, равный единице, если в маршруте есть звено,

непосредственно соединяющее пункты (i, j) , и равный нулю в противном случае.

При решении этой задачи генетическим алгоритмом особи представляет собой набор генов-чисел, номер каждого из которых соответствует номеру шага в маршруте обхода пунктов, а численное значение определяет номер пункта посещаемого на очередном шаге. Понятно, что результатом скрещивания двух особей будет особь-«инвалид», задающая маршрут, в котором некоторые пункты будут повторяться дважды, а другие – вообще отсутствовать. Поставим задачу построения процедуры быстрого «лечения инвалидов», возникающих в результате проведения операции скрещивания.

Основные результаты. Предлагаемая процедура лечения очень проста, ее смысл и содержание целесообразно проиллюстрировать на примере.

Пусть число пунктов обхода $n = 8$. Каждую особь представим в виде матрицы, строки которой пронумерованы в порядке шагов маршрута, а столбцам соответствуют номера пунктов. Элементы этой матрицы – единицы и нули, причем если элемент $a_{ij} = 1$, то это означает, что на i -м шаге маршрута посещается j -й пункт. На рис. 1 приведен возможный вариант маршрута $N1$ и $N2$. Соответствующие этим маршрутам особи представлены на рис. 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1						
2				1				
3							1	
4	1							
5			1					
6								1
7					1			
8						1		

Вариант маршрута $N1$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1				1				
2								1
3							1	
4						1		
5					1			
6	1							
7			1					
8		1						

Вариант маршрута $N2$

Рис. 1. Варианты маршрутов $N1$ и $N2$

2	4	7	1	3	8	5	6
---	---	---	---	---	---	---	---

Особь, задающая маршрут $N1$ (первый родитель)

4	8	7	6	5	1	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---

Особь, задающая маршрут $N2$ (второй родитель)

Рис. 2. Особи, задающие маршруты $N1$ и $N2$

Будем считать, для простоты, что операция скрещивания реализует одноточечный кроссовер. В результате скрещивания получим два потомка, представленных на рис. 3, 4.

2	4	7	1	5	1	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---

Особь-потомок $N1$

4	8	7	6	3	8	5	6
---	---	---	---	---	---	---	---

Особь-потомок $N2$

Рис. 3. Особи-потомки $N1$ и $N2$

Оба потомка – «инвалиды». Действительно в маршруте, соответствующем потомку $N1$, пункты $N1$ и $N2$ посещаются дважды, а пункты $N6$ и $N8$ в нем отсутствуют. Приведем матрицы, представляющие маршруты, получаемые в результате скрещивания.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1						
2				1				
3							1	
4	1							
5					1			
6	1							
7			1					
8		1						

Потомок 1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1				1				
2								1
3							1	
4						1		
5			1					
6								1
7					1			
8						1		

Потомок 2

Рис. 4. Матрицы, соответствующие маршрутам для потомков $N1$ и $N2$

В матрице для потомка 1 столбцы 1 и 2 содержат по две единицы, а столбцы 6 и 8 их не содержат. В матрице для потомка N2 по две единицы содержат столбцы 6 и 8, а столбцы 1 и 2 их не содержат. Для «лечения каждого инвалида» предлагается следующая двухэтапная процедура. На первом этапе в матрице-потомке отыскиваются столбцы, содержащие две единицы и нулевые столбцы. На втором этапе «лишние» единицы из столбцов первой группы перемещаются в столбцы второй группы.

Результат применения этой процедуры для приведенных выше матриц-потомков представлен на рис. 5, а излеченные особи – на рис. 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		1						
2				1				
3							1	
4	1							
5					1			
6						1		
7			1					
8								1

	1	2	3	4	5	6	7	8
1				1				
2								1
3							1	
4						1		
5			1					
6		1						
7					1			
8	1							

Рис. 5. Матрицы, соответствующие маршрутам для излеченных потомков N1 и N2

2	4	7	1	5	6	3	8
---	---	---	---	---	---	---	---

Особь – излеченный потомок N1

4	8	7	6	3	2	5	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Особь – излеченный потомок N2

Рис. 6. Результат применения процедуры «лечения инвалидов»

Выводы. Таким образом, предложена простая и эффективная процедура «лечения инвалидов», возникающих в результате применения операции скрещивания при получении популяции в генетическом алгоритме решения задач коммивояжера. Приведен пример применения процедуры для случая, когда при скрещивании использовался одноточечный кроссовер. Понятно, что эта же процедура может быть реализована и при скрещивании с многоточечным кроссовером.

Список литературы: 1. John Holland. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials. SIAM Journal on Computation, 2: p. 88-105, 1973. 2. Литтл Дж. Алгоритм для решения задачи о коммивояжере : Пер. с англ. / Дж. Литтл., К. Мурги, Д. Суини, К. Кэрл / «Экономика и математические методы», 1965, - т.1, №1. – с. 34-42. 3. Корбут А.А. Дискретное программирование / А.А. Корбут, Ю.Ю. Финкельштейн. – М.: Наука, 1969. – 288 с.

Поступила в редколлегию 23.03.09