УДК 519.85

М. В. ТАЩИЛИН, ассистент, ЛНАУ (г. Луганск),
Т.И. КАТКОВА, канд. пед. наук, БУМБ (г. Бердянск)

НЕЧЕТКАЯ ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА С РЕГРЕССИОННЫМ МЕХАНИЗМОМ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

Розглянуто задачу опису зв'язку «багатовимірний вхід - вихід». Проведено аналіз традиційних методів розв’язання цієї задачі. Запропоновано методику побудови лінійного по параметрах регресійного механізму логічного виводу для експертної системи з нечіткими вхідними даними.

Рассмотрена задача описания связи «многомерный вход - выход». Проведен анализ традиционных методов решения этой задачи. Предложена методика построения линейного по параметрам регрессионного механизма логического вывода для экспертной системы с нечеткими входными данными.

The task of description of «multidimensional entrance is an output» - connection is considered. The analysis of traditional decision methods of this task is conducted. The construction method of linear on parameters regressive mechanism of inferencing is offered for a consulting model with unclear datains.

Введение. Сложность проблем, которые возникают при решении конкретных задач описания реального мира естественным языком, вызвала необходимость в новых формальных методах и концепциях, которые включают теорию нечетких множеств. При этом одной из наиболее трудных является задача описания многомерных зависимостей вида

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n). \qquad (1)$$

В настоящее время для формализации причинно-следственных связей между переменными «вход-выход»,широко используются базы нечетких знаний, которые воплощают в себе описание этих связей на естественном языке с применением теории нечетких множеств и лингвистических переменных [1].

Нечеткие базы знаний реализуется в виде совокупности нечетких правил "Если - тогда", определяющие взаимосвязь между входами и выходами исследуемого объекта. Обобщенный формат нечетких правил такой:

Если <посылка правила>, тогда <вывод правила>.

При описании многомерных зависимостей "входы-выходы" используют нечеткие логические операции И и ИЛИ. Удобно правила формулировать так, чтобы внутри каждого правила переменные объединялись логической операцией И, а правила в базе знаний связывались операцией ИЛИ. В этом случае нечеткую базу знаний, которая связывает входы $X = (x_1, x_2, \ldots x_n)$ с выходом y, можно представить в следующем виде:

$$\bigcup_{p=1}^{k_j}\left[\bigcap_{i=1}^{n}\left(x_i = a_i^{jp}\right)\right] \longrightarrow y = d_j,\ j = \overline{1,m}, \qquad (2)$$

где a_i^{jp} - лингвистическая оценка входной переменной x_i в p-м субправиле j-го правила; k_j - количество правил, определяющих значение выходной переменной $y = d_j$; d_j - лингвистическая оценка выходной переменной y, полученная в соответствии с j-м правилом, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, $p = \overline{1,k_j}$.

Таким образом, искомое соотношение (1), устанавливающее связь между входными параметрами x_i и выходной переменной y, формализовано в виде системы нечетких логических высказываний (2).

Лингвистические оценки a_i^{jp} переменных $x_1,...,x_n$, которые входят в логические высказывания (2), будем рассматривать как нечеткие множества, определенные на универсальных множествах $U_i = \left[\underline{x_i}, \overline{x_i}\right]$, $i = \overline{1,n}$.

Введем следующие обозначения:

$\mu^{a_i^{jp}}(x_i)$ - функция принадлежности параметра $x_i \in \left[\underline{x_i}, \overline{x_i}\right]$ к нечеткому терму a_i^{jp}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, $p = \overline{1,k_j}$;

$\mu^{d_j}(x_1, x_2, ..., x_n)$ - функция принадлежности вектора входных переменных $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ значению выходной переменной $y = d_j$, $j = \overline{1,m}$.

Тогда связь между функциями принадлежности для выходных переменных и функциями принадлежности входных переменных описывается системой логических уравнений

$$\mu^{d_j}(x_1, x_2, ..., x_n) = \bigvee_{p=1}^{k_j}\left[\bigwedge_{i=1}^{n}\mu^{a_i^{jp}}(x_i)\right],\ j = \overline{1,m}. \qquad (3)$$

Постановка задачи. Описанная в форме (3) процедура получения нечеткого логического вывода, по существу, представляет собой реализацию нечеткой продукционной экспертной системы со всеми недостатками, присущими таким системам:

- отсутствует возможность учета различий в важности контролируемых входных переменных $x_1, x_2, ...x_n$;
- для каждого из продукционных правил (2) отсутствует возможность учета различий в важности субправил;
- жесткая схема логического вывода, задаваемая (3), может привести к неконтролируемым ошибкам в диагнозе (для этого достаточно, чтобы минимальное значение функции

принадлежности только для одного из правил субпродукции оказалось больше остальных);

- множество правил базы знаний много меньше числа возможных вариантов значений входных переменных, поэтому на практике могут возникать варианты, не предусмотренные в базе знаний;
- в системах такого типа, в особенности, если число входных переменных велико, практически невозможно учесть синергетический эффект, который возможен при совместном появлении некоторых конкретных значений отдельных переменных.

Цель статьи - разработка механизма логического вывода, который в большей мере, нежели продукционный, соответствовал бы модели (1). Рассмотрим возможность использования для решения этой задачи линейного по параметрам, но нелинейного по факторам уравнения регрессии. Для простоты будем считать, что парные взаимодействия переменных в достаточной мере определяют появление синергетического эффекта.

Основные результаты. Пусть проведена серия, содержащая N замеров значений контролируемых переменных, в результате которых получена матрица

$$H = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1i} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2i} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{l1} & x_{l2} & \dots & x_{li} & \dots & x_{ln} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Ni} & \dots & x_{Nn} \end{pmatrix}.$$

Здесь вектор $X_l = (x_{l1}, x_{l2}, \dots x_{li}, \dots x_{ln})$ соответствует результатам проведения l-го эксперимента. Полученные данные используем следующим образом. Каждому значению x_{li} поставим в соответствие m чисел

$$\left(z_i^{1l}, z_i^{2l}, \dots, z_i^{jl}, \dots, z_i^{ml}\right),\ i = \overline{1,n},$$

где z_i^{jl} - число, показывающее, насколько значение x_{li} переменной x_i в l-том эксперименте благоприятно для j-го варианта действий, $z_i^{jl} \in [0,1]$.

Одновременно вектору X_l поставим в соответствие m чисел $\left(d_1^l, d_2^l, \dots, d_j^l, \dots, d_m^l\right)$, $l = \overline{1,N}$, где d_j^l - степень целесообразности

использования j-го варианта действий, если набор контролируемых параметров образует вектор X_l, $d_j^l \in [0,1]$.

С использованием этих наборов введем матрицы и векторы

$$H_j = \begin{pmatrix} z_1^{j1} & z_2^{j1} & \dots & z_i^{j1} & \dots & z_n^{j1} & z_1^{j1} z_2^{j1} & z_1^{j1} z_3^{j1} & \dots & z_{i_1}^{j1} z_{i_2}^{j1} & \dots & z_{n-1}^{j1} z_n^{j1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_1^{jl} & z_2^{jl} & \dots & z_i^{jl} & \dots & z_n^{jl} & z_1^{jl} z_2^{jl} & z_1^{jl} z_3^{jl} & \dots & z_{i_1}^{jl} z_{i_2}^{jl} & \dots & z_{n-1}^{jl} z_n^{jl} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_1^{jN} & z_2^{jN} & \dots & z_i^{jN} & \dots & z_n^{jN} & z_1^{jN} z_2^{jN} & z_1^{jN} z_3^{jN} & \dots & z_{i_1}^{jN} z_{i_2}^{jN} & \dots & z_{n-1}^{jN} z_n^{jN} \end{pmatrix},$$

$$D_j^T = \begin{pmatrix} d_j^1 & d_j^2 & \dots & d_j^l & \dots & d_j^N \end{pmatrix},$$

$$A_j = \begin{pmatrix} a_1^j & a_2^j & \dots & a_i^j & \dots & a_n^j & a_{12}^j & a_{13}^j & \dots & a_{i_1 i_2}^j & \dots & a_{n-1 n}^j \end{pmatrix},\ j = 1,2,\dots,m;$$

а также модель

$$y_j^l = a_1^j \cdot z_1^{jl} + \dots + a_i^j \cdot z_i^{jl} + \dots + a_n^j \cdot z_n^{jl} + a_{12}^j z_1^{jl} z_2^{jl} + \dots + a_{i_1 i_2}^j z_{i_1}^{jl} z_{i_2}^{jl} + \\ + \dots + a_{n-1n}^j z_{n-1}^{jl} z_n^{jl} = \sum_{i=1}^{n} a_i^j z_i^{jl} + \sum_{i_1=1}^{n} \sum_{i_2 \neq i_1} a_{i_1 i_2}^j z_{i_1}^{jl} z_{i_2}^{jl}, \tag{4}$$

задающую степень целесообразности использования j-го варианта действий в l-й ситуации, $j = 1,2,\dots,m$.

Неизвестные коэффициенты уравнения регрессии (4) определим методом наименьших квадратов, путем независимой минимизации функционалов

$$I_j = \left(Y_j - D_j\right)^T \left(Y_j - D_j\right) = \left(H_j A_j - D_j\right)^T \left(H_j A_j - D_j\right),\ j = 1,2,\dots,m.$$

В результате их минимизации по векторам $A_1, \dots, A_j, \dots, A_m$ соответственно, получим m векторов-оценок параметров уравнений (4)

$$\hat{A}_j = \left(A_j^T A_j\right)^{-1} A_j^T D_j,\quad j = \overline{1,m}, \tag{5}$$

Этот результат позволяет рассчитать значения степени целесообразности использования каждого из вариантов действий для любого набора значений контролируемых переменных $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Для этого набору X поставим в соответствие m векторов $z_j = \left(z_1^j, z_2^j, \dots, z_n^j\right)$, $j = \overline{1,m}$. Подстановка элементов этих векторов и элементов соответствующих векторов $\hat{A}_j$ в уравнение (4) определяют искомый набор значений

$$\hat{y}_j = \sum_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j z_i^j + \sum_{i_1=1}^{n} \sum_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j z_{i_1}^j z_{i_2}^j , \quad j = \overline{1,m} . \tag{6}$$

Понятно, что успешная реализация предложенной технологии может быть обеспечена, если удастся, во-первых, решить задачу оценок степени целесообразности использования вариантов решений для любого набора контролируемых параметров и, во-вторых, построить эффективную процедуру расчета компонентов векторов $z_j = \left(z_1^j, z_2^j, ..., z_n^j\right)$ для каждого набора значений контролируемых переменных $X = \left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$. Для решения первой из поставленных задач может быть использована описанная выше традиционная методика составления и решения системы нечетких логических уравнений. Наиболее естественный подход к решению второй задачи состоит в следующем. Для каждой из переменных x_i формируется набор функций принадлежности $\mu_j(x_i)$, $j = \overline{1,m}$, $i = \overline{1,n}$, где $\mu_j(x_i)$ - функция принадлежности контролируемой переменной x_i нечеткому множеству M_{ij} значений, благоприятных для реализации j-го варианта решений. Ввод совокупности таких функций принадлежности позволяет интерпретировать измеренное значение каждой контролируемой переменной x_i как нечеткое число, степень принадлежности которого каждому из нечетких множеств $M_{i1}, M_{i2}, ..., M_{im}$ определяется соответствующими значениями $\mu_j(x_i)$ функций принадлежности. Тогда вычисленные в соответствии с (6) числа $\hat{y}_1, \hat{y}_2, ..., \hat{y}_j, ..., \hat{y}_m$ определяют нечеткие значения степени целесообразности использования соответствующих вариантов решений для набора измеренных значений контролируемых переменных.

Поставим теперь задачу отыскания функций принадлежности нечетких чисел $\hat{y}_j$, $j = \overline{1,m}$. Понятно, что вид искомых функций принадлежности зависит от того, каким образом заданы функции принадлежности $\mu_j(x_i)$, $j = \overline{1,m}$, $i = \overline{1,n}$. Пусть, например, каждая из этих функций является функцией *(L-R)*- типа [2], которая имеет вид

$$\mu(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{a - x}{\alpha}\right), & x \le a, \\ R\left(\dfrac{x - a}{\beta}\right), & x > a, \end{cases}$$

где L и R являются произвольными невозрастающими на множестве неотрицательных действительных чисел функциями, $\alpha > 0$, $\beta > 0$. При этом

параметр a задает моду нечеткого числа x, а параметры α и β являются соответственно левым и правым коэффициентами нечеткости. Из этого следует, что нечеткое число *(L-R)*-типа при фиксированных L и R функциях однозначно определяется тройкой параметров $\left(a, \alpha, \beta\right)$. Соответствующее нечеткое число обозначается следующим образом: $B_{LR} = \left\langle a, \alpha, \beta \right\rangle$.

Удобство использования моделей *(L-R)*-типа для описаний функций принадлежности нечетких чисел определяется простотой выполнения алгебраических операций над соответствующими нечеткими числами, которые реализуются следующим образом [2,3].

Результатом сложения двух нечетких чисел $U_{LR} = \left\langle a_u, \alpha_u, \beta_u \right\rangle$ и $V_{LR} = \left\langle a_v, \alpha_v, \beta_v \right\rangle$ является число *(L-R)*-типа $W_{LR} = \left\langle a_w, \alpha_w, \beta_w \right\rangle$, причем $a_w = a_u + a_v$, $\alpha_w = \alpha_u + \alpha_v$, $\beta_w = \beta_u + \beta_v$.

Результатом умножения нечеткого числа $U_{LR} = \left\langle a_u, \alpha_u, \beta_u \right\rangle$ на положительную константу с является число *(L-R)*-типа $W_{LR} = \left\langle a_w, \alpha_w, \beta_w \right\rangle$, причем $a_w = a_u c$, $\alpha_w = \alpha_u c$, $\beta_w = \beta_u c$.

Результатом умножения нечеткого числа $U_{LR} = \left\langle a_u, \alpha_u, \beta_u \right\rangle$ на отрицательную константу с является нечеткое число *(L-R)*-типа $W_{LR} = \left\langle a_w, \alpha_w, \beta_w \right\rangle$, причем $a_w = a_u c$, $\alpha_w = -c\alpha_u$, $\beta_w = -c\beta_u$.

Результатом умножения двух нечетких чисел с положительными носителями $U_{LR} = \left\langle a_u, \alpha_u, \beta_u \right\rangle$ и $V_{LR} = \left\langle a_v, \alpha_v, \beta_v \right\rangle$ является число *(L-R)*-типа $W_{LR} = \left\langle a_w, \alpha_w, \beta_w \right\rangle$, причем $a_w = a_u a_v$, $\alpha_w = a_u \alpha_v + a_v \alpha_u$, $\beta_w = a_u \beta_v + a_v \beta_u$.

Эти правила могут быть использованы для получения функций принадлежности нечетких чисел $\hat{y}_j$, $j = \overline{1,m}$, используемых в соответствии с (6). Тогда функция принадлежности нечеткого числа y_j имеет вид

$$\mu_j\left(y_j\right) = \begin{cases} L\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \overset{0}{x}_i{}^j + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \overset{0}{x}_{i_1}{}^j \overset{0}{x}_{i_2}{}^j - y_j}{\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \alpha_{ij} + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \left(\overset{0}{x}_{i_1}{}^j \alpha_{i_2 j} + \overset{0}{x}_{i_2}{}^j \alpha_{i_1 j} \right)}\right), \\ R\left(\dfrac{y_j - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \overset{0}{x}_i{}^j + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \overset{0}{x}_{i_1}{}^j \overset{0}{x}_{i_2}{}^j\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \beta_{ij} + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \left(\overset{0}{x}_{i_1}{}^j \beta_{i_2 j} + \overset{0}{x}_{i_2}{}^j \beta_{i_1 j} \right)}\right). \end{cases} \tag{7}$$

Пусть в определенной ситуации принятия решения получен вектор переменных $X^* = \left(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*\right)$. Тогда с использованием (7) можно рассчитать степень целесообразности использования каждого из возможных вариантов решений. Соответствующее число для j -го варианта равно

$$\mu_j\left(X^*\right) = \begin{cases} L\left(\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \overset{0}{x}_i{}^j + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \overset{0}{x}_{i_1}{}^j \overset{0}{x}_{i_2}{}^j - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j x_i{}^* + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j x_{i_1}{}^* x_{i_2}{}^*\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \alpha_{ij} + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \left(\overset{0}{x}_{i_1}{}^j \alpha_{i_2 j} + \overset{0}{x}_{i_2}{}^j \alpha_{i_1 j}\right)}\right), \\ R\left(\dfrac{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j x_i{}^* + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j x_{i_1}{}^* x_{i_2}{}^*\right) - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \overset{0}{x}_i{}^j + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \overset{0}{x}_{i_1}{}^j \overset{0}{x}_{i_2}{}^j\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} \hat{a}_i^j \beta_{ij} + \sum\limits_{i_1=1}^{n} \sum\limits_{i_2 \neq i_1} \hat{a}_{i_1 i_2}^j \left(\overset{0}{x}_{i_1}{}^j \beta_{i_2 j} + \overset{0}{x}_{i_2}{}^j \beta_{i_1 j}\right)}\right). \end{cases}$$

Сравнение этих чисел для разных вариантов решений позволяет выбрать тот из них, степень целесообразности которого в ситуации, когда набор контролируемых параметров образует вектор X^*, является наибольшей.

Предложенная методика обладает рядом важных достоинств. Во-первых, она позволяет рассчитать степени целесообразности использования вариантов решений для любого набора контролируемых параметров. Во-вторых она обеспечивает возможность учета различий в важности контролируемых параметров. В-третьих, после проведения предварительного обучения, реализация методики не требует хранения громоздкой многоразмерной базы знаний. Наконец, в-четвертых, методика дает возможность при расчете степени целесообразности вариантов решений учитывать не только значения влияющих факторов, но и их взаимодействий требуемого порядка.

Выводы. Представлена общая методика моделирования многомерной зависимости «входы - выходы» базами нечетких знаний, которая реализуется алгоритмом, осуществляющим нечеткий логический вывод. Проведен анализ недостатков традиционной технологии формирования вариантов решений на основе многомерной базы знаний. Предложена методика выбора целесообразного варианта решения с использованием математического аппарата нечетких регрессий.

Список литературы: 1. *Дюбуа Д.* Теория возможностей. Пер. с франц. / *Д. Дюбуа, А. Прад.* – М.: Радио и связь, 1990. -288с. **2.** *Леоненков А.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и FuzzyTECH. / *А. Леоненков.* – СПб.: БХВ – Петербург, 2003. – 719с. **3**. *Раскин Л.Г.* Нечеткая математика. / *Л.Г. Раскин, О.В. Серая.* – Х.: Парус, 2008. – 353с.

Поступила в редколлегию 26.01.09