

A. В. ГОРЕЛЫЙ, канд. техн. наук, профессор каф. АСУ НТУ «ХПИ»,
Н. А. КОВАЛЕНКО, студентка НТУ «ХПИ»

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТИ
УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ Г. ХАРЬКОВА**

В статті пропонуються методи прогнозування змінювання чисельності учнів загальноосвітніх учбових закладів м. Харкова. Зроблені висновки про найбільш ефективний метод, який можливо застосувати для такого прогнозування та обрано найбільш придатну модель для прогнозування змінювання чисельності учнів.

В статье предлагаются методы прогнозирования изменения численности учащихся общеобразовательных учебных заведений г. Харькова. Сделаны выводы о наиболее эффективном методе, который может быть применен для такого прогнозирования и выбрана наиболее подходящая для прогнозирования изменения численности учащихся модель.

In the article methods of forecasting of change of number of pupils of general educational institutions of Kharkov are offered. Conclusions are drawn on the most effective method which can be applied to such forecasting and the most suitable model for forecasting of change of number of pupils is chosen.

Введение. С начала 90-х годов прошлого столетия по Украине в целом наблюдалось значительное снижение рождаемости, что было вызвано, в основном, низким уровнем жизни населения. В связи с этим каждый год уменьшалось количество первоклассников, и, соответственно, уменьшалось количество общеобразовательных учебных заведений. Однако за последние несколько лет наметилась тенденция повышения рождаемости. Кроме того, существующие школы строились из расчета одиннадцатилетней системы обучения, которая на самом деле была десятилетней, так как практически во всех школах отсутствовал четвертый класс. Но с 2001/2002 учебного года все украинские школы перешли на двенадцатилетнее обучение.

На сегодняшний день не наблюдается ни переизбытка, ни недостатка в общеобразовательных учебных заведениях, но есть основания предполагать, что уже через несколько лет ситуация может измениться, и, соответственно, может потребоваться большее или меньшее число школ по сравнению с числом функционирующих сегодня. Пока нельзя точно говорить о том, что рождаемость будет увеличиваться или уменьшаться, появившаяся тенденция может быть просто выбросом.

Постановка задачи. Перед автором стояла задача изучить существующие методы перспективного исчисления населения и с их помощью выбрать модель, которая наилучшим образом подходит для прогнозирования изменения численности учащихся общеобразовательных учебных заведений г. Харькова. Выбранную модель необходимо уточнить с

использованием априорной информации о самой модели с целью повышения точности прогноза.

Методы демографического прогнозирования. В настоящее время для прогнозирования общего уровня рождаемости применяются различные методы, начиная от простой экстраполяции ее тенденций в будущее, до попыток разработки и применения математических моделей, учитывающих взаимосвязь уровня рождаемости и социально-экономических факторов, ее определяющих. Самым простым методом является экстраполяция тенденций суммарного коэффициента рождаемости на будущее с помощью той или иной математической функции. Определив тренд суммарного коэффициента рождаемости, его продлевают в будущее. Метод экстраполяции обычно применяется для прогнозирования рождаемости в странах с высоким ее уровнем. Другим методом прогнозирования повозрастных коэффициентов рождаемости является референтный метод. Сравнение прогнозируемого населения производится не столько с уровнями повозрастных или суммарных коэффициентов рождаемости «продвинутых» населений, сколько с распространностью и особенностями практики применения средств контрацепции и искусственного прерывания беременности. Кроме того, достаточно широкое распространение имеют специализированные демографические модели, разрабатывавшиеся с учетом всех особенностей прогнозирования изменения социального и половозрастного состава населения.

Выбор метода прогнозирования. Вначале для прогнозирования рождаемости был выбран один из методов прогнозирования, основанных на применении математических функций, а именно аппроксимация изменения рождаемости с помощью базисных функций с применением метода наименьших квадратов. Математические методы применяются при прогнозировании численности населения небольших территорий (например, регионов той или иной страны). Проведенное исследование показало, что наилучшие результаты (дающие наименьшие отклонения теоретических значений от эмпирических) позволяет получить аппроксимация с использованием в качестве базисных функций степеней x , т.е. $f_i(x) = x^i$. Достаточно популярное использование в качестве базиса полиномов Чебышева в данной работе не нашло применения, так как эти полиномы дают хорошие результаты только при интерполяции, а получаемые при экстраполяции результаты имеют очень большую погрешность. При прогнозировании с помощью взвешенного метода наименьших квадратов осуществлялась проверка на гетероскедастичность с помощью теста ранговой корреляции Спирмана.

Проведенные исследования прогнозируемого изменения рождаемости показали достаточно высокую точность результатов, получаемых с помощью данных методов. Однако при таком подходе применяется узкая трактовка

воспроизведения населения как количественного процесса, изменения только возрастных структур населения, без учета миграции. В частности, не учитывается возможная смена места жительства детьми, рожденными в районе, а также то, что не все родившиеся в районе дети пойдут учиться только в школы этого района. Таким образом, возникла задача более точного прогнозирования изменения численности учащихся школ района с точки зрения широкой трактовки процесса воспроизведения населения, при которой учитывается миграция.

Рассмотрим одну из модификаций классической модели социально-возрастного состава населения. Предположим, что население дифференцировано только по уровню образования. Обозначим общее число уровней образования G , они пронумерованы в порядке возрастания, $j = \overline{1, G}$. Вектор образовательного состава населения в момент времени t состоит из G компонент:

$$x(t) = [x^1(t), \dots, x^j(t), \dots, x^G(t)]^T.$$

Каждая j -я компонента его представляет собой численность населения с j -м уровнем образования в момент t .

Модель динамики образовательного состава населения имеет вид:

$$\bar{x}(t+I) = [F(t)A(t) + B(t)]\bar{x}(t) + \bar{y}(t+I).$$

Здесь $\bar{x}(t+I)$ - вектор образовательного состава населения на прогнозируемый момент времени $t+I$, $A(t)$ - матрица параметров естественного движения населения на момент t (ее элементы – вероятности перехода индивидуума из одной возрастной группы в другую, иными словами – вероятности дожить до определенного возраста), $F(t)$ - матрица параметров социального движения населения на момент t , $B(t)$ – матрица параметров рождаемости на момент t , элементы которой представляют собой вероятность рождения ребенка у женщин k -й возрастной группы.

Подробно вид матриц $A(t)$, $F(t)$, $B(t)$ в данной статье не рассматривается.

Уточнение выбранной модели. Очевидно, что ни один из методов прогнозирования не позволяет получить полностью точные и достоверные результаты. Это обусловлено, прежде всего, ошибками, которые могли иметь место при формировании прогнозной модели, определении прогнозного фона и т.д. При этом речь идет о систематических ошибках. Такие ошибки обычно накапливаются, суммируются, что в результате делает прогноз заведомо ошибочным и неприемлемым при разработке управляющих решений. Таким образом, проблема точности прогноза стоит достаточно остро. Решить эту проблему можно несколькими способами. Во-первых, можно увеличить

объем выборки, что позволит точнее оценить параметры модели, однако это не всегда возможно. Во-вторых, можно уточнить саму модель путем добавления в нее корректирующего компонента. Именно второй подход был выбран автором для уточнения модели динамики образовательного состава населения. Уточнение модели осуществлялось методом динамической фильтрации, при котором адаптация модели осуществляется рекуррентно при получении каждой новой точки ряда. В качестве метода адаптивной фильтрации был выбран фильтр Калмана, предназначенный для рекурсивного дооценивания вектора состояния априори известной динамической системы. При данном методе для уточнения прогноза используется априорная информация о самой модели. Метод динамической фильтрации Калмана позволяет «обучать» и уточнять модель на каждом новом шаге прогнозирования, тем самым повышая точность прогноза.

Таким образом, уточненная с помощью фильтра Калмана модель имеет вид:

$$\hat{\bar{x}}(t+1) = \bar{x}(t+1) + K_{t+1} \tilde{y}_{t+1} = [F(t)A(t) + B(t)]\bar{x}(t) + K_{t+1} \tilde{y}_{t+1}.$$

Здесь K_{t+1} - оптимальный по Калману коэффициент усиления, \tilde{y}_{t+1} - математическая невязка прогнозного значения вектора состояний относительно измерений. После получения данных о реальном значении прогнозируемого вектора состояний модель прогноза уточняется путем расчета невязки прогнозного и действительного значений. Такой подход позволяет модели прогнозирования «обучаться» на каждом новом шаге прогноза, что позволяет повысить точность и достоверность прогноза численности учащихся общеобразовательных учебных заведений.

Заключение. Выбранная и уточненная методом динамической фильтрации модель позволит определить перспективы изменения численности учащихся, а также на основании полученных результатов необходимое в соответствии с предполагаемыми изменениями число учебных заведений, учителей, учебной литературы и т.д., что позволит планировать затраты на сферу общего среднего образования, которые должны быть заложены в районный и областной бюджет.

Список литературы: 1. Медков В.М. Демография: Учебное пособие. Серия «Учебники и учебные пособия» - Ростов-на-Дону: Феникс, 2002. 2. Шелестов Д.К. Демография: история и современность - М., 1993. 3. Вишневский А.Г. Воспроизведение населения и общество: История, современность, взгляд в будущее - М., 1982. 4. Бахметова Г.Ш. Современные методы демографического прогнозирования - М., 1999. 5. Тихомиров Н.П. Демография. Методы анализа и прогнозирования - М.: - Издательство «Экзамен», 2005. 6. Синицын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева - М.: - Издательство «Логос», 2006. 7. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы - М., 1999.

Поступила в редакцию 08.12.08