

УДК 004.045:621.396.96

М.Ф.ЛОГВИНЕНКО, канд.техн.наук, НТУ «ХП»;
О.А.СЕРКОВ, докт.техн.наук, НТУ «ХП»;
В.О.КОМПАНИЄЦЬ, НТУ «ХП»

УЗГОДЖЕННЯ ДОВЖИН КОДОВИХ БЛОКІВ ТА ЯКОСТІ ДИСКРЕТНИХ КАНАЛІВ У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

У статті запропоновані методи оптимізації довжин кодових блоків (або їхніх інформаційних частин при фіксованій кількості перевірочних і службових розрядів). Методи приведені для моделі каналу з незалежними помилками (модель дискретного симетричного каналу без пам'яті) і для двопараметричної моделі (канал характеризується частотою бінарних помилок і коефіцієнтом групування помилок). У роботі розглянуті такі критерії: коефіцієнт зниження середньої швидкості передачі даних, середня відносна швидкість передачі, середня довжина безпомилкового інтервалу (у бітах).

The article describes the methods of optimization of code block lengths (or their data portions under fixed number of check and service bits). The methods are given for the model of a channel with independent errors (the model of discrete symmetric channel without memory) and for two channels of parametric model (the channel characterized by the frequency of binary errors and errors bunching factor). The following criteria are reviewed in the article: average transmission speed drop factor, average relative transmission speed, average length of error-free slot (in bits).

Постановка завдання та аналіз літератури. При передачі даних виникає задача обґрунтованого вибору довжини кодових блоків завадостійких кодів. Постановка та вирішення такого роду задачі залежить від декількох чинників, а саме:

- 1) від якості дискретного каналу зв'язку (від параметрів моделі джерела завад) [1];

- 2) від особливостей протоколів передачі даних (дуплекс, напівдуплекс, методи перепиту даних в системах зі зворотним вирішальним зв'язком) [1-3];
- 3) від вибраного критерію ефективності функціонування системи передачі даних [4].

Достатньо традиційна схема вирішення такої задачі – оптимізація за критерієм середньої відносної швидкості: визначається середня відносна швидкість системи, фіксується число перевірочних розрядів, знаходиться математичне сподівання числа передач фрагменту даних як функція якості каналу та параметрів протоколу і знаходиться те значення інформаційної частини кодового блоку, при якому ця функція приймає максимальне значення [2]. При цьому число перевірочних розрядів вибирається виходячи з вимог до вірогідності інформації на виході системи.

Мета роботи – розробка методики оптимізації довжин кодових блоків при різній якості дискретних каналів, різних критеріях ефективності та систематизація таких критеріїв.

Основна частина. При оптимізації довжин блоків може бути два підходи: оптимізується довжина всього блоку n , а потім частина блоку відводиться під службові та перевірочні розряди; фіксується число службових та перевірочних розрядів і оптимізується довжина інформаційної частини блоку. Спочатку розглянемо найпростішу модель каналу – дискретний симетричний канал (ДСК). Позначимо через P_{nn} – імовірність правильного прийому блоку (n, k) – коду. При імовірності спотворення біту p_0 означена імовірність буде визначатись як величина:

$$P_{nn} = (1 - P_0)^n. \quad (1)$$

Математичне сподівання числа суміжних передач блоку до прийому його без спотворень визначається наступним чином:

$$M[\xi] = \sum_{i=1}^{\infty} i(1 - P_{nn})^{i-1} P_{nn} = \frac{1}{P_{nn}}. \quad (2)$$

В такому випадку для критерію оптимізації довжини всього блоку можна вибрати функцію:

$$R = \frac{n}{M[\xi]} = n(1 - P_0)^n. \quad (3)$$

Якщо знайти точку максимуму даної функції, отримаємо наступне значення довжини блоку:

$$n = -\frac{1}{\ln(1 - P_0)}. \quad (4)$$

Якщо оптимізувати довжину інформаційної частини кодового блоку, то

середню відносну швидкість можна представити наступним чином:

$$R = \frac{k}{k+r}(1-P_0)^{k+r}. \quad (5)$$

Після вирішення квадратного рівняння $\frac{dR}{dk} = 0$ маємо:

$$k = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{r}{\ln(1-P_0)}}. \quad (6)$$

При використанні цього критерію довжина всього блоку визначається наступним чином:

$$n = \frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{1}{\ln(1-P_0)}}. \quad (7)$$

Довжина кодового блоку при передачі даних не повинна перевищувати довжину без завадового інтервалу (в бітах). При такому критерії довжина блоку визначається так:

$$n = \sum_{j=1}^{\infty} j(1-P_0)^j P_0 = \frac{1-P_0}{P_0}. \quad (8)$$

Ще один критерій, що часто використовується для оцінок пропускної здатності каналу – це максимум ентропії. Будемо розглядати роботу приймача як систему з двома станами: «блок прийнято правильним» та «блок прийнято із завадами». Ентропія максимальна (ентропію обчислюємо на блок даних) при рівно імовірнісних станах, тобто маємо наступне рівняння для визначення довжини блоку:

$$(1-P_0)^n = 1 - (1-P_0)^n, \quad (9)$$

із якого отримуємо вираз для довжини кодового блоку:

$$n = -\frac{\ln 2}{\ln(1-P_0)}. \quad (10)$$

Розглянемо методики оптимізації довжини кодового блоку для випадку, коли джерело завад в дискретному каналі описується розповсюдженою в інженерній практиці двопараметричною моделлю [4].

Якщо в якості критерію взяти функцію:

$$R = n(1-P_0)^{n^{1-\alpha}}, \quad (11)$$

де α – показник групування бінарних завад, що є аналогом формули (3), то довжину блоку n можна визначити за формулою:

$$n = \left(-\frac{1}{(1-\alpha)\ln(1-P_0)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (12)$$

Для визначення середньої відносної швидкості (аналог формули (5) ви-

користаємо функцію:

$$R = \frac{k}{k+r} \cdot (1-P_0)^{(k+r)^{1-\alpha}}. \quad (13)$$

Довжина інформаційної частини блоку визначається після вирішення квадратного рівняння, що отримано з використанням розкладу показникової функції в ряд Тейлора в околі точки k_0 , яка визначається за формулою (6):

$$k = -\frac{P}{2} + \sqrt{\frac{P^2}{4} - Q}, \quad (14)$$

де:

$$P = \frac{r - k_0 r^\alpha}{1 - \alpha};$$

$$Q = \frac{r^{1+\alpha}}{(1-\alpha)^2 \ln(1-P_0)}.$$

Для отримання аналогу формули (8) скористаємося поняттям еквівалентної завади [5], Позначимо ймовірність еквівалентної завади через P_E . В цьому випадку довжина блоку визначиться за формулою:

$$n = \frac{1 - P_E}{P_E}, \quad (15)$$

де:

$$P_E = 1 - (1 - P_0)^{\left(\frac{P_0}{1-P_0}\right)^\alpha}.$$

Якщо у якості критерію брати максимум ентропії на блок даних, то ми отримаємо рівняння для визначення довжини блоку, що є аналогом формули (9):

$$(1 - P_0)^{n^{1-\alpha}} = \frac{1}{2} \quad (16)$$

з якого отримуємо довжину блоку:

$$n = \left(-\frac{\ln 2}{\ln(1 - P_0)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}. \quad (17)$$

Всі наведені вище результати зведемо в табл. 1.

Слід відмітити, що, по-перше, дані співвідношення не залежать від протоколів передачі даних, по-друге, вони справедливі для достатньо довгих повідомлень і також не залежать від довжини всього повідомлення. Розглянемо повідомлення довжиною N біт. Якщо число перевірочних та службових розрядів r зафіксовано, то це повідомлення розбивається на $\frac{N}{n-r}$ блоків даних по n біт.

Таблиця 1 – Критерії оптимізації довжини кодових блоків

Модель ДК	Критерій	Вид критерію	Показник, що оптимізується
ДСК	Коефіцієнт зниження швидкості передачі	$R = n(1 - P_0)^n$	Довжина кодового блоку n
	Середня відносна швидкість	$R = \frac{k}{k+r}(1 - P_0)^{k+r}$	Довжина інформаційної частини блоку k
	Середня довжина інтервалу (в бітах) без завад	Матем. спод. довжини інтервалу $\frac{1 - P_0}{P_0}$	Довжина кодового блоку n
	Максимум ентропії на блок даних	$H = -P_{nn} \log P_{nn} - (1 - P_{nn}) \log(1 - P_{nn})$ $H_{\max} = \frac{1}{2}$	Довжина кодового блоку n
Двопараметрична модель (Пуртова)	Коефіцієнт зниження швидкості передачі	$R = n(1 - P_0)^{n-\alpha}$	Довжина кодового блоку n
	Середня відносна швидкість	$R = \frac{k}{k+1}(1 - P_0)^{(k+r)1-\alpha}$	Довжина інформ. частини блоку k
	Середня довжина інтервалу (в бітах) без завад	Матем. спод. довжини інтервалу без завад $\frac{1 - P_E}{P_E}$	Довжина кодового блоку n
	Максимум ентропії на блок даних	$H = -P_{mm} \log P_{mm} - (1 - P_{mm}) \log(1 - P_{mm})$ $H_{\max} = \frac{1}{2}$	Довжина кодового блоку n

Величину $\frac{n-r}{N}$ можна трактувати як ймовірність окремого стану системи, що має $\frac{N}{n-r}$ станів при умові рівно ймовірнісних станів (умова максимальної ентропії). Кількість переданої інформації в блоках – це кількість блоків, помножена на ентропію на блок. Якщо обчислювати ентропію на блок даних із умови максимуму переданої кількості інформації отримаємо рівняння для довжини кодового блоку:

$$(1 - P_0)^n = \frac{n - r}{N}. \quad (18)$$

Функцію $(1 - P_0)^n$ розкладемо у ряд Тейлора в околі точки 0 та візьмемо два члени цього ряду. Після елементарних перетворень отримуємо рівняння для пошуку оптимальної довжини кодового блоку:

$$N + N \ln(1 - P_0) - n = -r, \quad (19)$$

звідки отримуємо вираз для оптимальної довжини блоку:

$$n = -\frac{N + r}{N \ln(1 - P_0) - 1}. \quad (20)$$

Даний підхід можна видозмінити для випадку оптимізації довжини інформаційної частини блоку.

В такому випадку рівняння для визначення K має вигляд:

$$(1 - P_0)^{k+r} = \frac{k}{N}. \quad (21)$$

Методика оптимізації довжин кодових блоків.

Використовуючи такий же прийом, що наведено вище, отримуємо таке значення для оптимальної довжини інформаційної частини блоку:

$$k = -\frac{N(1 - P_0)^r}{N(1 - P_0)^r \ln(1 - P_0) - 1}. \quad (22)$$

Таким чином вирази (20) та (22) характеризують довжини блоку та його інформаційної частини, виходячи з критерію максимуму ентропії на блок з урахуванням і скінченної довжини всього повідомлення. Якщо використати таку методику для двопараметричної моделі, то отримаємо такі співвідношення:

$$n = -\frac{N + r}{N \ln(1 - P_0)(1 - \alpha) - 1}, \quad (23)$$

$$k = -\frac{N(1 - P_0)^{r^{1-\alpha}} \cdot r^\alpha}{N(1 - P_0)^{r^{1-\alpha}} \ln(1 - P_0)(1 - \alpha) - r^\alpha}. \quad (24)$$

Всі наведені вище співвідношення враховують якість прямого каналу зв'язку. При аналізі систем зі зворотним вирішальним зв'язком для врахування якості і зворотного дискретного каналу замість величини P_0 слід підставити величину:

$$P_0^* = P_{01} + P_{02} - P_{01}P_{02}, \quad (25)$$

де: P_{01} , P_{02} – відповідно ймовірності бінарної завади в прямому та зворотному каналах.

Результати розрахунків та їх порівняльний аналіз представлені на рис. 1-10.

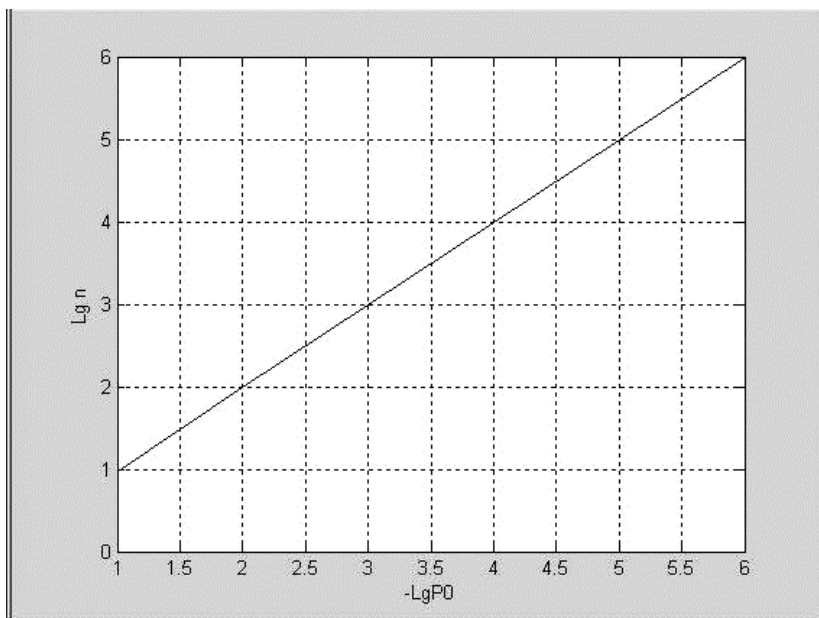


Рисунок 1 – Результати розрахунків за формулою (4)

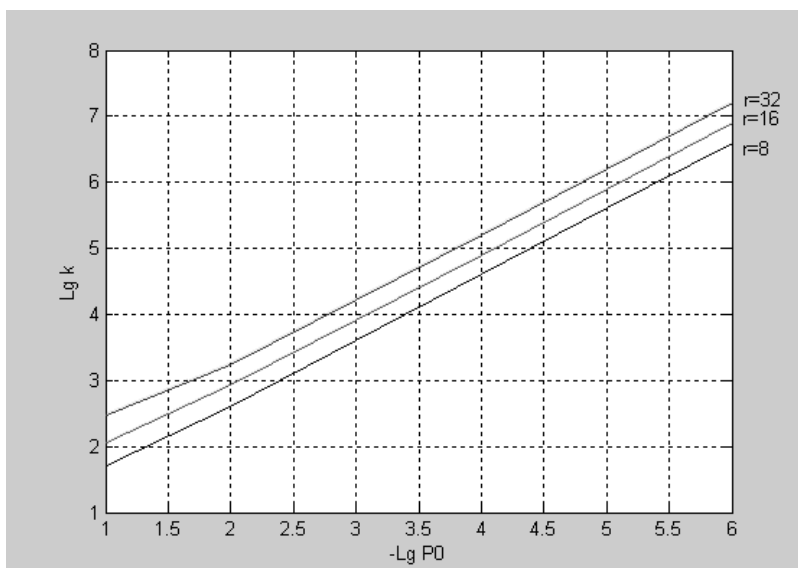


Рисунок 2 – Результати розрахунків за формулою (7)

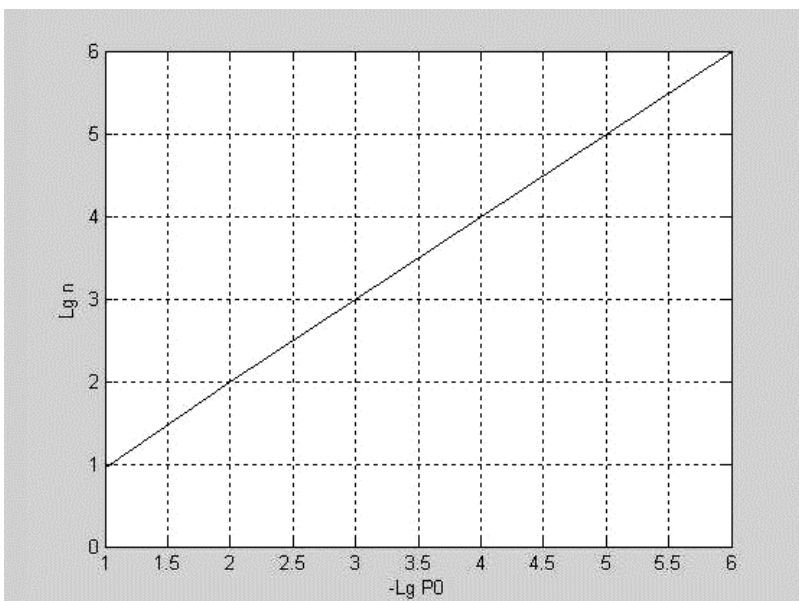


Рисунок 3 – Результати розрахунків за формулою (8)

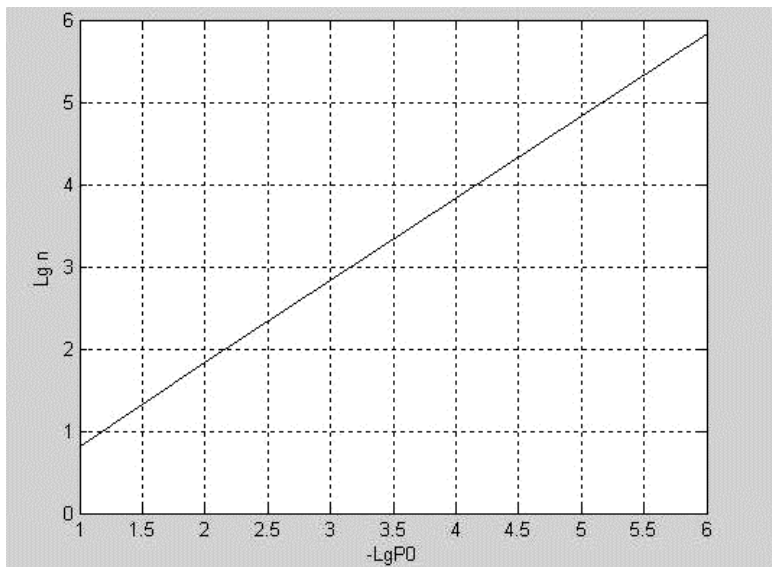


Рисунок 4 – Результати розрахунків за формулою (10)

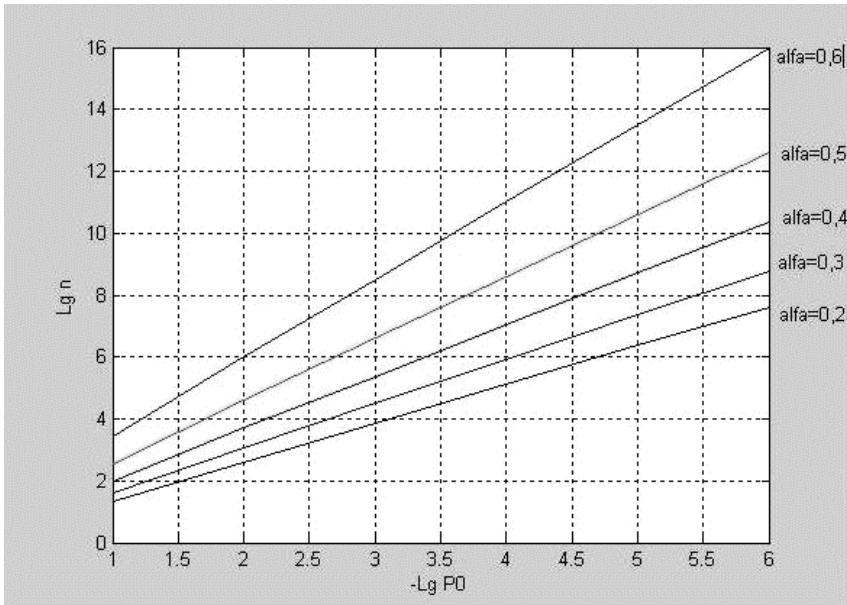


Рисунок 5 – Результати розрахунків за формулою (12)

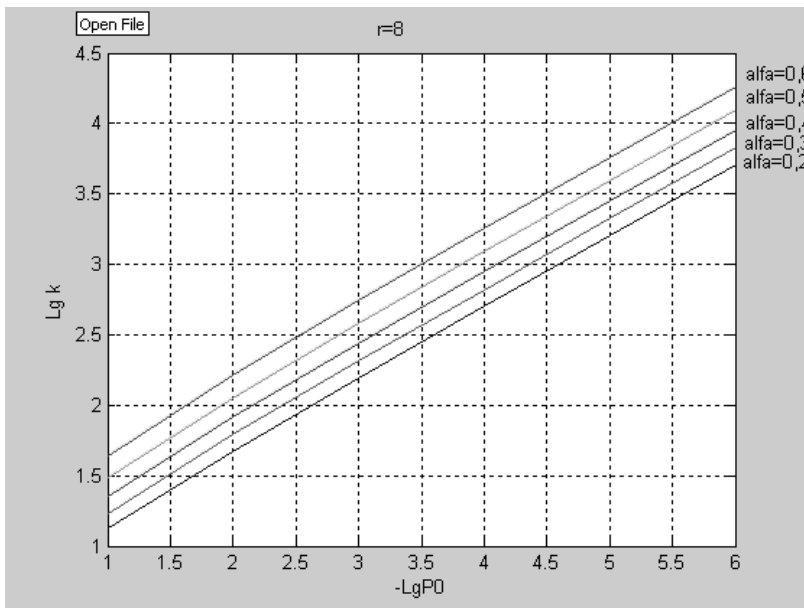


Рисунок 6 – Результати розрахунків за формулою (14) $r = 8$

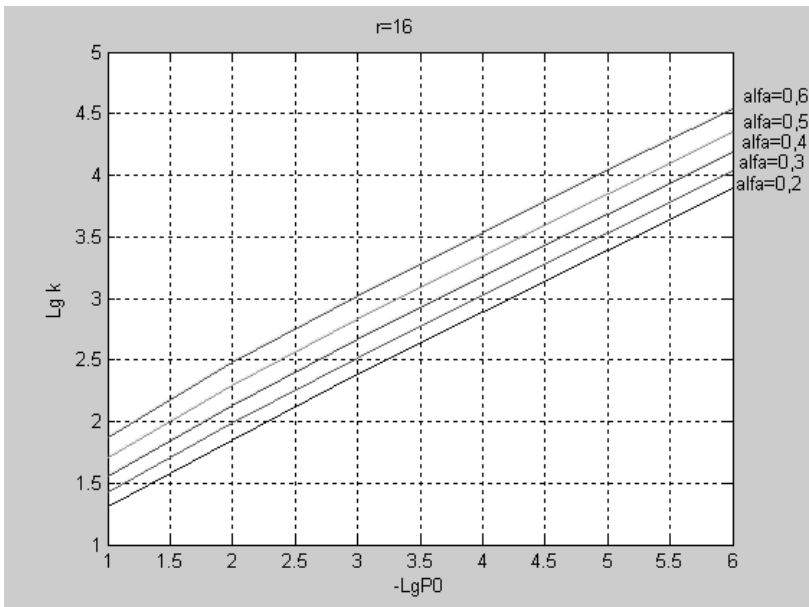


Рисунок 7 – Результати розрахунків за формулою (14) $r = 16$

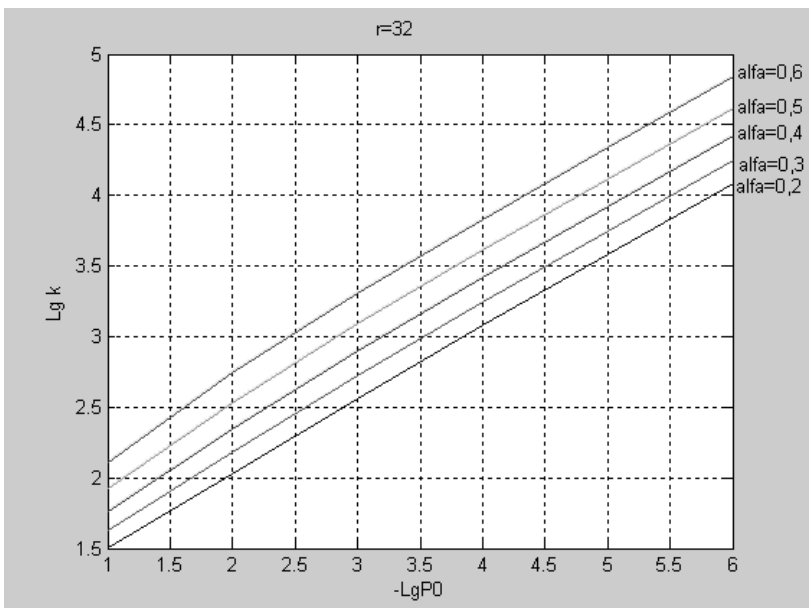


Рисунок 8 – Результати розрахунків за формулою (14) $r = 32$

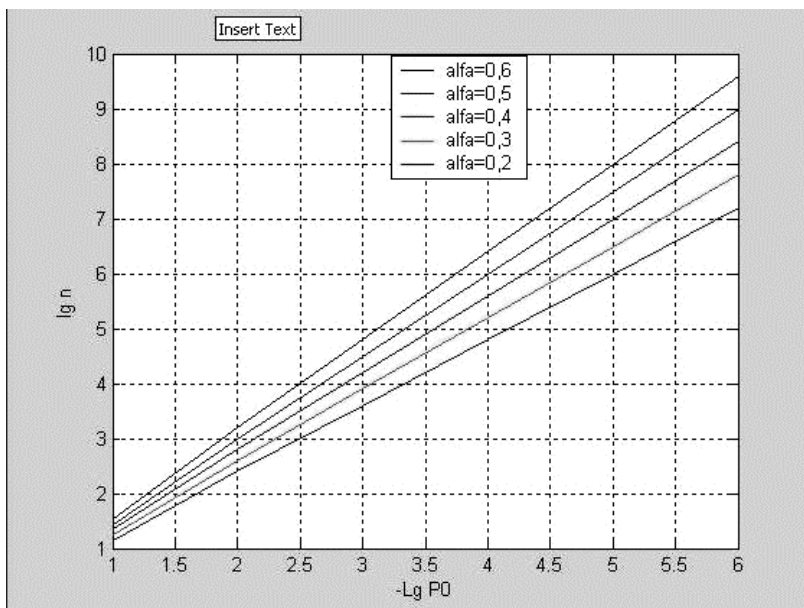


Рисунок 9 – Результати розрахунків за формулою (15)

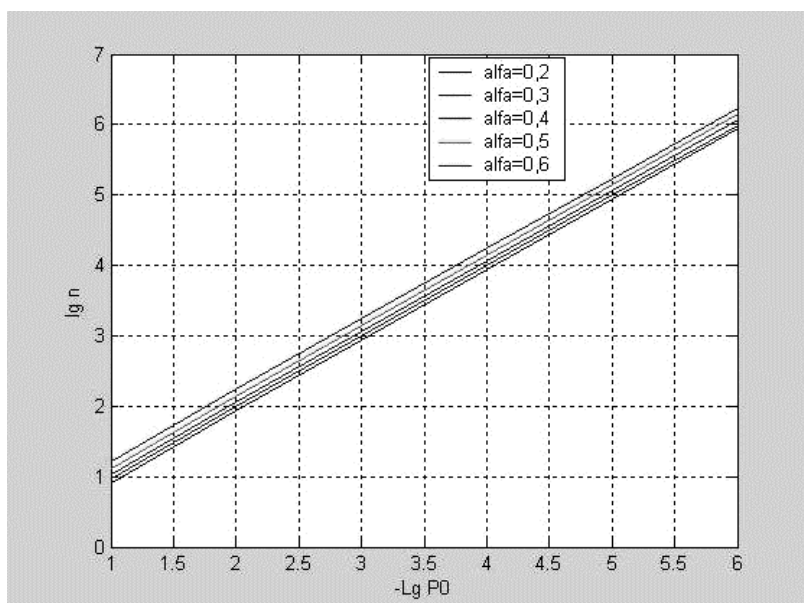


Рисунок 10 – Результати розрахунків за формулою (17)

Порівняльний аналіз.

Узгодження довжини кодових блоків та якості дискретних каналів особливо актуально для каналів погіршеної якості ($P_0 \geq 10^{-2}$) та малих ($\alpha \leq 0,2$). Тому проведено розрахунки при: $P_0 = 10^{-2}$; $\alpha = 0,2$ та $\alpha = 0,6$. Результати розрахунків наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Вираз для оптимізації довжини блоку	
$n = -\frac{1}{\ln(1-p_0)}$	$n = 99$
$k = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{r}{\ln(1-P_0)}}$	$k = 32 \quad n = 48$
$n = \sum_{j=1}^{\infty} j(1-p_0)^j p_0 = \frac{1-p_0}{p_0}$	$n = 20$
$n = -\frac{\ln 2}{\ln(1-P_0)}$	$n = 68$
$n = \left(-\frac{1}{(1-\alpha)\ln(1-P_0)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$	При $\alpha = 0,2 \quad n = 53$ При $\alpha = 0,6 \quad n = 16620$
$k = -\frac{P}{2} + \sqrt{\frac{P^2}{4} - Q};$ $P = \frac{r - k_0 r^\alpha}{1-\alpha};$ $Q = \frac{r^{1+\alpha}}{(1-\alpha)^2 \ln(1-P_0)}$	При $\alpha = 0,2 \quad k = 96 \quad n = 112$ При $\alpha = 0,6 \quad k = 497 \quad n = 513$
$n = \frac{1-P_e}{P_e}$	При $\alpha = 0,2 \quad n = 248$ При $\alpha = 0,6 \quad n = 1566$
$n = \left(-\frac{\ln 2}{\ln(1-p_0)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$	При $\alpha = 0,2 \quad n = 26$ При $\alpha = 0,6 \quad n = 346$

Як видно з даної таблиці довжини кодових блоків, обчислені для каналів з незалежними завадами відрізняються несуттєво. Врахування процесів групування бінарних завад призводить до суттєвого збільшення довжини ко-

дового блоку. Всі наведені критерії в тій чи іншій мірі використовують закон великих чисел, а це означає, що їх використання правомірно при достатньо довгих повідомленнях.

Висновки.

- 1 Для оптимізації довжин кодових блоків можуть застосовуватись різні критерії з урахуванням особливостей протоколів або без, тобто виходячи тільки з моделі джерела завад у дискретного каналі та з урахуванням (або без) реальної довжини повідомлення.
- 2 Якість дискретного каналу, число службових та перевірочних розрядів при оптимізації повинно враховуватись завжди.
- 3 При аналізі систем для передачі довгих повідомлень найбільш доцільним є використання критерію максимуму середньої відносної швидкості.
- 4 При аналізі систем для передачі повідомлень малої та середньої довжини можна користуватись критерієм максимуму ентропії на блок. Це дає змогу обчислювати довжини блоків з урахуванням довжини всього повідомлення.

Список літератури: 1. *Логвиненко, М.Ф.* Оптимізація параметрів багато каскадних блокових кодів для телекомунікаційних систем [Текст] / *М.Ф. Логвиненко* // Наукові записки факультету управління та інформатики НУВС. – Вип. 1. – Харків.: Вид-во Нац. ун-ту внутр. справ, 2005. – С. 78-86. 2. *Логвиненко, Н.Ф.* Оптимизация длин кодовых блоков и пакетов в системах защиты от ошибок с переспросом [Текст] / *Н.Ф. Логвиненко* // Управляющие системы и машины. – К. : 1995. – № 3. – С. 20-23. 3. *Логвиненко, Н.Ф.* Полудуплексный обмен данными по каналам радиосвязи [Текст] / *Н.Ф. Логвиненко* // Техника средств связи. Сер.ТПС. – 1991. – Вип. 4. – С. 45-51. 4. Элементы теории передачи дискретной информации [Текст] / *Л.П. Пуртов, А.С. Замрий, А.И. Захаров, В.М. Охорзин.* – М. : Связь, 1972. – 232 с. 5. *Финк, А.М.* Сигналы. Помехи. Ошибки [Текст] : учебн. пособие / *А.М. Финк.* – М. : Радио и связь, 1984. – 256 с.

Надійшла до редколегії 31.03.2009.