

О.ХВОЩАН, мл. науч. сотр., ИИПТ НАН Украины, Николаев;
Д.ИВАЩЕНКО, студент, НТУУ «КПИ», Киев

РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ ЗАМЕНЫ ДЛИННОЙ ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ЦЕПНОЙ СХЕМОЙ ЗАМЕЩЕНИЯ

Одержано аналітичні залежності, що дозволяють однозначно визначити необхідне число ланок ланцюгової схеми заміщення довгої лінії для виконання розрахунків із заданою точністю.

Analytical dependences allowing simply defining of the necessary number of links of chain chart of substitution of long line for implementation of calculations with the preset accuracy are got.

Введение. Анализ процессов в длинных линиях, иначе называемых цепями с распределенными параметрами (ЦРП) является хоть и изученной, но достаточно сложной задачей. Общий курс теоретических основ электротехники [1] дает представление о теоретическом расчете цепей при помощи системы телеграфных уравнений с начальными и граничными условиями, однако в ряде случаев ее аналитическое решение представляет трудность. Достаточно часто при составлении физических моделей и использовании специализированных программ по расчету переходных процессов целесообразно использовать цепные схемы замещения цепей с распределенными параметрами. Поскольку имеющиеся зависимости по учету погрешности подобной замены достаточно сложны для анализа, целью данной работы является получение более простых в применении формул.

Общие сведения и постановка задачи. В периодических и переходных режимах ЦРП характеризуются первичными и вторичными параметрами.

Рассматривая простейший случай – двухпроводную длинную линию (см. рис. 1), выделяют следующие первичные параметры:

- C_0 – поперечная емкость между прямым и обратным проводами, Ф/м;
- L_0 – распределенная индуктивность петли, образованной прямым и обратным проводами, Гн/м;
- R_0 – продольное активное сопротивление проводов, Ом/м;
- G_0 – поперечная активная проводимость утечки изоляции между прямым и обратным проводами, См/м.

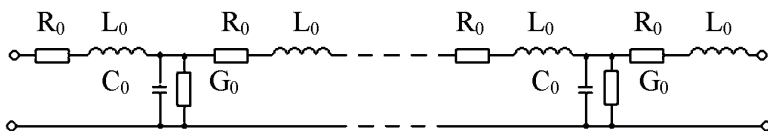


Рисунок 1 – Цепная схема замещения двухпроводной линии

В ряде случаев проводимостью утечки изоляции пренебрегают, считая изоляцию между проводами идеальной.

Расчет погрешности замены длинной линии ее цепной схемой производился в [2]. Так, заменив линию длиной l цепной схемой, состоящей из n звеньев, было определено трансцендентное уравнение:

$$n \approx |\gamma l| / \sqrt{2} [\operatorname{ch}(\alpha l / n) - \cos(\beta l / n)] = f(n), \quad (1)$$

где n – число звеньев; l – длина линии, м;

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta -$$

коэффициент распространения, Ом^{1/2};

$$\alpha = \operatorname{Re}(\gamma) = \sqrt{\frac{1}{2} \left[R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \right]}, \quad (2)$$

α – коэффициент ослабления, Ом^{1/2};

$$\beta = \operatorname{Im}(\gamma) = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\omega^2 L_0 C_0 - R_0 G_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)} \right]}, \quad (3)$$

β – коэффициент фазы, Ом^{1/2}; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота, рад/с; f – частота протекающего в линии тока, Гц.

Данное уравнение решения не имеет, поскольку линии $f(n)$ и n не пересекаются, но асимметрически приближаются друг к другу с ростом n . Для получения зависимости необходимого числа звеньев от погрешности замены линии цепной схемой в соответствии с уравнением (1) следует произвести ряд вычислений. В то же время представляет интерес получение однозначной зависимости в аналитической форме как для расчета процессов в самой линии, так и переходных, а также установившихся процессов в электротехнических системах, содержащих длинную линию с распределенными параметрами.

Решение задачи.

Введем обозначение погрешности замены длинной линии ее цепной схемой как $K = f(n)/n$. Получим зависимость $n = F(K)$.

Для этого разложим функции $\operatorname{ch}(x)$ и $\cos(x)$ в ряд Маклорена до второго члена:

$$\operatorname{ch}(\alpha l / n) = 1 + \frac{(\alpha l / n)^2}{2} + R'_3(\alpha l / n), \quad (4)$$

$$\cos(\beta l / n) = 1 - \frac{(\beta l / n)^2}{2} + R''_3(\beta l / n), \quad (5)$$

где $R'_3(\alpha l / n)$, $R''_3(\beta l / n)$ – остаточные члены в разложении.

Подставив (4) и (5) в (1), учитывая $|\gamma| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, путем несложных алгебраических операций получим:

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n^2} + \frac{2}{l^2(\alpha^2 + \beta^2)} \left[R'_3\left(\frac{\alpha l}{n}\right) - R''_3\left(\frac{\beta l}{n}\right) \right]}}, \quad (6)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = n$$

За оценку остатка примем выражение:

$$R'_3\left(\frac{\alpha l}{n}\right) - R''_3\left(\frac{\beta l}{n}\right) = \begin{cases} \frac{2}{6!} \cdot \left(\frac{\alpha l}{n}\right)^6, & \text{при } \alpha = \beta; \\ \frac{1}{4!} \cdot \left[\left(\frac{\alpha l}{n}\right)^4 - \left(\frac{\beta l}{n}\right)^4 \right], & \text{при } \alpha \neq \beta. \end{cases} \quad (7)$$

Подставив (7) в (6) и произведя ряд алгебраических преобразований, получим следующие соотношения:

а) при $\alpha = \beta$ –

$$K = \frac{f(n)}{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^4 \cdot l^4}{360 \cdot n^4}}}, \quad \text{откуда}$$

$$n = \frac{\alpha \cdot l}{\sqrt[4]{360 \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right)}}; \quad (8)$$

б) при $\alpha \neq \beta$ –

$$K = \frac{f(n)}{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{l^2 \cdot |\alpha^2 - \beta^2|}{12 \cdot n^2}}}, \quad \text{откуда}$$

$$n = l \cdot \sqrt{\frac{|\alpha^2 - \beta^2|}{12 \cdot \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right)}}. \quad (9)$$

Подставив (2) и (3) в (9), получим простую зависимость:

$$n = l \cdot \sqrt{\frac{|R_0 G_0 - \omega_0^2 L_0 C_0|}{12 \cdot \left(\frac{1}{K^2} - 1 \right)}}. \quad (10)$$

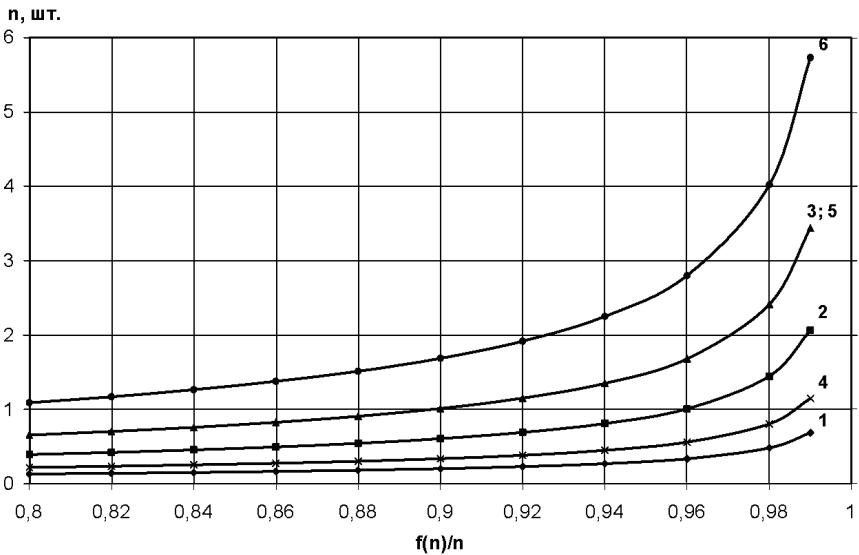
Воспользовавшись выражениями (8) и (10), можно легко определить число звеньев n цепной схемы замещения любой длинной линии, имея ее параметры и задавшись погрешностью замены K .

В качестве примера использования результатов рассмотрим тестовую задачу. Достаточно удобно использовать цепные схемы замещения кабельной линии в машинных расчетах зарядной цепи погружных скважинных комплексов, в которых используется передача переменного напряжения из

наземной части в погружную по протяженной соединительной линии [3]. Предположим использование в качестве линии каротажного геофизического кабеля типа КГЗ-67-180 [4] длиной $l = 5$ км с параметрами: $R_0 = 48$ Ом/км; $C_0 = 0,09$ мкФ/км; $L_0 = 3,6$ мГн/км; $G_0 = 10^{-10}$ См/м. Зависимость необходимого числа звеньев схемы замещения кабеля от требуемой точности вычислений для разных длин соединительного кабеля и частот передаваемого напряжения представлена на рис. 2.

Как видно из рис. 2, в большинстве рассмотренных вариантов погрешность замены менее 1 % ($f(n)/n > 0,99$) можно получить при соединении двух и более звеньев.

Таким образом, выполненные в работе исследования позволили получить простые и удобные аналитические зависимости, по которым можно однозначно определить число звеньев цепной схемы замещения длинной линии согласно ее параметрам и требуемой погрешности.



1 – $l = 3$ км, $f = 1$ кГц;

3 – $l = 3$ км, $f = 5$ кГц;

5 – $l = 5$ км, $f = 3$ кГц;

2 – $l = 3$ км, $f = 3$ кГц;

4 – $l = 5$ км, $f = 1$ кГц;

6 – $l = 5$ км, $f = 5$ кГц

Рисунок 2 – Зависимость необходимого числа звеньев схемы замещения кабеля КГЗ-67-180 от требуемой точности вычислений переходных процессов в зарядной цепи погружных скважинных комплексов

Список литературы: 1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с. 2. Каганов З.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы / З. Г. Каганов. – М.: ЭАИ, 1990. – 248 с. 3. Щерба А. А. Оптимизация режимов в зарядных цепях высоковольтных электроразрядных погружных систем для электроимпульсной обработки нефтяных скважин / А. А. Щерба, О. В. Хвоцан,

Ю. И. Курашко [и др.] // Технічна електродинаміка: Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки». – 2006. – Ч. 5. – С. 98-101. 4. Геофизические методы исследования скважин: [справочник / под ред. В. М. Запорожца]. – М.: Недра, 1983. – 591 с.

Поступила в редакцію 14.04.2010.