УДК 621.833.01

***КИРИЧЕНКО А.Ф.**, проф., д. т. н., **ЗИНЧЕНКО А.В.**, асп. г. Харьков, Украина.*

К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЛОЩАДИ ПЯТНА КОНТАКТА В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА ДЛЗ С АРОЧНОЙ ФОРМОЙ ЗУБЬЕВ.

This article describes problems in the field of geometrical modeling of tooth area boundary surface of cylindrical Novikov gears with the arched form of tooth. The chief aim of the present article is to report about stain contact on its surface.

При решении задачи о напряженно-деформированном состоянии зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев в вариационно-структурной постановке возникает проблема, связанная с разработкой естественных граничных условий. Для таких сложных геометрических объектов как зубчатые колеса имеют место смешанные граничные условия [1], одним из которых является нагрузка, которая передается с ведущего зуба на ведомый через мгновенное пятно контакта определенной формы и распределенная по нему определенным образом. При этом строгое теоретическое решение контактной задачи теории упругости для зубчатых колес в настоящее время отсутствует и является самостоятельной чрезвычайно сложной проблемой, и именно поэтому приходится это граничное условие моделировать геометрически, опираясь на экспериментальные данные и опыт эксплуатации.

В случае арочного зацепления мы имеем дело с двумя площадками контакта, которые симметрично перемещаются вдоль образующей навстречу друг другу. Поскольку исследования пятен контакта в передачах Новикова [2, 3, 4] свидетельствуют о том, что площадка контакта имеет локальный несколько искаженный каплеобразный характер, то более целесообразно площадку контакта заменять не эллипсом, как это принято в ряде работ, а криволинейной трапецией [4] или криволинейным

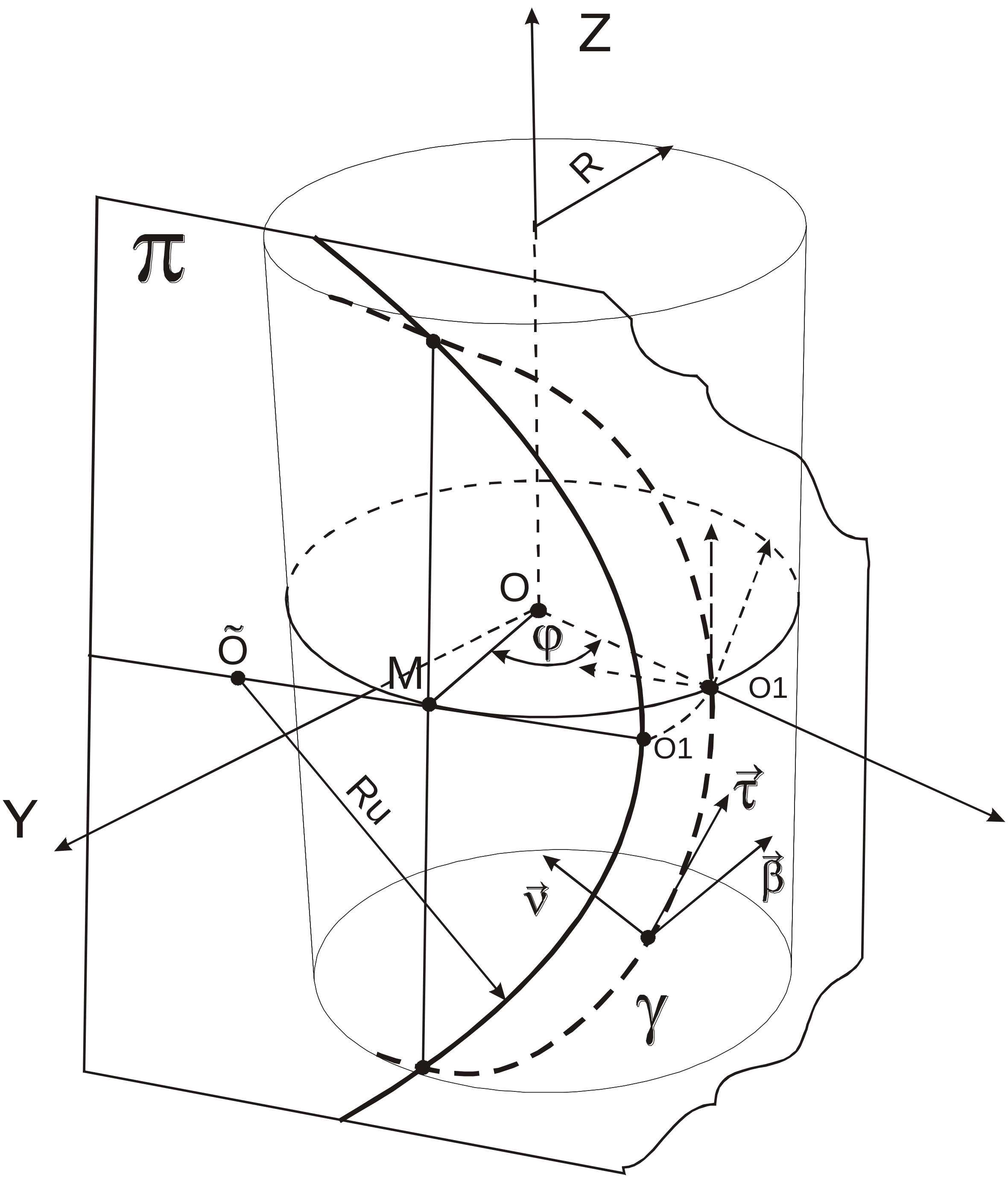

Рис.1.

параллелограммом. Последняя аппроксимация обеспечивает более простое математическое моделирование и близость к реальной конфигурации[5]. Данный подход с некоторыми допущениями применим и к передачам с арочной формой зуба.

Известно [6], что элемент ds в регулярной точке некоторой поверхности $S(\varphi,\mu)$, заданной в двухпараметрическом виде, определяется выражением

$$ds=\sqrt{EG-F^2}\,d\varphi d\mu \qquad (1),$$

где

$$E=\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2;$$

$$G=\left(\frac{\partial x}{\partial \mu}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \mu}\right)^2; \qquad (2)$$

$$F=\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial \mu}\right)+\left(\frac{\partial y}{\partial \varphi}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)+\left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial \mu}\right)$$

При вычислении производных в выражении для E, G и F целесообразно уравнение участка поверхности зуба представить в параметрическом виде[7]:

$$\begin{pmatrix} x(\varphi,\mu)\\ y(\varphi,\mu)\\ z(\varphi,\mu)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x(\varphi)\\ y(\varphi)\\ z(\varphi)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0\\ \frac{1}{\Delta}\left(c_2x(\mu)-c_1\left(y(\mu)-R\right)\right)\\ \frac{1}{\Delta}\left(-b_2x(\mu)-b_1\left(y(\mu)-R\right)\right)\end{pmatrix} \qquad (3),$$

где

$$\begin{aligned} x(\varphi)&=R\sin\varphi\\ y(\varphi)&=R\cos\varphi\\ z(\varphi)&=\pm\sqrt{(2R_u-R\varphi)R\varphi}\end{aligned} \qquad (4)$$

уравнение кривой γ (рис.1.), получаемой как результат обкатки окружности радиуса R_u с центром в точке $\tilde{O}$ по начальному цилиндру радиуса R. Коэффициенты a_i, b_i, c_i $(i=1..3)$ являются направляющими косинусами репера Френе кривой γ, причем $\Delta = b_1c_2 - b_2c_1$. Параметрическое уравнение $x(\mu), y(\mu)$ - представляет собой выражение для нормального профиля в системе координат xOy, и может быть получено различными путями[8] как огибающая однопараметрического семейства мгновенных положений исходного контура рейки, повторяющей профиль резца резцовой головки. Заметим, что на переменные μ и φ удовлетворяют неравенствам, которые учитывают процесс формообразования профиля зуба колеса и ограничения на ширину зубчатого венца.

Подставляя (4) в (2) и дифференцируя, получаем

$$E = R^2(\cos(\varphi) + \sin(\varphi)) + \frac{R(R\varphi - R_u)^2}{(2R_u - R\varphi)\varphi} \tag{5}$$

$$G = \frac{1}{\Delta^2}\left((b_1c_2 - c_1b_2)^2 + (b_3c_2 - c_3b_2)^2\right)\left(\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\right)^2 +$$

$$-\frac{2}{\Delta}\left((b_3c_1 + c_3b_1)(b_3c_2 - c_3b_2) + \frac{b_1c_1}{\Delta}(b_1c_2 - c_1b_2)\right)\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu} +$$

$$+\frac{1}{\Delta}\left(4\frac{b_1{}^2c_1{}^2}{\Delta} + (-c_1b_2 - b_1c_2)^2 + (-b_3c_1 - c_3b_1)^2\right)\left(\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu}\right)^2$$

$$F = \frac{1}{\Delta}\left(R\cos(\varphi)(b_1c_2 - b_2c_1) + \frac{R(R\varphi - R_u)(b_3c_2 - b_2c_3)}{\sqrt{(2R_u - R\varphi)R\varphi}}\right)\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu} -$$

$$-\frac{1}{\Delta}\left(2R\cos(\varphi)b_1c_1 - R\sin(\varphi)(c_1b_2 + c_2b_1) + \frac{R(R\varphi - R_u)(b_3c_1 - b_1c_3)}{\sqrt{(2R_u - R\varphi)R\varphi}}\right)\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu}$$

Переобозначим коэффициенты при частных производных в выражениях для G и F

$$G = g_x\left(\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\right)^2 + g_{xy}\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu} + g_y\left(\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu}\right)^2 \tag{6}$$

$$F = f_x\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu} + f_y\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu} \tag{7}$$

тогда, подставляя (5), (6) и (7) в выражение (1) окончательно получаем:

$$ds = \sqrt{\left(Eg_x - f_x^{\,2}\right)\left(\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\right)^2 - \left(Eg_{xy} + f_x f_y\right)\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\frac{\partial y(\mu)}{\partial \mu} + \left(Eg_y - f_y^{\,2}\right)\left(\frac{\partial x(\mu)}{\partial \mu}\right)^2}\, d\varphi d\mu$$

Список литературы: 1. *Кириченко А.Ф, Клименко В.Г., Бондаренко В.С.* Вариационный метод расчета изгибной податливости зубчатых зацеплений с использованием R-функций //Повышение технического уровня, совершенствование методов расчета и конструирования зубчатых передач, редукторов и их узлов: Тез.докл.научн.-техн. конф.–Харьков, 1974.–с.211-215. 2. *Кириченко А.Ф.* Экспериментальные исследования условий контактирования зубьев цилиндрических зубчатых колес.–Вестник машиностроения, 1980, №12, с.8-10. 3. *Коваленко Г.Д.* Экспериментальное исследование контактной прочности цилиндрических зубчатых передач Новикова. М.:ЦИНТИАМ, 1964, вып.2, с.70-81 4. *Краснощеков Н.Н., Федякин Р.В., Чесноков В.А.* Теория зацепления Новикова. М.:Наука, 1976, 174с.
5. *Кириченко А.Ф.* Аналитическое моделирование площадки контакта зубьев. – Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1979, №4, с.34-39 6. *Погорелов А.В.* Дифференциальная геометрия. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1969, 176с.
7. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В.* Уравнение поверхности арочных зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ, нарезанных резцовой головкой. //Вестник Харьковского государственного политехнического университета, вып.50, 1999, с.118-127 8. *Кириченко А.Ф., Зинченко А.В.* К вопросу решения задач о напряженно-деформированном состоянии зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев. //Весник Национального технического университета «ХПИ», вып.№12, 2001,.
с.97-104.