

УДК 621.833

*А. Ф. КИРИЧЕНКО, д.т.н., А. В. КОНОНЕНКО, Харьков, НТУ  
«ХПИ»*

## **НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА КОНТАКТА ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС**

The article contains a refined solution of the thermal elastohydrodynamics lubrication problem of rolling and sliding gears surfaces contact.

Практическое значение расчета толщины смазочного слоя для анализа работоспособности контакта привело к появлению значительного числа новых методик решения изотермической задачи контакта зубьев различных зубчатых колес, пользуясь которыми, однако, можно получить значительные расхождения результатов в зависимости от того какая была принята расчетная температура.

К сожалению, до сих пор практически нет методов расчета эффективной температуры в зоне контакта даже для изотермических процессов (например, при чистом качении гладких круговых цилиндров). Исключением являются работы [1,2] где, однако, пренебрегается выделением тепла во входной зоне контакта и учитывается теплопередача только поперек слоя. В результате принимается линейный закон распределения температуры поперек слоя, что не соответствует действительности. Либо, приведено решение задачи аналогичной данной без предположения линейного распределения температуры, но с теплопередачей только поперек смазочного слоя.

В общем случае, однако, тепловыделение в смазочном слое может оказаться значительным и смазочная пленка в контакте выполнит роль движущегося источника тепла, который прогревает поверхности. Температура поверхностей, в свою очередь, определяет температурное поле в жидкости и тем самым влияет на тепловыделение в ней. Поэтому в общем случае необходимо решать совместно уравнения течения жидкости и уравнения теплопроводности в телах.

Рассмотрим одномерную неизотермическую задачу о стационарном качении со скольжением эвольвентных цилиндров (рис.1), предполагая область контакта малой по сравнению с их радиусами кривизны и пренебрегая влиянием касательных напряжением на форму поверхностей и их кинематику.

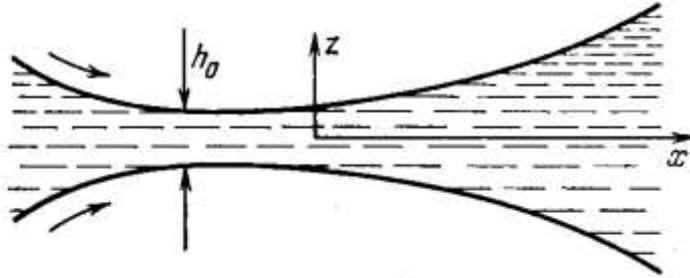


Рис.1

При данных предположениях уравнения задачи примут следующий вид:

$$\frac{dp(x)}{dx} = \frac{\partial \tau}{\partial z}, z \in [-h_1(x), h_2(x)], x \in [a, c], \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(x, z)}{\partial z} = \frac{\tau(x, z)}{\mu(p(x), T(x, z))}, \quad (2)$$

$$k \frac{\partial^2 T(x, z)}{\partial z^2} = -\frac{\tau^2(x, z)}{\mu(p(x), T(x, z))}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dx} \int_{-h_1(x)}^{h_2(x)} u(x, z) dz = 0, \quad (4)$$

$$h_j(x) = h_{0j} + \eta(x) + \frac{2}{\pi E'_j} \int_a^c p(\xi) \ln \frac{c - \xi}{|\xi - x|} d\xi, \quad (5)$$

$$p(a) = p(c) = \frac{dp}{dx}(c) = 0, \quad (6)$$

$$u(x, (-1)^j h_j(x)) = u_j, \quad (7)$$

$$T(x, (-1)^j h_j(x)) = T_j(x). \quad (8)$$

К этим уравнениям следует добавить зависимость вязкости от давления и температуры

$$\mu(p, T) = \mu_0 \exp \alpha p(1 + \beta p)^{-1} - [\delta + \kappa p(1 + \beta p)^{-1}(T - T_0)], \quad (9)$$

условие равновесия

$$\int_a^b p(\xi) d\xi = W, \quad (10)$$

и одно из условий, определяющих температуры контактирующих тел в зоне контакта, например  $T_j(x)$  ( $x \in [a, c]$ ,  $j = 1, 2$ ) – известные функции.

В соответствии с предположением о стационарности задачи считаем, что ось  $Ox$  проходит через оси цилиндров, скорости  $u_j(x) = \Phi_j R_j$  в (7) не зависят от  $x$ . Уравнение (10) может быть опущено, если считать заданной величину  $h_0 = h_{10} + h_{20}$ , а нагрузку  $W$  определять из уравнения (10) после решения задачи при заданном  $h_0$ .

После введения безразмерных параметров и переменных систему (1) – (9) можно записать в виде:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial^2 z} = -H(12z \frac{dp}{dx} + \tau_0)^2 \exp^{-Lp(1 + Kp)^{-1} + \theta + Mp(1 + Kp)^{-1}(\theta - \theta^*)}, \quad (11)$$

$$\theta(x, \pm \frac{h(x)}{2}) = \pm S, \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = (12z \frac{dp}{dx} + \tau_0) \exp^{-Lp(1 + Kp)^{-1} + \theta + Mp(1 + Kp)^{-1}(\theta - \theta^*)}, \quad (13)$$

$$u(x, \pm \frac{h(x)}{2}) = \pm \Phi, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ h(x) + \int_{-h_1(x)}^{h_2(x)} u(x, z) dz \right] = 0, \quad (15)$$

$$h = 1 - c^2 - \eta(x) + D \int_a^c p(\xi) \ln \frac{c - \xi}{|\xi - x|} d\xi, \quad (16)$$

$$p(a) = p(c) = \frac{dp}{dx}(c) = 0, \quad (17)$$

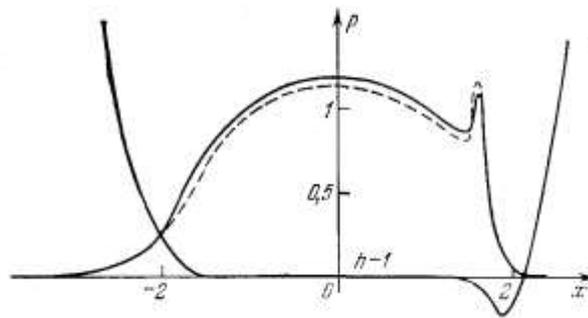
где  $\Phi = \frac{u_2 - u_1}{u_1 + u_2}$ ,  $L = \alpha p_*$ ,  $E = \frac{2E'_1 E'_2}{E'_1 + E'_2}$ ,  $D = \frac{48\mu'_0(u_1 + u_2)R}{\pi E' h_0^2}$ ,

$$H = \mu'_0 \frac{\delta}{k} \left[ \frac{u_1 + u_1}{2} \right]^2, \quad K = \beta p_*, \quad M = \frac{\kappa p_*}{\delta}, \quad \tau_0(x) = \tau(x, 0), \quad \theta^* = \delta T', \quad S = \frac{\delta (T_2 - T_1)}{2},$$

$$\tau = \frac{\mu'_0 (u_2 + u_1) \tau(x, z)}{2h_0}.$$

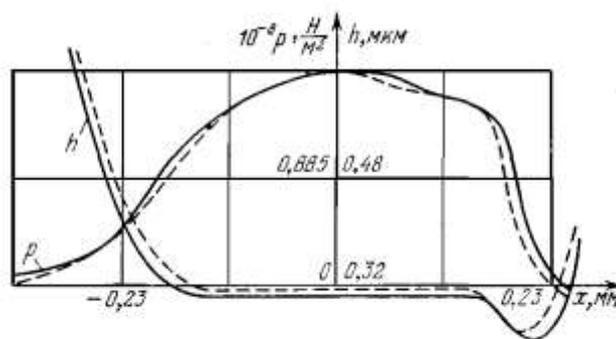
В системе (11) – (17)  $p = p(x), h = h(x), \theta = \theta(x, z), \tau_0 = \tau_0(x), c$  – неизвестные,  $L, D, K, M, H, S, \Phi, a, \theta^*$  – заданные величины.

Система решалась численно с помощью алгоритма, основанного на методе решения одномерной изотермической задачи, по схеме разработанной в [3].



**Рис. 2**

На рис.2 изображены графики  $p(x), h(x) - 1$  для следующего набора параметров:  $S=\Phi=0, L=6,5; D=1,1; H=10^{-2}$  (сплошная линия),  $H=0$  (штриховая линия). Видно, что тепловыделения в смазочной пленке слабо влияет на распределение давления, несколько уменьшая, однако, второй максимум давления.



**Рис. 3**

На рис.3 графики  $p(x), h(x)$  соответствуют  $L=5; D=1,6; H=0,5; S=-0,1;$

$\Phi=0,25$  (сплошная линия) и  $L=5$ ;  $D=1,6$ ;  $H=S=\Phi=0$  (штриховая линия). Видно, что при наличии скольжения и различных температур поверхностей неизотермичность незначительно сказывается на распределении давления и форме зазора. Однако, при значении  $H=0,5$  уже заметно уменьшение толщины смазочной пленки (тепловое утонение).

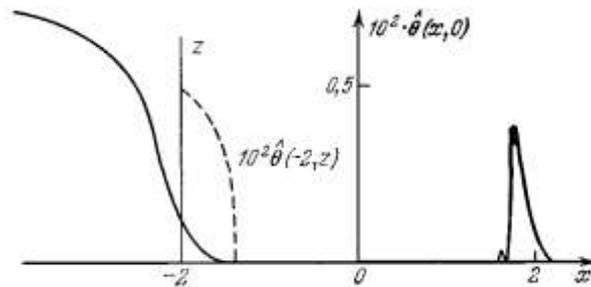


Рис.4

Распределение  $\theta(x, z) + \theta^* = \hat{\theta}(x, z)$  для  $S=\Phi=0$ ,  $L=6,5$ ;  $D=1,1$ ;  $H=10^{-2}$  представлено на рис.4. Заметно повышение температуры в областях больших градиентов давления, которые при чистом качении ( $\Phi=0$ ) являются единственными источниками тепловыделения.

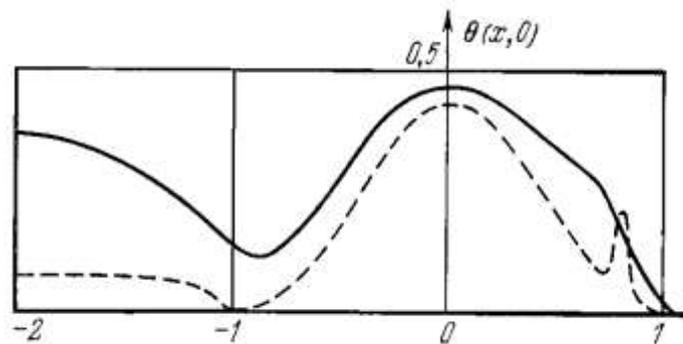


Рис. 5

На рис.5,6 показаны распределения безразмерной температуры  $\theta(x, 0)$  вдоль средней линии смазочной пленки (рис.5) и безразмерного теплового потока  $q_j$  на верхней  $y = 2zh^{-1} = 1$  и нижней  $y=-1$  поверхностях (рис.6) для случаев  $L=5$ ;  $D=1,6$ ;  $H=0,5$ ;  $S=-0,1$ ;  $\Phi=0,25$  (сплошные линии) и  $L=6$ ;  $D=1,1$ ;  $H=\Phi=0,1$ ;  $S=-0,1$  (штриховые линии). Построенные зависимости немонотонны, тепловые потоки имеют максимумы во входной зоне.

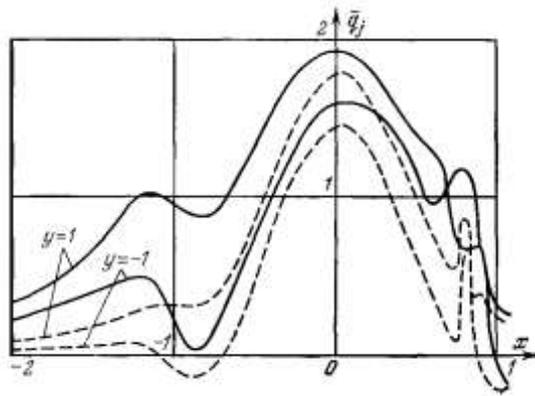


Рис. 6

Почти во всей области контакта поток тепла в менее нагретое тело превосходит поток тепла в более нагретое тело. Величина  $q_j$  считается положительной, если поток тепла направлен из жидкости в тело. Согласно рис.6 в пределах небольшого участка вблизи зоны выхода, а для штриховой кривой – и на входном участке тепло от более нагретого тела переходит в смазочный материал. Прогрев на входе приводит к уменьшению смазочной пленки.

**Список литературы:** 1. *Галахов М. А.* Физико-математические основы упругогидродинамической теории смазки. М.:ИПМ АН СССР: 1977. №94. 2. *Усов П. П., Тодер И. А., Кренделев Е. С.* Плоская неизотермическая задача гидродинамической теории смазки подшипников скольжения при деформируемости поверхностей, ограничивающих смазочный слой. – Трение и износ, 1982, №6. 3. *Кириченко А. Ф. Кононенко А. В.* Распределение давления в упругогидродинамическом контакте зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. Вестник Национального Технического университета «ХПИ». Тематический сборник научных трудов «Технологии в машиностроении». Харьков: НТУ «ХПИ». – 2001. №12. с. 79-83.