

В.П. ШИШОВ, д.т.н., П.Н. ТКАЧ, асп., О.А. РЕВЯКИНА, асп., А.А. МУХОВАТЫЙ, Луганск, Украина, ВНУ им. В. Даля

СИНТЕЗ ПЕРЕДАЧ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ С ВЫСОКОЙ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТЬЮ

The method of synthesis of the cutting tool's initial outline for cutting of cylindrical cogwheels of transmissions possessing a high output capability, from a condition of working teeth surfaces' contact strength is explained in a paper. The method can be applied for synthesis of highly loaded transmissions with intersected and crossed gears' axes.

Одним из важнейших показателей работоспособности зубчатых передач является контактная прочность рабочих поверхностей зубьев. Контактная прочность зависит от приведенной кривизны рабочих поверхностей зубьев, с уменьшением которой она повышается. Решению задачи повышения нагрузочной способности зубчатых передач из условия контактной прочности путем совершенствования геометрии рабочих поверхностей зубьев посвящено значительное количество работ специалистов в области исследования передач зацеплением [1,2,3,4,5,6]

В этих работах предлагаются различные способы уменьшения приведенной кривизны рабочих поверхностей зубьев. В работе [7] разработан метод синтеза исходного контура режущего инструмента по заданной величине приведенной кривизны рабочих поверхностей зубьев, путем решения дифференциального уравнения, связывающего геометрические параметры передачи с приведенной кривизной. Однако получаемые при этом результаты имеют сложный характер и трудно поддаются анализу. Поэтому целесообразно разработать более простую методику синтеза зубчатых передач по заданной приведенной кривизне.

Согласно [7] относительная приведенная кривизна рабочих поверхностей цилиндрических зубчатых передач внешнего зацепления равна

$$\bar{\chi} = \frac{f_2'}{\tau_1 \tau_2 n^3} [n^2 (1 + \Omega_1 K_{n1})^2 \sin^2 \beta + (\Omega_2')^2 \cos^2 \beta]; \quad (1)$$

где $\bar{\chi} = \frac{\chi R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ - относительная приведенная кривизна;

χ - приведенная кривизна; R_1, R_2 - радиусы делительных цилиндров шестерни и колеса соответственно; $\Omega_1 = \frac{f_1 f_1'}{f_2}$; $\Omega_2 = \Omega_1 + f_2$; Ω_2' - производная функции Ω_2 ; $f_1 = f_1(\lambda)$, $f_2 = f_2(\lambda)$ - функции, определяющие геометрию исходного контура режущего инструмента; f_1 - расстояние точки профиля исходного контура от начальной прямой; f_2 - координата профиля по направлению начальной прямой; λ - параметр; f_1' , f_2' - производные функций f_1 , f_2 по λ ; $n = [(f_1')^2 + (f_2')^2]^{0.5}$ - модуль вектора нормали кривой, описывающей исходный контур режущего инструмента; $K_{n1} = K(1 + f_2 K)^{-1}$; $K = (y_0' z_0'' - y_0'' z_0') (y_0'^2 + z_0'^2)^{-1.5}$ - кривизна кривой, описывающей продольную форму зубьев реечного инструмента; y_0 , z_0 - функции, описывающие продольную форму зубьев реечного инструмента; y_0' , z_0' - первые производные функций y_0 , z_0 ; y_0'' , z_0'' - вторые производные функций y_0 , z_0 .

$$\tau_i = 1 \pm \frac{f_1}{R_i f_2'} [\Omega_2' \cos^2 \beta + f_2' (1 + \Omega_1 K_{n1}) \sin^2 \beta]; \quad (2)$$

$$\sin \beta = y_0' (y_0'^2 + z_0')^{-1}; \quad \cos \beta = z_0' (y_0'^2 + z_0')^{-1}; \quad (3)$$

где β - текущий угол наклона зубьев; $i=1$ и верхний знак для зубьев шестерни; $i=2$ и нижний знак для зубьев колеса.

Соотношение (1) справедливо для прямозубых передач при $\beta = 0$, для косозубых – при $\beta = const$ и передач с арочными и корсетными зубьями, нарезанными реечным инструментом с различной продольной формой зубьев при $\beta \neq const$. Для реальных параметров зубьев реечного инструмента и

зубчатых колес в равенствах (1) и (2) можно положить $1 + \Omega_1 K_n \approx 1$ и пренебречь в равенстве (2) членом, содержащим значение $\sin^2 \beta$. Такое упрощение, как показывает анализ, несущественно влияет на результаты синтеза геометрии исходного контура режущего инструмента и зубчатых передач по величине приведенной кривизны рабочих поверхностей зубьев.

Установим возможные границы изменения приведенной кривизны в зависимости от геометрических параметров исходного контура и зубчатых колес. Верхняя граница приведенной кривизны (наибольшее значение) равна бесконечности, когда $\tau_i = 0$. В этом случае наблюдается подрезание рабочих поверхностей зубьев, удельные скольжения в зацеплении равны бесконечности, а скорость движения точек контакта на поверхности зубьев шестерни или колеса равна нулю [7], т.е. передача обладает наиболее неблагоприятными условиями контакта рабочих поверхностей зубьев. Синтез исходного контура для нарезания зубьев таких передач является нецелесообразным, поскольку передачи имеют низкую нагрузочную способность.

Относительная приведенная кривизна принимает значение, близкое к наименьшему для косозубых и наименьшее для прямозубых передач, когда $\Omega_2 = C$ (где C – постоянная величина). В этом случае для определения геометрических параметров исходного контура имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{f_1 f_1'}{f_2'} + f_2 = C \quad (4)$$

Решение данного уравнения имеет вид

$$f_1^2 + (f_2 - C)^2 = C_1 \quad (5)$$

где C_1 - произвольная постоянная.

Кривая с уравнением (5) является окружностью с центром на начальной прямой. Такой исходный контур применяется при

профилировании выпуклой части зуба инструмента для нарезания зубчатых колес передач с зацеплением Новикова [3].

Относительная приведенная кривизна при линейчатом контакте рабочих поверхностей зубьев, нарезанных инструментом с исходным контуром (5) (при $f_2 = f_2(f_1)$ и $f_2' = tg\alpha$, α - профильный угол исходного контура), равна

$$\bar{\chi}_{\min} = \sin \alpha \sin^2 \beta. \quad (6)$$

Данное значение приведенной кривизны используется при расчете зубчатых передач Новикова на контактную прочность [3]. При этом предполагается, что после приработочного износа точечное зацепление зубьев становится линейчатым, соответствующим исходному контуру (5). Для прямозубых передач при $\beta = 0$ наименьшее значение приведенной кривизны передач, нарезанных реечным инструментом с исходным контуром (5), равно нулю. Однако, такие передачи имеют коэффициент профильного перекрытия, равный нулю, и по этой причине не могут быть использованы в прямозубом исполнении. Их можно использовать только в косозубом исполнении, обеспечивая при этом значение коэффициента осевого перекрытия больше единицы. Зубчатые передачи с такой геометрией зубьев имеют высокую чувствительность к погрешностям изготовления и монтажа зубчатых колес. Поэтому при применении исходного контура (5) для профилирования инструмента зубчатых передач Новикова вогнутый участок его профиля очерчивается дугой окружности с радиусом несколько большим, чем радиус выпуклого участка профиля [3], для обеспечения точечного контакта рабочих поверхностей зубьев и снижения чувствительности зубчатых передач к погрешностям изготовления к монтажа зацепляющихся колес.

Перейдем теперь к изложению методики синтеза исходного контура инструмента по заданной величине относительной приведенной кривизны рабочих поверхностей зубьев колес. С учетом приведенных выше упрощений

из соотношения (1) получаем

$$\bar{\chi} = \frac{f_2' [n^2 \sin^2 \beta + (\Omega_2')^2 \cos^2 \beta]}{n^3 \left(1 + \frac{f_1'}{R_1 f_2'} \Omega_2' \cos^2 \beta \right) \left(1 - \frac{f_1'}{R_2 f_2'} \Omega_2' \cos^2 \beta \right)}. \quad (7)$$

Исходный контур инструмента для нарезания эвольвентных зубчатых колес очерчен отрезком прямой, уравнение которой можно записать в виде

$$f_2 = f_1 \operatorname{tg} \alpha, \quad (8)$$

где $\alpha = \operatorname{const}$ - профильный угол инструмента.

В полюсе зацепления при $f_1 = 0$, $\beta = 0$ эвольвентных колес из равенства (7) относительная приведенная кривизна равна

$$\bar{\chi}_{0\text{э}} = \frac{1}{\sin \alpha_n} \quad (9)$$

Для стандартного исходного контура $\alpha_n = 20^\circ$ и относительная приведенная кривизна $\bar{\chi}_{0\text{э}} \approx 3$. Отсюда следует, что для синтеза передач с более высокой нагрузочной способностью, чем эвольвентные передачи, заданная относительная приведенная кривизна вне полюса зацепления должна быть меньше трех. Исключением является полюс зацепления, где приведенная кривизна зависит только от величины профильного угла исходного контура на начальной прямой и не зависит от геометрии кривой, которой очерчен исходный контур режущего инструмента. Она равна значению (9), где α_n профильный угол исходного контура на начальной прямой.

Исходный контур инструмента при заданной относительной кривизне можно синтезировать, решая дифференциальное уравнение (7), как это изложено в работе [7]. Получаемое при этом решение отличается громоздким результатом. Для упрощения результатов в основу методики синтеза положим исходный контур инструмента, очерченный отрезками дуг окружностей, параметры которых определены из соотношения (7) при заданной величине $\bar{\chi}$. Уравнения отрезков окружностей, которыми очерчен

исходный контур инструмента можно записать в двух вариантах: вариант, когда заданы минимальные значения f_1 и α и вариант, когда заданы максимальные значения f_1 и α .

Рассмотрим второй вариант, представленный на рис. 1. Для него имеем

$$\begin{aligned}
 f_{11}^* &= \rho_1 \sin \alpha - a_1; \\
 f_{21} &= -\rho_1 \cos \alpha + b_1 \text{ при } \alpha_1^* \leq \alpha \leq \alpha_2; \\
 f_{12} &= \rho_2 \sin \alpha - a_2; \\
 f_{22} &= -\rho_2 \cos \alpha + b_2 f_{21}(\alpha_1 - \Delta\alpha_1) \text{ при } \alpha_2 \leq \alpha \leq \alpha_3; \\
 f_{1i} &= \rho_i \sin \alpha - a_i; \\
 f_{2i} &= -\rho_i \cos \alpha + b_i - f_{2(i-1)}(\alpha_{i-1} - \Delta\alpha_{i-1}) \text{ при } \alpha_i \leq \alpha \leq \alpha_{i+1};
 \end{aligned} \tag{10}$$

где α_1^* , f_{11}^* - максимальные значения α_1 и f_1 ; $f_{2(i-1)}(\alpha_{i-1} - \Delta\alpha_{i-1})$ - значение f_2 при $\alpha = \alpha_{i-1} - \Delta\alpha_{i-1}$; (при $i > 2$) $\alpha_i = \alpha_1^*$.

В равенствах (10) введены обозначения

$$\begin{aligned}
 \alpha_i &= \alpha_{i-1} - \Delta\alpha_{i-1} \text{ при } i \geq 2; \quad \alpha_i = \alpha_1^*; \\
 b_i &= \rho_i \cos \alpha_i, \\
 f_{2(i-1)} &= -\rho_{i-1} \cos(\alpha_{i-1} - \Delta\alpha_{i-1}) + b_{i-1}; \quad (i \geq 2, \text{ при } i = 2, \alpha_{i-1} - \Delta\alpha_{i-1} = \alpha_1^*);
 \end{aligned} \tag{11}$$

Синтез исходного контура инструмента по заданной приведенной кривизне рабочих поверхностей зубьев зацепляющихся колес можно представить следующим образом:

- задаем значение относительной приведенной кривизны в зависимости от α больше $\bar{\chi}_{\min}$ из соотношения (6) и меньше значения для эвольвентных передач в полюсе зацепления из соотношения (9);

- задаем f_{11}^* , α_1^* , а также $\Delta\alpha_1$.

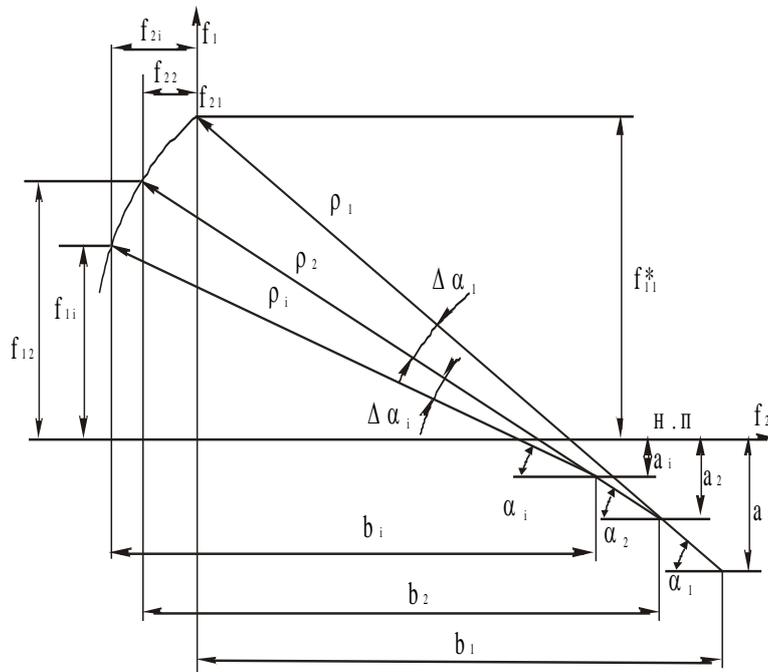


Рис.1 – К выводу уравнения исходного контура при заданных максимальных $f_1 = f_{11}^*$ и $\alpha = \alpha_1^*$.

При этом при использовании уравнений окружности в форме (10) получаем

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \rho_i \sin \alpha - a_i; & f_2 &= -\rho_i \cos \alpha + b_i; \\
 f_1' &= \rho_i \cos \alpha_i; & f_1'' &= -\rho_i \sin \alpha; \\
 f_2^I &= \rho \sin \alpha; & f_2^{II} &= \rho_i \cos \alpha; \\
 \Omega_2 &= -a_i \operatorname{ctg} \alpha + b_i; & \Omega_2^I &= \frac{a_i}{\sin^2 \alpha};
 \end{aligned} \tag{12}$$

а из соотношения (7) значение относительной приведенной кривизны будет равно

$$\bar{\chi} = \frac{\left[\sin^2 \beta + \left(\frac{a_i}{\rho_i \sin^2 \alpha} \right)^2 \cos^2 \beta \right] \sin \alpha}{\left(1 + \frac{a_i f_1 \cos^2 \beta}{R_1 \rho_i \sin^3 \alpha} \right) \left(1 - \frac{a_i f_1 \cos^2 \beta}{R_2 \rho_i \sin^3 \alpha} \right)} \tag{13}$$

Отсюда следует, что при заданных f_1 и α ($f_1 = f_{11}^*$, $\alpha = \alpha_1^*$) неизвестными в выражении (13) являются a_i и ρ_i . Решая (13) относительно, например a_i , имеем при $R_1 = R_2$ (наиболее неблагоприятный случай особенно

при малых значениях R_1).

$$a_i = \frac{\rho_i \sin^3 \alpha}{\cos \beta} \sqrt{\frac{\bar{\chi} - \sin \alpha \sin^2 \beta}{\sin^3 \alpha + \left(\frac{f_1 \cos \beta}{R_1}\right)^2 \bar{\chi}}}, \quad (14)$$

а из первого соотношения (12)

$$\rho_i = \frac{f_1 + a_i}{\sin \alpha}, \quad (15)$$

т.е. в результате такого решения определены все геометрические параметры отрезка дуги окружности, которой очерчен участок исходного контура инструмента, обеспечивающего в зацеплении нарезанных колес заданное значение относительной приведенной кривизны. Для прямозубых передач в полученных соотношениях следует положить $\beta = 0$ и относительная приведенная кривизна может быть задана в пределах

$$0 \leq \bar{\chi} \leq \frac{1}{\sin \alpha} \quad (\alpha - \text{профильный угол исходного контура инструмента для}$$

нарезания эвольвентных передач в полюсе зацепления). Заметим, что в полюсе зацепления нельзя обеспечить значение относительной приведенной кривизны меньше, чем значение указанной верхней границы. Заметим также, что в общем случае, как следует из (14) и (15), параметры исходного контура при заданной величине зависят от угла наклона зубьев и радиусов делительных цилиндров зацепляющихся колес, т.е. для каждого значения β и R_1 следует синтезировать исходный контур режущего инструмента, что с точки зрения стандартизации является недопустимым.

Можно исключить влияние на геометрию исходного контура параметров β и R_1 зацепляющихся колес заданием их определенных значений. Очевидно, что с уменьшением R_1 относительная приведенная кривизна увеличивается (см. (13) при $R_1 = R_2$). Поэтому при синтезе следует задавать возможно меньшее значение R_1 (например, в долях модуля $R_1 = 5$, что соответствует числу зубьев зацепляющихся колес, равному 10). Угол β

можно принять равным нулю, исходя из того, что при $\beta \neq 0$ как следует из (13), в полюсе зацепления относительная приведенная кривизна меньше, чем при $\beta = 0$. Действительно в полюсе зацепления при $f = 0$ относительная приведенная кривизна с использованием (13) равна

$$\bar{\chi} = \frac{1}{\sin \alpha_n} (1 - \cos \alpha_n \sin^2 \beta), \quad (16)$$

что меньше значения (9), поскольку величина выражения (16) в скобках при $\beta \neq 0$ всегда меньше единицы (α_n - угол профиля исходного контура в полюсе зацепления при $f_1 = 0$).

Синтезированный для указанных значений параметров ($R_1 = 5, \beta = 0$) исходный контур при $R_1 > 5$ и $\beta \neq 0$ обеспечивает меньшие в сравнении с заданными величины относительной приведенной кривизны. Следует заметить, что в пределах отрезков дуг окружностей значение $\bar{\chi}$, будет изменяться с изменением f_1 и α , отклоняясь в большую сторону от заданной величины. При этом, чем меньше $\Delta \alpha_i$, тем меньше это отклонение, которое можно ограничить выбором количества отрезков дуг окружностей (величины $\Delta \alpha_i$).

При синтезе исходного контура необходимо обеспечить коэффициент профильного перекрытия зубчатой передачи больше единицы, например, согласно рекомендаций [1] больше 1,2 или заданное техническими требованиями на проектирование передачи значение (за исключением передач Новикова). Кроме того, синтезированный исходный контур должен обеспечивать так же достаточную толщину вершин зубьев колес (0,3-0,4 в долях модуля [1]) и высокие геометро-кинематические и комплексные критерии работоспособности зубчатой передачи [8] в пределах всего поля зацепления за исключением околополюсной зоны, где не удастся обеспечить достаточно высокие значения этих критериев в сравнении с эвольвентными передачами.

В качестве примера рассмотрим использование изложенной методики для синтеза прямозубых цилиндрических передач. Будем также полагать, что головка и ножка профиля исходного контура режущего инструмента очерчена отрезком одной окружности с радиусом ρ для случая, представленного на рис.1.

Из соотношений (14) и (15) при $\beta = 0$ следует

$$a_i = \frac{f_1 \psi \sin^2 \alpha}{1 - \psi \sin^2 \alpha}, \quad (17)$$

где
$$\psi = \sqrt{\frac{\bar{\chi}}{\sin^3 \alpha + \left(\frac{f_1}{R_1}\right)^2 \bar{\chi}}}$$

Тогда для заданных значений исходных данных (при модуле зацепления равном единице) равных $\bar{\chi} = 1,2$; $f_1 = 1$; $R_1 = 5$; $\alpha = 30^\circ$; получаем из (15) и (17) $a_i = 1,71$ $\rho_i = 5,42$. В табл. 1 приведены значения критериев работоспособности передач с эвольвентными колесами и колесами, нарезанными инструментом с профилированным исходным контуром. Значения критериев определены в крайних точках линий зацепления и полюсах зацепления при $R_1 = 9$, $R_2 = 45$ (профильный угол инструмента эвольвентных колес $\alpha_s = 20^\circ$).

Таблица 1 – Значение критериев работоспособности зубчатых передач

Точка линии зацепления	Критерий										
	$\bar{\chi}$	V^{12}	V_1	V_2	V_Σ	η_1	η_2	Θ_1	Θ	h_{mc}	ε_α
Головка зуба колеса	13,3	-3,47	0,21	3,58	3,89	-16,5	-0,9	0,07	2,72	0,91	
	1,1	-2,5	5,0	7,5	12,5	-0,5	-0,34	0,79	0,51	5,53	
Полюс зацепления	2,92	0	3,07	3,07	6,15	0	0	0,32	0	2,39	1,59
	3,16	0	2,84	2,84	5,68	0	0	0,3	0	2,0	1,38
Головка зуба шестерни	2,0	3,0	5,56	2,56	8,12	0,54	0,84	0,47	2,09	3,44	
	0,76	2,45	8,85	6,1	14,56	0,28	0,4	1,25	0,42	7,2	

Примечания к таблице 1: В числителе указаны значения критериев

эвольвентной передачи, в знаменателе – синтезированной передачи, $\bar{\chi}$ – относительная приведенная кривизна; V^{12} – скорость скольжения; V^1, V^2 – скорости движения точек контакта по поверхности зубьев шестерни и колеса; V_{Σ} – суммарная скорость движения точек контакта; η_1, η_2 – удельные скольжения зубьев шестерни и колеса; Θ_1 – условный критерий контактной прочности $\Theta_1 = \frac{\cos \alpha}{\bar{\chi}}$; Θ – условное повышение температуры в зоне контакта зубьев $\Theta = \bar{\chi}^{0,25} |\sqrt{V^1} - \sqrt{V^2}|$; h_{MC}^* – условная толщина масляной пленки между зубьями ($h_{MC}^* = v_{\Sigma}^{0,75} \bar{\chi}^{-0,4} \cos^{-0,15} \alpha$); скорости определены при частоте вращения шестерни $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$; для эвольвентной передачи $\alpha = \alpha_{\text{э}} = 20^\circ$; ε_{α} – коэффициент перекрытия.

Анализ значений таблицы 1 показывает, что критерии работоспособности синтезированной зубчатой передачи в крайних точках линии зацепления значительно превосходят по своей величине критерии работоспособности некоррегированной эвольвентной передачи. Действительно синтезированная передача в сравнении с эвольвентной имеет:

- относительную приведенную кривизну в 2,6-12,0 раз меньше;
- суммарную скорость движения точек контакта в 1,8-3,2 раза больше;
- удельное скольжение зубьев шестерни в 1,9-33 раза меньше, а зубьев колеса – в 2,1-2,6 раза меньше;
- критерий контактной прочности в 2,7-11 раз больше;
- повышение температуры в зоне контакта зубьев в 4,9-5,3 раза меньше;
- толщину масляной пленки между зубьями в 2,1-6 раз больше.

И только в полюсе зацепления синтезированная зубчатая передача имеет на 8-10% менее благоприятные критерии, чем эвольвентная передача, а

критерии толщины масляной пленки на 20% меньше, чем этот критерий для эвольвентной передачи. Коэффициент перекрытия синтезированной передачи на 15% меньше, чем эвольвентной, но его значение не выходит за пределы допустимых величин. Из изложенного следует, что синтезированная зубчатая передача в крайних точках линии зацепления имеет в 2,7-11 раз более высокую контактную прочность и в 1,9-33 раза меньший износ рабочих поверхностей зубьев в сравнении с эвольвентной зубчатой передачей.

Следует заметить, что изложенным методом можно синтезировать зубчатые передачи и с более высокими, чем в приведенном примере, критериями работоспособности. Метод может быть использован при синтезе высоконагруженных конических, винтовых зубчатых и червячных передач различного типа.

Список литературы: 1. *Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г.* Конструкции и расчет зубчатых редукторов. Л.: Машиностроение. 1971.- 328 с. 2. *Вулгаков Э.В.* Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. М.: Машиностроение. 1974. - 264 с. 3. *Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А.* Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. Киев, "Техника", 1978.-. 144 с. 4. *Павлов А.И.* Особенности построений зацеплений с выпукло-вогнутым контактом. //Вестник Харьковского государственного политехнического университета. Выпуск 50. Харьков, 1999. - с.135-141. 5. *Возников А.И., Кузнецов В.В. и др.* Исходный контур передач повышенной несущей способности //Тез. докл. научно-техн. конференции "Повышение надежности и ресурса зубчатых передач в тракторном и сельскохозяйственном машиностроении" Харьков, 1979. - с.86-87. 6. *Шишов В.П.* Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоконагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта. Дис. докт. техн. наук, Луганск, 1994. - 524 с. 7. *Шишов В.П., Панкратов Д.А., Муховатый А.А.* Критерии оценки работоспособности передач зацеплением //Вестник национального технического университета "ХПИ", Харьков НТУ "ХПИ", №12, 2001. с.33-41.

