УДК 621.833

В.П. ШИШОВ*, д.т.н.,* ***П.Н. ТКАЧ****, асп.,* ***О.А. РЕВЯКИНА****, асп.,* ***Д.А. ПАНКРАТОВ****, Луганск, Украина, ВНУ им. В. Даля*

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРО-КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С АРОЧНЫМИ И КОРСЕТНЫМИ ЗУБЬЯМИ

The cylindrical transmissions with arch and corset teeth with minimum and maximum geometry-kinematics indexes are synthesized in the paper .

Работоспособность зубчатых передач с арочными и корсетными зубьями зависит от геометро-кинематических показателей таких, как приведенная кривизна рабочих поверхностей зубьев, скорость скольжения в зацеплении, суммарная скорость движения точек контакта рабочих поверхностей, угол между вектором скорости скольжения и контактной линией, удельные скольжения [1, 2]. Этими показателями определяются следующие критерии работоспособности зубчатых передач: критерий контактной прочности зубьев, критерий заедания рабочих поверхностей, коэффициент трения скольжения в зацеплении, толщина масляного слоя между рабочими поверхностями, критерий износа зубьев, потери в зацеплении.

Поэтому при синтезе геометрии рабочих поверхностей зубьев необходимо получить такие геометро-кинематические показатели, которые обеспечивают наилучшие значения указанных критериев работоспособности зацепления. В работе [4] определены геометро-кинематические показатели цилиндрических зубчатых передач, нарезанных реечным инструментом с обобщенной геометрией исходного контура:

- скорость скольжения при угловой скорости ведущего колеса $\omega_1 = 1\frac{1}{c}$

$$V'^2 = \frac{f}{\zeta}\left(\frac{u+1}{u}\right)\sqrt{\cos^2\mu + \zeta^2 \sin^2\mu}\,, \qquad (1)$$

- угол между вектором скорости скольжения и контактной линией

$$\nu = arctg\left\{\frac{\Omega\cos^2\mu + \zeta^3(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu}{\zeta(\Omega - \zeta(1-\Omega_1 k_n))\sin\mu\cos\mu}\right\}, \qquad (2)$$

- удельные скольжения

$$\eta_i = \pm\frac{u}{(u+1)\left[\frac{R_i\zeta^3}{f(\Omega\cos^2\mu + \zeta^3(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu)} \pm 1\right]}, \qquad (3)$$

- относительная приведенная кривизна рабочих поверхностей

$$\bar{x} = \frac{(\zeta^4(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu + \Omega^2\cos^2\mu)\zeta^3}{(\zeta^3 + \bar{f}\Omega\cos^2\mu + \zeta^3\bar{f}(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu)\left[\zeta^3 - \frac{\bar{f}}{u}\Omega\cos^2\mu - \frac{\zeta^3\bar{f}}{u}(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu\right]}, \qquad (4)$$

- относительная суммарная скорость движения точек контакта рабочих поверхностей (при $\omega_1 = 1\frac{1}{c}$)

$$\bar{u}_c = \frac{\left[\zeta^3 + (\bar{f}_1\Omega\cos^2\mu + \bar{f}_1\zeta^3(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu)\left(1-\frac{1}{u}\right)\right]}{\zeta(\zeta^4(1-\Omega_1 k_n)^2\sin^2\mu + \Omega^2\cos^2\mu)^{0.5}}. \qquad (5)$$

В этих соотношениях $i=1$ и знак плюс для зубьев шестерни, $i=2$ и знак минус для зубьев колеса; R_1, R_2 - радиусы делительных цилиндров шестерни и колеса; f - переменная величина; u - передаточное число; μ - текущий угол наклона зубьев; $\zeta = \sin\alpha$; α - профильный угол инструмента; $\Omega = \zeta - f\zeta'$; ζ' - производная функции ζ по f; $\bar{f} = \frac{f}{R_1}$; $\bar{f}_1 = \frac{f}{2R_1}$; $\bar{x} = \frac{xR_1R_2}{R_1+R_2}$; x - приведенная кривизна; $\bar{u}_\tau = \frac{u}{2R_1}$; u_τ - суммарная скорость точек контакта рабочих поверхностей; $\Omega_1 = \frac{f}{\zeta}(1-\zeta^2)^{0.5}$; $k_n = \frac{1}{R_u - f_2}$; R_u- радиус резцовой головки; $f_2 = f_2(f)$ -функция определяющая профиль резцов.

Будем называть экстремальными минимальные и максимальные значения геометро-кинематических показателей. Рассмотрим зубчатые передачи с такими показателями, синтезированные с использованием приведенных выше зависимостей, являющихся дифференциальными уравнениями относительно функций ζ, f, определяющих геометрию исходного контура реечного инструмента.

Из уравнения (1) следует, что скорость скольжения равна нулю (минимальное значение) только при $f = 0$, т.е. в точках полюсной линии зацепления. При $\zeta = 0$, $f_1 \neq 0$ скорость скольжения равна бесконечности (максимальное значение). Профиль исходного контура в этом случае очерчен отрезком прямой, перпендикулярной начальной плоскости рейки. Зубья колес при использовании инструмента с таким исходным контуром характеризуются наличием подрезания при любом числе зубьев.

Экстремальными значениями угла между вектором скорости скольжения и контактной линией являются $\nu = 0$, $\nu = 0{,}5\pi$.

Угол $\nu = 0{,}5\pi$ при $\mu = 0$ (см. равенство (2)), т.е. в сечении зубчатого венца, где угол наклона зубьев равен нулю. Кроме того, $\nu = 0{,}5\pi$ при $\zeta = 0$ и при выполнении равенства

$$\Omega - \zeta(1 - \Omega_1 k_n) = 0. \tag{6}$$

Исходный контур режущего инструмента определяется решением этого дифференциального уравнения.

Угол $\nu = 0$ при выполнении условия (см. равенство (2))

$$\Omega \cos^2 \mu + \zeta^3 (1 - \Omega_1 k_n) \sin^2 \mu = 0. \tag{7}$$

Удельные скольжения равны нулю при $f = 0$, т.е. в полосе зацепления, где отсутствует скольжение поверхностей зубьев. Удельные скольжения также равны нулю при выполнении условия (7). В этом случае направление мгновенной контактной линии совпадает с направлением вектора скорости скольжения. Скорость точек контакта поверхностей зубьев в направлении контактных линий равна бесконечности.

При выполнении равенства

$$R_i\zeta^3 \pm f(\Omega\cos^2\mu + \zeta^3(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu) = 0, \tag{8}$$

удельные скольжения равны бесконечности. На поверхности зубьев имеются особые точки с неблагоприятными условиями контакта, которые необходимо исключить выбором параметров исходного контура режущего инструмента, обеспечивающих неравенство нулю левой части выражения (8).

Из соотношения (4) следует, что относительная приведенная кривизна рабочих поверхностей зубьев $\bar{x} = 0$, если

$$\zeta^4(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu + \Omega^2\cos^2\mu = 0. \tag{9}$$

Это равенство возможно только при $\mu = 0$. При этом должно быть

$$\zeta - f\zeta' = 0. \tag{10}$$

Решение дифференциального уравнения (10)

$$f_1^2 + (f_2 - c_2)^2 = c_3, \tag{11}$$

т.е. исходный контур режущего инструмента должен быть очерчен дугой окружности с центром на начальной прямой. (c_2, c_3 - постоянные).

Приведенная кривизна рабочих поверхностей зубьев равна бесконечности, когда выполняются равенства (8). В этом случае рабочие поверхности зубьев имеют точки с бесконечными удельными скольжениями и скоростями движения точек контакта, равными нулю.

Минимальное значение относительной приведенной кривизны при $\mu \neq 0$ можно определить, используя соотношение (4). Для этого, положив в (4) $\bar{f}\zeta^3(1-\Omega_1 k_n)\sin^2\mu \approx 0$ (ввиду его малого значения для реальных зубчатых передач) при $\mu = const$ находим

$$\zeta - f\zeta' = \frac{-B_x \pm \sqrt{B_x^2 - 4A_xC_x}}{2A_x}, \quad \text{где} \tag{12}$$

$$A_x = \zeta^3\cos^2\mu + \bar{x}\frac{\bar{f}^2}{u}\cos^4\mu;$$
$$B_x = -\bar{x}\bar{f}\zeta^3(\cos^2\mu)\left(1-\frac{1}{u}\right); \tag{13}$$
$$C_x = \zeta^7\sin^2\mu - \bar{x}\zeta^6.$$

Величина (12) имеет действительные значения, если

$$B_x^2 - 4A_xC_x \geq 0. \tag{14}$$

Последнее неравенство с учетом равенств (13) можно записать

$$A_{x_0}\bar{x}^2 - B_{x_0}\bar{x} - C_{x_0} \geq 0, \quad \text{где} \tag{15}$$

$$A_{x_0} = \bar{f}^2\left(1+\frac{1}{u}\right)^2 \cos^2\mu,$$

$$B_{x_0} = 4\zeta\left(\frac{\bar{f}^2}{u}\sin^2\mu\cos^2\mu - \zeta^2\right), \tag{16}$$

$$C_{x_0} = 4\zeta^4\sin^2\mu$$

Минимальные значения (по абсолютной величине) относительной приведенной кривизны из неравенства (15) равны

$$\bar{x} = \frac{B_{x_0} \pm \sqrt{B_{x_0}^2 + 4A_{x_0}C_{x_0}}}{2A_{x_0}}. \tag{17}$$

При $u=1$, как это следует из равенства (17) наименьшее значение $\bar{x} = \zeta\sin^2\mu$. Приближенно это выполняется и при $u \neq 1$. Решение дифференциального уравнения (12) в этом случае имеет вид (11), т.е. минимальная приведенная кривизна в зацеплении обеспечивается при нарезании зубчатых колес инструментом с исходным контуром, очерченным дугой окружности с центром на начальной прямой. Такая величина приведенной кривизны используется при расчете зубьев передач Новикова на контактную прочность [5].

Суммарная скорость движения точек контакта в направлении, перпендикулярном мгновенной линии контакта рабочих поверхностей зубьев принимает бесконечно большие значения при выполнении условия (9), обеспечивается только при $\mu = 0$ и когда исходный контур режущего инструмента очерчен дугой окружности (11) с центром на начальной прямой. Если же $\mu \neq 0$, то наибольшее значение $\bar{u}_\tau$ (5) при $u=1$ равно $(\Omega_1 k_n \approx 0)$

$$\bar{u}_\tau = \frac{1}{\sin\mu}, \tag{18}$$

когда исходный контур режущего инструмента очерчен дугой окружности (11). Суммарная скорость (18) приближенно обеспечивается при нарезании зубьев инструментом с исходным контуром (11) и при $u \neq 1$. Из изложенного следует, что наибольшее значение скорости $\overline{u}_\tau$ определяется приближенно выражением (18) и возникает в зацеплении зубчатых колес, нарезаемых инструментом с исходным контуром, очерченным дугой окружности (11).

Полученные результаты можно использовать при синтезе цилиндрических зубчатых передач по заданным геометро-кинематическим показателям. Показатели при этом необходимо задавать в промежутках, ограниченных экстремальными значениями.

Список литературы: 1. *Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Г.Л.* Конструкция и расчет зубчатых редукторов. Л.: «Машиностроение», 1971. 328 с. 2. *Коростелев Л.В.* Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений. Известия ВУЗов. «Машиностроение», 1964, №10. с.10-15. 3. Трение, изнашивание и смазка. Справочник в 2-х кн. Кн.2. *Под ред. И.В. Крагельского и В.В.Алисина*. М:, «Машиностроение», 1979. – 358 с. 4. *Шишов В.П.* Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоконагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта. Дис… докт. техн. наук. Луганск, 1994. – 525 с. 5. *Красношеков Н.Н., Федякин Р.В., Чесноков В.А.* Теория зацепления Новикова. М.: Наука, 1976. – 173с.