

А.П. ПОПОВ, д.т.н., Николаев, УГМТУ, **В.Ю. СЕЛИВАНОВСКИЙ**,
к.т.н., Николаев, ИАУ

НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАЦЕПЛЕНИИ НОВИКОВА

Have elaborated the computation method of the contact stresses in the Novikov's gearing with OLG and DLG, which are based on authors' fulfil decisions of spatial contact problems with taking into account of the poines interaction of the tooting and unlinear correlation between shiftings and stresses.

В настоящее время расчет контактных напряжений в зацеплении Новикова, как и в эвольвентном зацеплении, осуществляется по формуле Герца, полученной им в результате решения плоской контактной задачи применительно к двум упруго сжатым цилиндрам бесконечной длины. При этом зависимость для определения максимальных напряжений в зацеплении Новикова при ОЛЗ и ДЛЗ имеет вид [1]

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{E_{np} F_n}{l_k R} \cdot \frac{K_{HH} K_{HS} K_\beta}{K_{HE}}} \leq [\sigma_H], \quad (1)$$

где l_k — длина образующей каждого из эквивалентных цилиндров; R — приведенный радиус кривизны эквивалентных цилиндров; E_{np} — приведенный модуль упругости; F_n — нормальная сила; K_{HH} — коэффициент, учитывающий неравномерность нагрузки между головками и ножками зубьев при ДЛЗ; K_{HS} — коэффициент динамических влияний в зацеплении; K_β — коэффициент, устанавливающий отличия фактических размеров и форм площадки от принятых в расчетной схеме; K_{HE} — коэффициент распределения нагрузки между площадками контакта взаимодействующих пар зубьев; $[\sigma_H]$ — допускаемые контактные напряжения.

Длина l_k и приведенный радиус кривизны R определяются по формулам:

$$l_k = (\alpha_1 - \alpha_2) \rho_\alpha; \quad R = \frac{d_{w1} u}{2(u \pm 1) \sin \alpha_k \cos \beta \sin^2 \beta},$$

где α_1, α_2 — соответственно минимальный и максимальный углы давления на профиле головки зуба при ДЛЗ, либо на профиле зуба при ОЛЗ; ρ_α — радиус головки зуба при ДЛЗ, либо радиус профиля зуба при ОЛЗ; α_k — угол давления на профиле зуба; d_{w1} — диаметр начальной окружности

шестерни; u — передаточное число; β_k — угол наклона зубьев; знак «+» принимается при внешнем зацеплении, а знак «-» при внутреннем.

Зацепление Новикова, в отличие от эвольвентного зацепления, является пространственным, в связи с чем зависимость (1) не отражает действительного характера влияния на контактные напряжения нагрузки, приведенного модуля упругости материалов и приведенных радиусов кривизны зубьев, расположенных в двух взаимно перпендикулярных плоскостях [2].

Рассмотрим метода расчета контактных напряжений в зацеплении Новикова с учетом реального характера и особенностей взаимодействия зубьев. В качестве выражений, положенных в основу предполагаемого метода расчета, используются уравнения для определения максимальных контактных напряжений в зацеплении Новикова с ОЛЗ при неторцевом и торцевом взаимодействии зубьев, а также с учетом нелинейной зависимости между перемещениями и напряжениями, которые имеют вид [2-4]:

$$\sigma_H = \frac{0,466}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{F_n}{R^2 \left[\frac{1-\nu_1^2}{(\alpha+\nu_1)E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{(\alpha+\nu_2)E_2} \right]^2}}; \quad (2)$$

$$\sigma_H = \frac{0,588}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{F_n}{R^2 \left[\frac{1-\nu_1^2}{(2\alpha+\nu_1)E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{(2\alpha+\nu_2)E_2} \right]^2}}; \quad (3)$$

$$\sigma_H = \frac{0,354}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{F_n}{R^2 \left\{ \left[\frac{1-\nu_1^2}{(\alpha+\nu_1)E_1} \right]^{3/4} + \left[\frac{1-\nu_2^2}{(\alpha+\nu_2)E_2} \right]^{3/4} \right\}^{8/3}}}, \quad (4)$$

где $\alpha = \sqrt{\rho/R}$ — коэффициент; $\rho = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 - \rho_2)$ — приведенный радиус кривизны боковых профилей зубьев в плоскости zOy [2]; ρ_1, ρ_2 — радиусы кривизны боковых профилей соответственно вогнутой ножки и выпуклой головки зуба при ДЛЗ, либо радиусы кривизны охватываемого и охватывающего боковых профилей зубьев при ОЛЗ; E_1, E_2 — модули упругости материалов зубьев; ν_1, ν_2 — коэффициенты Пуассона.

С целью упрощения выражений (2)-(4), учитывая изготовление зубьев из одинаковых материалов, примем $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $E_1 = E_2 = E$, в результате:

$$\sigma_H = \frac{0,313}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(\alpha+\nu)^2 E^2 F_n}{R^2}}; \quad (5)$$

$$\sigma_H = \frac{0,394}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(2\alpha+\nu)^2 E^2 F_n}{R^2}}; \quad (6)$$

$$\sigma_H = \frac{0,203}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(\alpha+\nu)^2 E^2 F_n}{R^2}}; \quad (7)$$

Разделив правую часть формулы (6) на правую часть формулы (7), получим зависимость коэффициента ϕ_m , учитывающего торцевое влияние зубьев на их контактную прочность, а именно:

$$\varphi_m = \sqrt[3]{2 \left(\frac{2\alpha + \nu}{\alpha + \nu} \right)^2}. \quad (8)$$

Из сравнения числовых коэффициентов 0,313 и 0,203, входящих в уравнения (5) и (7), следует, что учет влияния нелинейной зависимости между перемещениями и напряжениями приводит к снижению максимальных контактных напряжений в $0,313/0,203=(3\pi/8)^{8/3}$ раз. Если разделить правую часть выражения (8) на $(3\pi/8)^{8/3}$, то получим выражение коэффициента φ_{mn} , учитывающего влияние указанной нелинейности на контактные напряжения:

$$\varphi_m = 0,815 \left(\frac{2\alpha + \nu}{\alpha + \nu} \right)^{2/3}. \quad (9)$$

Умножив правую часть уравнения (5) на коэффициент φ_{mn} , выраженный формулой (9), найдем зависимость для определения максимальных напряжений в передачах с ОЛЗ при наличии торцевого взаимодействия зубьев и нелинейной взаимосвязи между перемещениями и напряжениями:

$$\sigma_H = \frac{0,255}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(2\alpha + \nu)^2 E^2 F_n}{R^2}}. \quad (10)$$

Для передач с ДЛЗ необходимо правую часть выражения (10) умножить на $\sqrt[3]{K_{ни}/2}$, в соответствии с чем получим

$$\sigma_H = \frac{0,202}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(2\alpha + \nu)^2 K_{ни} E^2 F_n}{R^2}}, \quad (11)$$

В формуле (1) напряжения σ_H зависят от коэффициентов $K_{ни}$, $K_{нс}$, K_β и $K_{н\epsilon}$ в степени, равной $1/2$. В такой же самой степени от коэффициентов $K_{нс}$, K_β и $K_{н\epsilon}$, за исключением коэффициента $K_{ни}$, должны зависеть и напряжения, определяемые по формулам (10) и (11), в связи с чем указанные коэффициенты необходимо вводить под корень кубический в степени, равной $3/2$. Коэффициент $K_{ни}$ в передачах с ОЛЗ принимаем равным единице, а в передачах с ДЛЗ — $K_{ни}=1,10\dots 1,15$ [4].

В соответствии с вышеизложенным и на основании выражений (10) и (11) зависимости по определению максимальных контактных напряжений в передачах Новикова с ОЛЗ и ДЛЗ, учитывающие конструктивные, технологические и эксплуатационные факторы, примут вид:

$$\sigma_H = \frac{0,255}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(2\alpha + \nu)^2 E^2 F_n}{R^2} \left(\frac{K_{нс} K_\beta}{K_{н\epsilon}} \right)^{3/2}} \leq [\sigma_H]; \quad (12)$$

$$\sigma_H = \frac{0,255}{\alpha} \sqrt[3]{\frac{(2\alpha + \nu)^2 K_{ни} E^2 F_n}{R^2} \left(\frac{K_{нс} K_\beta}{K_{н\epsilon}} \right)^{3/2}} \leq [\sigma_H]. \quad (13)$$

С целью сопоставления результатов разработанного и традиционного метода, выполним расчеты зубчатой передачи, основные параметры которой приведены в [1]: ДЛЗ-0,7-0,15; $z_1=31$; $u=2,03$; $m_n=5$ мм; $\alpha_k=30^0$; $b_w=60$ мм; $d_{w1}=164,99$ мм; $V=15,7$ м/с; $F_n=5215$ Н; ст.-25ХГМ; твердость рабочих

поверхностей HRC 59 или HB590; степень точности 7(ГОСТ 1643-72); $v=0,3$; $E=2,1 \cdot 10^{11}$ Па.

Значения коэффициента $K_{нс}$

Таблица 1

| Степ. Точн. по ГОСТ | Твердость поверхностей, HB | Окружная скорость, м/с | | | | | |
|---------------------|----------------------------|------------------------|------|------|-------|-------|-------|
| | | до 3 | 3-8 | 8-12 | 12-18 | 18-25 | 25-35 |
| 5 | ≤ 350 | - | - | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 |
| | > 350 | - | - | 1,00 | 1,00 | 1,05 | 1,10 |
| 6 | ≤ 350 | - | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,10 |
| | > 350 | - | 1,00 | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 |
| 7 | ≤ 350 | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | - |
| | > 350 | 1,00 | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | - |
| 8 | ≤ 350 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | - | - |
| | > 350 | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | - | - |
| 9 | ≤ 350 | 1,10 | 1,15 | 1,20 | - | - | - |
| | > 350 | 1,05 | 1,10 | 1,15 | - | - | - |

Для передачи с ДЛЗ-0,7-0,15 имеем $\rho_1=0,85m_n$, $\rho_2=0,7m_n$, в связи с чем $\rho=0,85 \cdot m_n/0,15=19,833$ мм. По приведенным формулам находим $R=1004$ мм и $\alpha=0,14$. Принимаем коэффициент $K_{ни}=1,15$ [4], а коэффициент $K_{нс}=1,1$ выбираем из табл.1 для 7 степени точности при $V=15,7$ м/с.

При $z_\beta=0,396$ (табл. 1) находим по формуле $K_\beta=(z_\beta/\sin\beta)^2=1,34$.

Значение безразмерного параметра z_β

Таблица 2

| | | | | | | | | |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| β , град | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| z_β | 0,245 | 0,255 | 0,265 | 0,274 | 0,83 | 0,293 | 0,303 | 0,314 |
| β , град | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| z_β | 0,326 | 0,338 | 0,351 | 0,362 | 0,374 | 0,386 | 0,396 | 0,407 |
| β , град | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
| z_β | 0,420 | 0,431 | 0,444 | 0,457 | 0,469 | 0,482 | 0,494 | 0,506 |
| β , град | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
| z_β | 0,520 | 0,532 | 0,544 | 0,556 | 0,567 | 0,579 | 0,592 | 0,604 |
| β , град | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| z_β | 0,616 | 0,628 | 0,640 | 0,652 | 0,664 | 0,676 | 0,688 | 0,700 |

Далее, определив величину коэффициента осевого перекрытия $\epsilon_\beta = b_w \sin\beta / \pi m_n = 1,3$, выбираем из табл.3 значения $\Delta\epsilon=0,3$ и $K_p=1$. Затем, приняв минимальное значение коэффициента ϵ_ϕ , например равное 0,51, находим $q_{max} = r_x \epsilon_\phi = 23,4$ мм, где $r_x = 45,9$ мм.

Значения $\Delta\epsilon$ и K_p в зависимости от ϵ_β

Таблица 3

| | | | | | |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| ϵ_β | 0,85...0,95 | 1,30...1,40 | 2,20...2,30 | 3,10...3,20 | 4,00...4,10 |
| $\Delta\epsilon$ | 0,35...0,45 | 0,30...0,40 | 0,20...0,30 | 0,10...0,20 | 0,00...0,10 |

| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|
| K_p | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|---|---|---|---|---|

Исходя из выражения $K_p \leq b_w \leq K_p p_x + q_{\max}$, которое приведено в табл.4 при $K_p=1$, находим $45,9\text{мм} < b_w = 60\text{мм} < 69,3\text{мм}$, что указывает на работоспособность передачи.

При $K_p=1$ вычисляем $K_{\min}=2$ $K_p=2$ (табл.4). С учетом найденных значений $\Delta\varepsilon$, K_p и K_{\min} по формуле [1] находим

$$K_{н\varepsilon} = K_{\min} + \frac{\Delta\varepsilon}{2K_p} = 2,15,$$

где K_{\min} — минимальное количество площадок, участвующих в зацеплении; $\Delta\varepsilon$ — дробная часть коэффициента осевого перекрытия; K_p — целое число осевых шагов p_x , размещенных на расчетной ширине зубчатого венца b_w ; $p_x = \pi m_n / \sin\beta$ — осевой шаг зацепления; $q_{\max} = p_x \varepsilon_\phi$ — максимальный интервал контактных точек; ε_ϕ — фазовый коэффициент перекрытия, причем $0,5 < \varepsilon_\phi < 1,0$; $\varepsilon_\beta = b_w / p_x = (K_p \cdot \Delta p_x) / p_x = K_p + \Delta\varepsilon$; $\Delta p_x = p_x \cdot \Delta\varepsilon$ — дробная часть осевого шага за вычетом целого числа шагов K_p .

Определение K_{\min} , $\Delta\varepsilon$ и ε_β

Таблица 4

| Вид передачи | Условия | K_p | K_{\min} | $\Delta\varepsilon$ | Примечание |
|--------------|---|----------|------------|---|--|
| | $b_w < q_{\max}$ | 0 | 0 | — | $\varepsilon_\beta / \varepsilon_\phi < 1$.передача не работоспособна |
| | $q_{\max} < b_w < p_x$ | 0 | 1 | $\Delta\varepsilon = \frac{b_w - q_{\max}}{p_x} = \varepsilon_\beta - \varepsilon_\phi$ | $\varepsilon_\beta / \varepsilon_\phi > 1$ |
| | $K_p p_x \leq b_w < K_p p_x + q_{\max}$ | ≥ 1 | $2K_p$ | $\Delta\varepsilon = \frac{b_w - K_p p_x}{p_x} = \varepsilon_\beta - \varepsilon_\phi$ | $K_p \leq \varepsilon_\phi \leq K_p + \varepsilon_\phi$ |
| | $K_p p_x + q_{\max} \leq b_w$ | ≥ 1 | $2K_p + 1$ | $\Delta\varepsilon = \frac{b_w - K_p p_x - q_{\max}}{p_x} = \varepsilon_\beta - K_p - \varepsilon_\phi$ | $K_p + \varepsilon_\phi \leq \varepsilon_\beta$ |
| | $b_w < p_x$ | 0 | 0 | — | $\varepsilon_\beta < 1$. передача не работоспособна |
| | $K_p p_x \leq b_w$ | ≥ 1 | K_p | $\Delta\varepsilon = \frac{b_w - K_p p_x}{p_x} = \varepsilon_\beta - \varepsilon_\phi$ | $K_p \leq \varepsilon_\beta$ |

С учетом найденных коэффициентов по формуле (13) определяем $\sigma_H = 747\text{МПа}$. Величина напряжений σ_H , подсчитанная по формуле (1), равна

837МПа [1]. Величины напряжений σ_n , найденные по формулам (1) и (13), отличаются друг от друга в $837/747=1,12$ раза, что эквивалентно повышению нагрузочной способности зацепления в $1,12^3=1,407$ раза.

Таким образом, на основе решений пространственных контактных задач с учетом торцевого взаимодействия зубьев и нелинейной взаимосвязи между перемещениями и напряжениями установлено, что нагрузочная способность передач Новикова с ОЛЗ и ДЛЗ примерно в 1,3...1,4 раза выше, найденной при использовании существующего метода расчета.

Список литературы: 1. *Федякин Р.В., Чесноков В.А.* Расчет цилиндрических передач Новикова и фрикционных передач // Изв. ВВИА им. проф. Н.Е.Жуковского. М., 1982. 114с. 2. *Попов О.П., Попова Л.О.* дослідження моделі контакту півпросторів, які обмежені криволінійними поверхнями, застосовно до зачеплення Новікова // Вісн. аграрної науки Причорномор'я.— Миколаїв, 2001.— Вип. 3(10).— с.134-143. 3. *Попов А.П., Попова Л.А.* Исследование контактной прочности зацепления Новикова при торцевом взаимодействии зубьев // Зб. наук. праць УДМТУ.— Миколаїв, 2002.— №1(379).— с.37-46. 4. *Попов А.П., Попова Л.А.* Уточненное решение контактной задачи применительно к зацеплению Новикова // Зб. наук. праць УДМТУ.— Миколаїв, 2002.— №7(358).— с.61-71.