УДК 629.735.33.06

В.Т. АБРАМОВ, к.т.н., Харьков, НАКУ «ХАИ»

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО КРИТЕРИЮ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПОДШИПНИКОВ САТЕЛЛИТОВ

This article presents the results of the problem solution on distribution of total value of train between the stages of the connected in series planetary devices.It provides the required minimum efficiency of bearings of the planetary pinions with bending and contact strength of teeth.

Как показано в работах [1,2] нагрузочная способность планетарных передач и их диаметральный габаритный размер при некоторых условиях зависят не от прочности зубчатых зацеплений, а от работоспособности подшипников сателлитов. Особенно это касается механизмов $\overline{\mathrm{AI}}$, что объясняется неравномерностью распределения нагрузки по сателлитам и высокой их скоростью вращения относительно водила. Для повышения работоспособности подшипников сателлитов применяют различные мероприятия: замена шарикоподшипников роликовыми, размещение подшипников сателлитов в водиле, применение плавающих центральных колес и т. д. Вместе с тем, как показано в работе [3], работоспособность подшипников сателлитов многоступенчатых передач определяется еще и перераспределением общего передаточного отношения между отдельными ступенями механизма.

В данной работе рассматривается решение задачи об оптимальном распределении передаточного отношения по ступеням механизма.

Потребная работоспособность подшипников качения может быть определена зависимостью [2]:

$$C = k \cdot Q \cdot \ n \cdot t\ ^{0,3}, \qquad (1)$$

где k – коэффициент, учитывающий влияние температуры, динамичность нагрузки, смазки, надежности работы и то, какое из колец вращается относительно вектора нагрузки; Q – нагрузка на подшипник; n – частота вращения; t – требуемое время работы подшипника.

На этапе проектирования схемы механизма коэффициент k будем считать одинаковым для всех ступеней механизма.

Нагрузка, действующая на подшипник сателлита равна:

$$Q_{C1} = \frac{T_{H1} \cdot \Omega}{\alpha_{\omega_1} \cdot S}, \qquad (2)$$

где S - число сателлитов;

Ω - коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по сателлитам;

α_{ω_1} - межосевое расстояние зубчатых колес z_1, z_2 (Рис.1).

T_{H1} - момент на водиле первой ступени механизма.

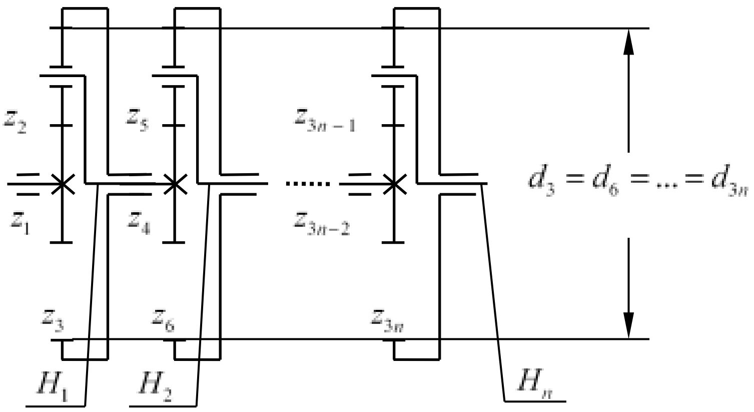

Рис.1. Схема анализируемого многоступенчатого планетарного механизма

Подставляя в (1), (2) входящие величины и считая на стадии проектирования произведение $T_1 \cdot n_1$ постоянным для всех ступеней механизма, получим относительную величину работоспособности.

$$\overline{C}_1 = \frac{C_1 \cdot S}{2^{2.3} \cdot \Omega \cdot k \cdot t^{0.3} \cdot T_1 \cdot n_1} = \frac{1}{d_1 \cdot n_1^{0.7}} \cdot \left(\frac{U_1 - 1}{U_1^2 - 2 \cdot U_i} \right)^{0.3} \qquad (3)$$

Для многоступенчатого механизма (рис.1) будем полагать оптимальным такое распределение общего передаточного отношения по ступеням механизма, при котором суммарная потребная работоспособность подшипников сателлита будет минимальной. Для нахождения этого решения выведем зависимость для определения суммарной работоспособности.

$$\overline{C} = \frac{1}{d_1 \cdot (U_1 - 1)} \cdot \left(\frac{{U_1 - 1}^{1.3}}{{U_1^2 - 2 \cdot U_1}^{0.3}} + \sum_{i=2}^{n-1} \prod_{k=1}^{i-1} U_k^{0.7} \cdot \frac{{U_i - 1}^{1.3}}{{U_i^2 - 2 \cdot U_i}^{0.3}} + \right.$$

$$+\frac{\left(U-\prod_{i=1}^{n-1}U_i\right)^{1.3}}{\left(U^2-2\cdot U\cdot\prod_{i=1}^{n-1}U_i\right)^{0.3}}\Bigg) \qquad (4)$$

Для определения оптимальных передаточных отношений ступеней механизма, дающих минимальное значение функции $\overline{C}$ необходимо решать систему уравнений в частных производных

$$\frac{\partial\overline{C}}{\partial U_1}=\frac{\partial\overline{C}}{\partial U_2}=...=\frac{\partial\overline{C}}{\partial U_{n-1}}=0. \qquad (5)$$

Однако, в виду сложности функции (4) система уравнений (5) не решается в явном виде. В связи с этим был проведен анализ вклада значений слагаемых уравнения (4) в общую величину параметра $\overline{C}$ с целью упрощения анализируемой функции. Результаты выполненной работы покажем на примере трехступенчатого механизма. Выражение (4) для данного механизма преобразуем следующим образом

$$\overline{C}_3=\frac{1}{d_1}\cdot\left(\left(\frac{U_1-1}{U_1^2-2\cdot U_1}\right)^{0.3}\cdot\frac{U_1-1}{U_1^{0.7}}\cdot\frac{U_1^{0.7}}{U_1-1}+\frac{U_1^{0.7}\cdot U_2^{0.7}}{U_1-1}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{U_2-1^{\;1.3}}{U_2^2-2\cdot U_2\ \cdot U_2^{0.7}}+\frac{U^{0.7}}{U_1-1}\cdot\frac{U_3-1^{\;1.3}}{U_3^2-2\cdot U_3\ \cdot U_3^{0.7}}\right),$$

и введем обозначение

$$D_i=\frac{(U_i-1)^{1.3}}{U_i^{0.7}\cdot(U_i^2-2\cdot U_i)^{0.3}}.$$

Тогда

$$C_3=\frac{1}{d_1}\cdot\left(D_1\cdot\frac{U_1^{0.7}}{U_1-1}+D_2\cdot\frac{U_1^{0.7}}{U_1-1}\cdot U_2^{0.7}+D_3\cdot\frac{U^{0.7}}{U_1-1}\right) \qquad (6)$$

Значения вновь введенного параметра D_i в диапазоне изменения передаточного отношения U_i отклоняется от примерно среднего значения 0,9 максимум на 7,5% и поэтому ее на стадии проектирования можно считать постоянной и равной $D_i=0.9$.

В таком случае общая зависимость для определения суммарной работоспособности подшипников сателлитов будет определяться зависимостью

$$\overline{C}=\frac{0,9}{d_1\cdot\ U_1-1}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n-1}\prod_{j=1}^{i}U_j^{\,0,7}+U^{0,7}\right). \qquad (7)$$

Величина диаметра d_1 определяется из условия прочности. Так, для обеспечения изгибной прочности зубьев диаметр d_1 должен быть равен

$$d_1 = m_{F1}\cdot z_1 \ge z_1\cdot\sqrt[3]{\frac{2\cdot T_1\cdot k_{F\beta}\cdot k_{FV}\cdot\Omega\cdot Y_F}{S\cdot\psi_{bd}\cdot z_1^2\cdot\ \sigma_F}} = \sqrt[3]{\frac{z_1}{S}}\cdot A, \qquad (8)$$

где $\quad A = \sqrt[3]{\dfrac{2\cdot T_1\cdot k_{F\beta}\cdot k_{FV}\cdot\Omega\cdot Y}{\psi_{bd}\cdot\ \sigma_F}}$.

Целевую функцию оптимизации в этом случае можно представить в виде

$$\overline{C_F} = \frac{\overline{C}\cdot A}{0,9} = \sqrt[3]{\frac{S}{z_1}}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n-1}\prod_{j=1}^{i}U_j^{0,7} + U^{0,7}\right)\cdot\frac{1}{U_1-1}. \qquad (9)$$

При необходимости обеспечения контактной прочности диаметр d_1 определяется по формуле

$$d_1 = m_{H1}\cdot z_1 \ge z_1\cdot\sqrt[3]{\frac{0,7\cdot T_1\cdot k_{H\beta}\cdot k_{HV}\cdot\Omega\cdot E_{ПР}}{S\cdot\psi_{bd}\cdot z_1^3\cdot\cos^2\alpha\cdot tg\alpha_{\omega}\cdot\ \sigma_H^{\ 2}}\cdot\frac{U_1}{U_1-2}} = \sqrt[3]{\frac{U_1}{S\cdot\ U_1-2}}\cdot B,$$

где

$$B = \sqrt[3]{\frac{0,7\cdot T_1\cdot k_{H\beta}\cdot k_{HV}\cdot\Omega\cdot E_{ПР}}{\psi_{bd}\cdot\cos^2\alpha\cdot tg\alpha_{\omega}\cdot\ \sigma_H^{\ 2}}}.$$

Тогда

$$\overline{C}_H = \frac{\overline{C}}{0,9}\cdot B = \sqrt[3]{\frac{S\cdot\ U_1-2}{U_1}}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n-1}\prod_{j=1}^{i}U_j^{0.7} + U^{0,7}\right)\cdot\frac{1}{U_1-1} \qquad (10)$$

И для значений $U_i > 4$

$$\overline{C}_F = \sqrt[3]{\frac{S}{18}}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n-1}\prod_{j=1}^{i}U_i^{0.7} + U^{0.7}\right)\cdot\frac{1}{U_1-1}. \qquad (11)$$

Кроме предельных значений, ограничивающих передаточное отношение U_i в одноступенчатом механизме $\overline{AI}$

$$a \le U_i \le b \qquad (12)$$

на его изменение в многоступенчатом механизме накладывается дополнительное условие

$$U = \prod_{i=1}^{n}U_i. \qquad (13)$$

Совместное рассмотрение условий (12) и (13) позволяет построить область, ограничивающую значение U_i (Рис.2)

Анализ входящего в функцию (6) слагаемого $D_1\cdot U_1^{0.7}/d_1\cdot\ U_1-1$ показывает, что оно монотонно убывает с ростом передаточного соотношения U_i. Так как последующие передаточные отношения $U_2, U_3, \ldots, U_{n-1}$ расположены в числителе соответствующих слагаемых оптимальным будет следующее распределение передаточных отношений U_i

по ступеням механизма. Первая ступень должна иметь максимально возможное значение $U_i = b$, а остальные минимальные, зависящие от зоны расположения общего передаточного отношения U. Так в зоне I остальные передаточные отношения будут равны

$$U_2 = U_3 = \ldots = U_n = a \quad ;$$

А в зоне III

$$U_2 = U_3 = \ldots = U_n = \frac{U}{b^{n-1}}.$$

Если U попадает во вторую зону, то последующие передаточные отношения будут подчиняться неравенству

$$U_2 < U_3 < \ldots < U_{n-1}$$

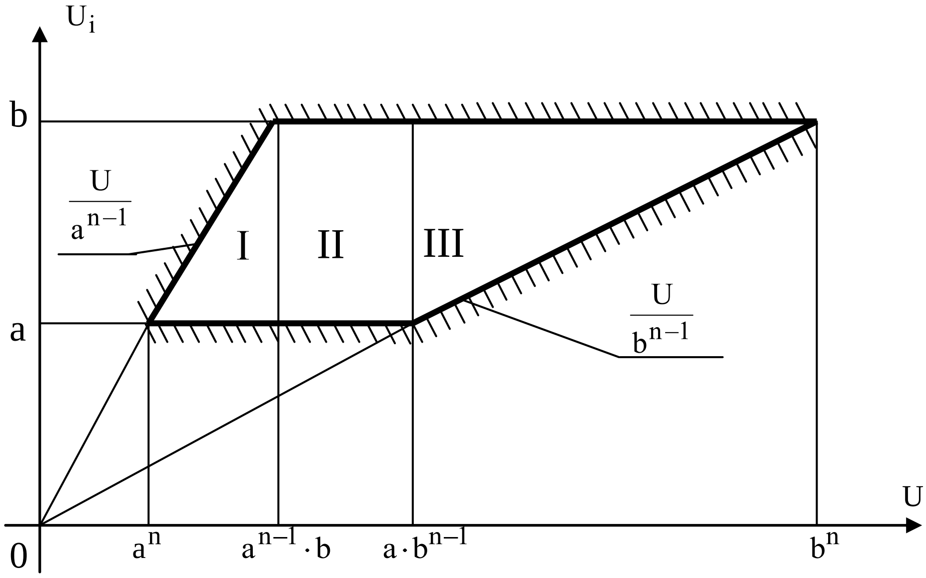

Рис.2. Область изменения параметра U_i в зависимости от общего передаточного отношения

Исходя из этого, после назначения $U_1 = b$ определяется общее передаточное отношение оставшихся ступеней и зона, в которой оно находится. Назначается максимально возможное значение U_{n-1} и в зависимости от зоны расположения U далее расчет выполняется в выше описанной последовательности.

Таким образом, полученное решение позволяет сконструировать многоступенчатый механизм так, что потребная работоспособность будет минимальной, что позволит уменьшить габариты и стоимость механизма. В случае, если подшипники выбраны из конструктивных или технологических соотношений будет достигнута максимальная их долговечность.

Список литературы: 1. *Кудрявцев В.Н.* Планетарные передачи. М.-Л.: Машиностроение, 1960. - 280с. 2. Курсовое проектирование деталей машин / *В.Н. Кудрявцев, ЮА. Державец, И.И. Арефьев и др.; под общ. ред. В.Н. Кудрявцева*: Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отделение, 1984. - 400с. 3. *Абрамов В.Т.* Оптимизация параметров многоступенчатых планетарных механизмов по критерию работоспособности подшипников сателлитов. Сб.: Качество и долговечность зубчатых передач и редукторов (тезисы докладов международной научно-технической конференции). Харьков.1995. – С. 64.