УДК 621.833

А.Ф.КИРИЧЕНКО, Н.В.МАТЮШЕНКО, А.И.ПАВЛОВ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭВОЛЮТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Выполнено решение дифференциальных уравнений, описывающих профиль зуба эволютного зацепления, аналитически и с помощью программных комплексов на персональном компьютере. Ист. 3.

Общая постановка. Теория зубчатых зацеплений, фундаментально представленная в монографии Ф.Л.Литвина [1], предусматривает единственный способ построения зацеплений – с помощью рулетт.

Анализ последних исследований. Существует способ, основанный на построении инволюты по эволюте [2]. Этим способом можно записать дифферециальное уравнение, описывающее рабочий профиль зуба.

Цель работы. Решить эти уравнения и определить некоторые характеристики нового зацепления. Так, профиль зуба рейки (в том числе, инструментальной) описывается уравнением

$$y''' = \frac{y'(1+y'^2)}{ky'+x}, \qquad (1)$$

а профиль зуба шестерни –

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)(A-ky')}{rky'+x(A-ky')}, \qquad (2)$$

где x – абсцисса, направленная вдоль межцентровой линии;

y – ордината, направленная перпендикулярно межцентровой линии;

r – радиус делительной окружности шестерни;

A – величина, определяемая по формуле

$$A = r - k/f; \qquad (3)$$

f – коэффициент скольжения в зацеплении;

k – коэффициент коррекции зацепления.

Полученные результаты. Аналитическое решение уравнения (2) получим методом понижения порядка производных путем подстановки $y' = z$:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{z(1+z^2)(A-kz)}{rkz+x(A-kz)}. \qquad (4)$$

Заменим функцию z(x) функцией x(z):

$$\frac{dx}{dz}=\frac{rkz}{(1+z^2)(A-kz)}+\frac{x}{z(1+z^2)}, \qquad (5)$$

а полученное уравнение решим подстановкой x=uv, для которой dx=vdu+udv.

Тогда

$$\frac{vdu+udv}{dz}=\frac{rkz}{(1+z^2)(A-kz)}+\frac{uv}{z(1+z^2)}, \qquad (6)$$

а если положить

$$\frac{dv}{v}=\frac{dz}{z(1+z^2)}, \qquad (7)$$

то интегрированием (7) имеем:

$$v=\frac{z}{\sqrt{1+z^2}} \qquad (8)$$

и, после подстановки (6) в (4),

$$\frac{z}{\sqrt{1+z^2}}\frac{du}{dz}=\frac{rk}{(1+z^2)(A-kz)} \qquad (9)$$

принимает вид

$$du=\frac{rkdz}{z(A-kz)\sqrt{1+z^2}}, \qquad (10)$$

которое разобьем на сумму двух простых дробей

$$du=\frac{dz}{\sqrt{1+z^2}}(\frac{B}{z}+\frac{D}{a-kz}), \qquad (11)$$

где B=1/A, D=k/A. Тогда

$$du=\frac{1}{A}(\frac{dz}{z\sqrt{1+z^2}}+\frac{kdz}{(A-kz)\sqrt{1+z^2}}), \qquad (12)$$

интегрирование которого дает

$$u=\frac{rk}{A}(-\ln\frac{1+\sqrt{1+z^2}}{z}+\frac{k}{A}\ln(z+\sqrt{1+z^2})+\frac{k^2}{A}\sqrt{1+z^2}-C_1), \qquad (13)$$

и

$$x=\frac{rk}{A}\frac{z}{\sqrt{1+z^2}}(-\ln\frac{1+\sqrt{1+z^2}}{z}+\frac{k}{A}\ln(z+\sqrt{1+z^2})+\frac{k^2}{A}\sqrt{1+z^2}-C_1). \qquad (14)$$

После замены z=y′ имеем дифференциальное уравнение

$$x=\frac{rk}{A}\frac{y'}{\sqrt{1+y'^2}}(-\ln\frac{1+\sqrt{1+y'^2}}{y'}+\frac{k}{A}\ln(y'+\sqrt{1+y'^2})+\frac{k^2}{A}\sqrt{1+y'^2}-C_1). \qquad (15)$$

Уравнение линии зацепления получим путем замены y′=x/z, записанной на основании основного уравнения зацепления. Тогда для участка, где знаки x и k одинаковые, линия зацепления описывается дифференциальным уравнением

$$z' = \frac{kz - x^2}{x(k+z)}, \qquad (16)$$

а для участка, где знаки разные,

$$z' = \frac{kz - x^2 - 2z^2}{x(k-z)}. \qquad (17)$$

Графическое решение дифференциальных (1, 2, 16, 17) уравнений выполнено также на ПК с помощью комплекса VisSim [3]. В зависимости от значения коэффициента разновидности зацепление может быть односторонним или двухсторонним. Контур зуба инструментальной рейки для нарезания одностороннего эволютного зацепления с коэффициентом разновидности *к*=7 представлен в таблице. Индекс в обозначении координат точек профиля соответствует модулю передачи.

Таблица

Контур профиля зуба инструментальной рейки эволютного одностороннего зацепления с коэффициентом разновидности к=7

i= 1	x_1=-1.000	y_1=-0.596	y_5=-2.982	y_{10}=-5.963
i= 2	x_1=-0.900	y_1=-0.532	y_5=-2.659	y_{10}=-5.318
i= 3	x_1=-0.800	y_1=-0.466	y_5=-2.330	y_{10}= -4.659
i= 4	x_1=-0.700	y_1=-0.401	y_5=-2.006	y_{10}= -4.012
i= 5	x_1=-0.600	y_1=-0.338	y_5=-1.692	y_{10}= -3.384
i= 6	x_1=-0.500	y_1=-0.278	y_5=-1.389	y_{10}= -2.778
i= 7	x_1=-0.400	y_1=-0.219	y_5=-1.096	y_{10}= -2.191
i= 8	x_1=-0.300	y_1=-0.162	y_5=-0.811	y_{10}= -1.621
i= 9	x_1=-0.200	y_1=-0.107	y_5=-0.533	y_{10}= -1.066
i= 10	x_1=-0.100	y_1=-0.052	y_5=-0.262	y_{10}= -0.525
i= 11	x_1= 0.000	y_1= 0.000	y_5=0.000	y_{10}= 0.000
i= 12	x_1= 0.100	y_1= 0.051	y_5=0.253	y_{10}= 0.507
i= 13	x_1= 0.200	y_1= 0.099	y_5=0.496	y_{10}= 0.993
i= 14	x_1= 0.300	y_1= 0.146	y_5=0.728	y_{10}= 1.457
i= 15	x_1= 0.400	y_1= 0.190	y_5=0.950	y_{10}= 1.899
i= 16	x_1= 0.500	y_1= 0.232	y_5=1.161	y_{10}= 2.322
i= 17	x_1= 0.600	y_1= 0.273	y_5=1.364	y_{10}= 2.727
i= 18	x_1= 0.700	y_1= 0.312	y_5=1.559	y_{10}= 3.118
i= 19	x_1= 0.800	y_1= 0.349	y_5=1.746	y_{10}= 3.491
i= 20	x_1= 0.900	y_1= 0.384	y_5=1.920	y_{10}= 3.839
i= 21	x_1= 1.000	y_1= 0.414	y_5=2.069	y_{10}= 4.138

Выводы. Решение полученных выше уравнений позволил представить форму боковой поверхности зуба эволютного зацепления и линии зацепления, чтобы в дальнейшем исследовать его характеристики.

Список литературы: 1. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968.- 584 с. 2. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Новое зацепление – народному хозяйству.// Матеріали міжн. науково-практ. конф. "Динаміка наукових досліджень". -Дніпропетровськ.- 2002р.-С.27-31. 3. *Павлов А.И., Чайка Э.Г.* Исследование приведенного радиуса кривизны в нормальном сечении зацепления с выпукло-вогнутым контактом обкатной косозубой цилиндрической зубчатой передачи с помощью программного комплекса Vissim.//Зб. Наукових праць "Геометричне та комп'ютерне моделювання", вип. 2. -Харків.- 2002.-С.108-111.