УДК 621. 833.01

А.Ф. КИРИЧЕНКО, д.т.н., **В.А. БЕРЕЖНОЙ**, асп., г. Харьков, Украина

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОЩАДКИ ПЯТНА КОНТАКТА ДЛЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРЯМЫХ ЗУБЬЕВ ВНЕШНЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ.

This article describes problem in the field of geometrical modeling of tooth area boundary surface of spur gear. The chief aim of the present article is to report about strain contact on its surface.

Введение. При проектировании зубчатых передач выбор их основных геометрических параметров производится на базе решения задачи о НДС зубьев, решения ряда технологических проблем, эксплуатационных и др. Практически до настоящего времени в основу расчёта НДС зубьев были положены упрощённые методы, которые не позволяют на стадии проектирования обоснованно выбрать соответствующие размеры для проектирования. Развитие методов определения НДС началось примерно в конце 19 столетия и прошло целый ряд этапов, которые могли быть приняты в виду наличия тех или иных математических методов. Бурное развитие вариационных методов математического анализа позволило сформулировать задачу о НДС зубьев в наиболее общей постановке и с допущениями, которые практически адекватны данному математическому аппарату. Поэтому в нашей задаче о напряжённо-деформированном состоянии зубьев эвольвентных прямозубых передач в вариационно-структурной постановке возникла проблема, связанная с разработкой естественных граничных условий.

Постановка задачи. Для таких сложных геометрических объектов как зубчатые колёса имеют место смешанные граничные условия, одним из которых является нагрузка, которая передаётся с ведущего зуба на ведомый через мгновенное пятно контакта определённой формы, и распределённая по нему определённым образом. А поскольку строгое решение контактной задачи теории упругости для зубчатых колёс в настоящее время отсутствует и является важной и сложной проблемой, то в настоящей работе пришлось одно из граничных условий, а именно мгновенное пятно контакта [1, 2] моделировать геометрически, опираясь на экспериментальные данные и опыт эксплуатации.

Решение задачи. Как известно, для прямозубых эвольвентных зубчатых колёс площадка контакта представляет собой узкую прямую полосу по всей длине зуба и параллельную оси вращения зубчатого колеса рис.1. Она то и является одним из краевых условий, и при решении задачи о НДС зубьев методом Ритца входит в разрешающую систему [3] как поверхностный интеграл с распределённой по площадке контакта нагрузке.

Таким образом, поверхностный интеграл в системе Ритца получает следующий вид:

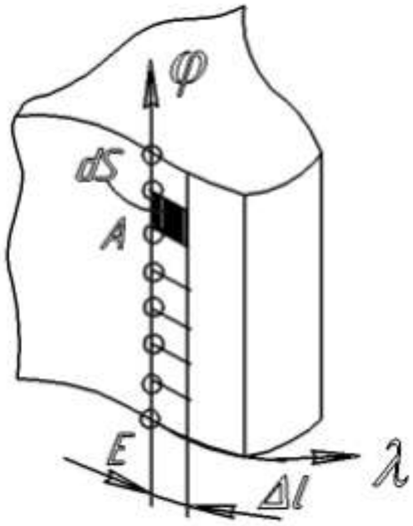

Рис.1

$$\iint_S f_{\alpha\beta\gamma} * \cos(\bar{n}, q_i)\, dS \qquad (1)$$

где,

$q_i = x, y, z$, $f_{\alpha\beta\gamma}$ - координатные функции,

$\cos(\bar{n}, q_i)$ - направляющие косинусы,

dS – элементарная площадка в регулярной точке поверхности.

Для практического решения системы Ритца наиболее рационально, как показали наши исследования моделировать эти двойные интегралы (1) в виде соответствующих сумм, которые представляют собой значения функции в некоторой узловой точке принадлежащей пятну контакта, умноженные на направляющие косинусы поверхности зуба в данной точке и на элементарную площадку контакта.

Поскольку контур зуба в торцевом сечении заменён дугами окружностей, то в эвольвентной прямозубой передаче его можно принять в качестве образующей, для которой плоскостью параллелизма служит торцевая плоскость зубчатого колеса. При этом в качестве направляющей служит прямая линия. Такой подход позволил сравнительно просто ввести на поверхности зубьев криволинейную систему координат, в которой произведено моделирование всей площадки контакта, а следовательно и всего поверхностного интеграла. Осями этой системы служат контур торцевого сечения зуба λ и направляющая φ, положительное направление которых показано на рис. 1. Площадку контакта в этой системе покрываем равномерной сеткой с шагом $d\lambda$ по λ и $d\varphi$ по φ, разбивающей её на элементарные площадки размером dS. Для вычисления этой элементарной площадки в нашей задаче целесообразно использовать методы дифференциальной геометрии для регулярной точки поверхности.

Известно, что элемент dS в регулярной точке некоторой поверхности S(λ, φ), заданной в двухпараметрическом виде, определяется выражением

$$dS=\sqrt{E*G-F^2}\,d\lambda d\varphi \ , \qquad (2)$$

где, E, G, F – квадратичные формы,

$$E=\left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial\varphi}\right)^2, G=\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial\lambda}\right)^2,$$

$$F=\left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\right)*\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)+\left(\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right)*\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)+\left(\frac{\partial z}{\partial\varphi}\right)*\left(\frac{\partial z}{\partial\lambda}\right),$$

λ, φ - оси криволинейной системы координат,

x, y, z – декартовые координаты всей системы в которой погружено зубчатое колесо.

При вычислении производных, входящих в выражения для E, G и F, целесообразно уравнение участков поверхности зуба представить в параметрическом виде, вытекающего из рассмотрения схемы аппроксимации торцевого сечения зуба дугами окружностей:

$$\left.\begin{aligned} x &= r_4 * \cos(\varphi+\nu) + r_7 * \cos(\varphi+\nu+\lambda_k) \\ y &= r_4 * \sin(\varphi+\nu) + r_7 * \sin(\varphi+\nu+\lambda_k) \\ z &= k * \varphi \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

где, φ - текущий угол, К – винтовой параметр, $\lambda_{\hat{e}}$ - текущий угол, определяющий пределы пятна контакта,

r_4, r_7 - дуги окружностей активной части эвольвентного профиля.

В результате несложных преобразований, получено выражение для определения элементарной площадки dS в виде:

$$dS = r_7 * \sqrt{k^2 + r_4^2 * \sin^2 \lambda_k}\, d\lambda d\varphi \qquad (4)$$

Вывод. Если подставить (4) в (1), то получим выражение для поверхностного интеграла который подлежит расчету при интегрировании системы. Полученные выражения являются ничем иным как одним из краевых условий задачи о НДС зубьев. [4].

Таким образом получены компоненты вектора-столбца свободных членов системы Ритца для поверхностного интеграла, что позволяет реализовать задачу об напряжённо-деформированном состоянии зубьев с эвольвентным зацеплением.

Список литературы: 1. *Кириченко А. Ф.* Теория, расчёт и анализ объёмного напряжённо-деформированного состояния зубьев цилиндрических колёс при изгибе. // Дис… док. тех.

наук – Харьков, 1991, 498с. 2. *Кириченко А. Ф. Клименко В. Г. Бондаренко В. С.* Вариационный метод расчёта изгибной податливости зубчатых зацеплений с использованием R-функций. // Повышение технического уровня, совершенствование методов расчёта и конструирования зубчатых передач, редукторов и их узлов: Тез. докл. научн.-техн. конф. – Харьков, 1974, с. 211-215. 3. *Кириченко А. Ф.* Аналитическое моделирование площадки контакта зубьев. – Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 1979, №4, с.34-39. 4. *Демидов С. П.* Теория упругости. – Высш. Школа, Москва, 1979, с.432.