

**В. Н. СТРЕЛЬНИКОВ**, к. т. н., Краматорск, АО «НКМЗ»

## **НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ ГИБКОГО КОЛЕСА КРУПНО ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ**

The general method of definition of the intense condition of a flexible wheel of a large wave tooth gearing where deforms as a part the disk generator of waves serves is offered. The method is based on use of function of Erie with the decision of the biharmonic equation in polar coordinates. As an example the decision of the intense condition of flexible wheels of reducers mills and turn of a mobile mixer for transportation of the fused metal is submitted

Внешние нагрузки машины через трансмиссии концентрируются на механическом приводе. Составляя 20 ... 25% общей массы машины, он является основной причиной отказов (до 50 ... 70%) металлургического и горно-рудного оборудования. Функциональные параметры узлов, кинематических пар и деталей механического привода, работающих в условиях экстремальных нагрузок, интенсивного износа, повышенного выделения тепловой энергии, интегрируются в технические характеристики выпускаемой продукции. Это придает особую актуальность исследованиям элементов механического привода в тяжелом машиностроении, где требования повышения нагрузочной способности снижения веса и энергоёмкости машин составляют первостепенную задачу при их проектировании. Существенное расширение силовой, кинематической и несущей способности механического привода возможно с применением прогрессивных конструктивных решений на основе волновых зубчатых передач, поскольку традиционные многоступенчатые зубчатые редукторы во многом исчерпали свои возможности [1]. Структурные особенности взаимодействия силовых элементов волновой передачи оказывают существенное влияние на возникающие в них деформации и напряжения, интенсивность и характер износа несущих звеньев, условия перераспределения и оттока энергии [2]. Для изучения внутренних силовых процессов взаимодействия несущих элементов волновых передач разработано ряд аналитических, численных и экспериментально - теоретических методов [3 - 6]. Однако в них не содержится достаточно корректной реализации параметров деформации гибкого колеса, являющейся основной причиной негативных процессов в кинематических парах. Такое состояние вопроса не соответствует тенденции развития

волновых передач в условиях возрастающих требований к повышению их нагрузочной способности и др. эксплуатационных характеристик.



Рис. 1 Производство на АО НКМЗ волновых редукторов механизма шагания экскаватора ЭШ 10 × 70 с объёмом ковша 10 м<sup>3</sup> и вылетом стрелы 70 м

Гибкое колесо служит основным отличительным признаком волновой передачи, определяющим фактором её надёжности, долговечности, нагрузочной способности (рис. 1). Деформация изгиба и растяжения гибкого колеса обуславливает не традиционные условия формирования поля зацепления высших кинематических пар. Напряжения в гибком звене возникают уже при сборке. Частота их изменения пропорциональна числу волн деформации гибкого колеса. Усталостный износ материала в условиях циклических знакопеременных напряжений интенсифицируется концентратором напряжений – гибким зубчатым венцом, работающим в условиях перманентной волновой деформации.

Целью данного исследования является решение задачи напряжённо – деформированного состояния гибкого колеса для повышения нагрузочной способности и ресурса работы крупных волновых зубчатых передач, применительно к тяжёлому машиностроению.

Деформация зубчатого венца вызывает деформацию торца оболочки, что создает в ней краевой эффект и дополнительное поле напряжений, наиболее опасными из которых являются изгибные, вызванные неравномерностью распределения нагрузки, приложенной к ободу зубчатого

венца [7]. Верхнюю границу изгибных напряжений можно получить, заменив распределенную нагрузку сосредоточенными силами.

Для решения задачи записано уравнение функции Эри в операторах Власова [8]. Граничные условия составлены исходя из условий совместной деформации оболочки с гибким зубчатым и шлицевым венцами на краях.

Для получения граничных условий на торце оболочки со стороны гибкого зубчатого венца рассмотрена деформация зубчатого венца под действием приложенных сил, с учетом взаимодействия венца с торцом оболочки [9]. Граничные условия для торца оболочки со стороны шлицевого венца определялись из предположения, что последний по отношению к оболочке является жестким конструктивным элементом.

Решение задачи найдено в форме рядов Фурье. Для торца оболочки сопряженного с зубчатым венцом, выполнен предельный переход и получены расчетные формулы.

Гибкое колесо рассматриваем как тонкостенную цилиндрическую оболочку длиной  $l$  с гибким зубчатым венцом шириной  $b_1$  на одном конце и шлицами шириной  $b_2$  на противоположном (рис. 2).

Введём обозначения:  $\xi^2 = \frac{h^2}{12a^2}$ ;  $-\frac{h}{2} \leq z \leq +\frac{h}{2}$ . При равномерном распределении касательных усилий в оболочке, определим касательные напряжения  $\tau$  от внешней нагрузки  $M_{кр}$

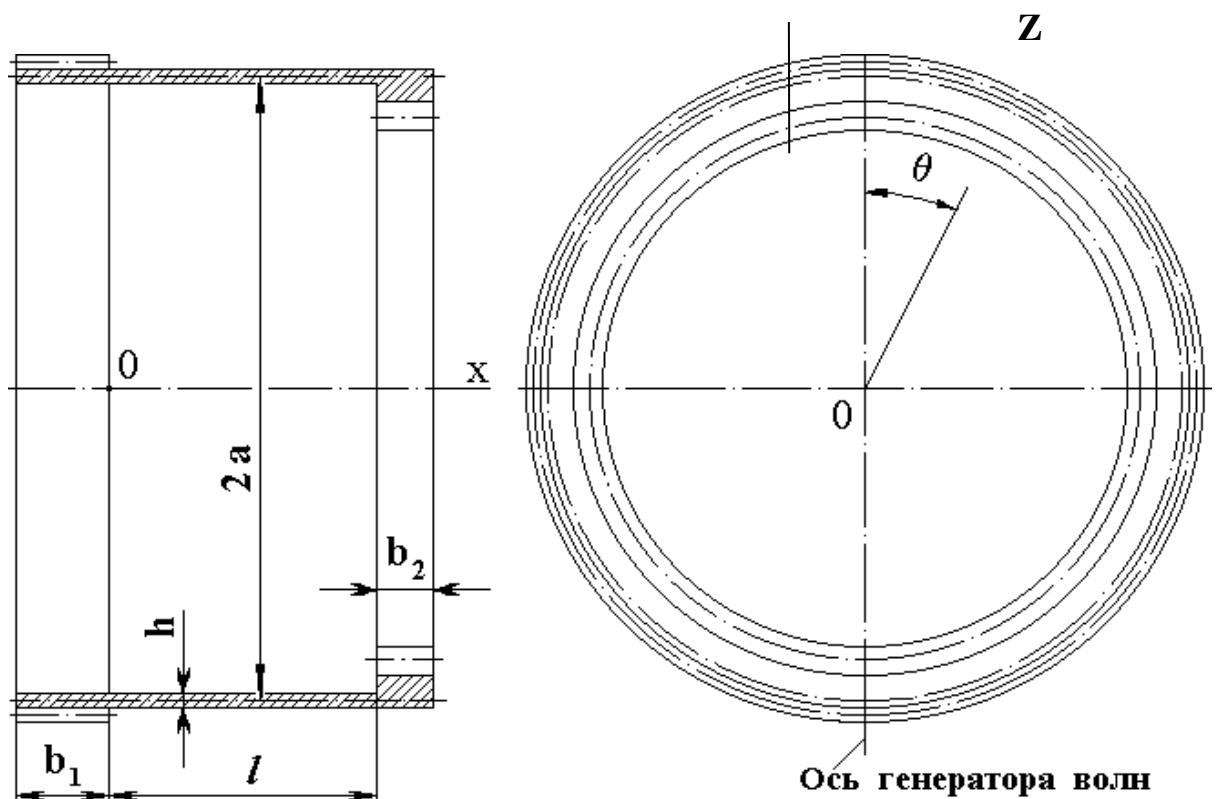


Рис. 2 Гибкое колесо волновой зубчатой передачи

$$\tau = \frac{M_{кр}(a+z)}{I_p} = \frac{M_{кр} \left(1 + \frac{z}{a}\right)}{2\pi a^2 h \left(1 + 3\xi^2\right)}. \quad (1)$$

Поле возмущений, вследствие краевого эффекта найдем, пользуясь полубезмоментной теорией В.З. Власова [8], в соответствии с которой справедливо неравенство:  $\frac{\partial^2 f}{\partial S_x^2} \ll \frac{\partial^2 f}{\partial S_y^2}$ , где  $f$  – силовые и геометрические

факторы (компоненты вектора смещений, усилия и моменты в сечениях);  $S_x, S_y$  – элементы длины координатных линий в осевом и окружном направлениях.

Выделим дифференциальный элемент оболочки. Силовые факторы действующие в сечениях, приведём к элементу срединной поверхности и приложим вдоль координатных линий местных координат  $x, \theta$ . Приведение компонент тензора напряжений к координатным линиям срединной поверхности ( $x=\text{const}; \theta=\text{const}$ ) определило силовые факторы  $N_x, N_\theta, M_\theta, S, Q_\theta$ , отнесенные к единице длины одной из координатных линий (рис. 3).

Используем безразмерные координаты:  $x = \frac{X}{a}$  и  $\theta$ , где  $X$  – линейный

размер оси  $x$ . Уравнения равновесия для элемента цилиндрической оболочки относительно местной системы координат  $(x, \theta, z)$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + Q_\theta = 0, \quad \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - N_\theta = 0, \quad -aQ_\theta + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} = 0. \quad (2)$$

Силовые факторы отнесенные к срединной поверхности  $N_x, N_\theta, Q_\theta, M_\theta$

$$N_x = Eh \cdot \varepsilon_x, \quad M_\theta = D \cdot \chi_\theta, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_x$  – относительная деформация в направлении оси  $x$ ;

$$D = \frac{Eh^3}{12} - \text{цилиндрическая жёсткость оболочки при условии } \nu = 0.$$

Уравнения физического закона получено при условии  $\nu = 0$ .

$$N_x = \frac{Eh}{a} \frac{\partial u}{\partial x}; \quad M_\theta = D \chi_\theta = -\frac{D}{a^2} \left( -\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right). \quad (4)$$

Выразим компоненты вектора смещения через функцию Эри  $\Phi(x, \theta)$

$$u = \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \quad w = \frac{1}{a} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}. \quad (5)$$

Подставим выражения (5) в формулы (4)

$$N_x = \frac{Eh}{a^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}; \quad M_\theta = -\frac{D}{a^3} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right). \quad (6)$$

Из 4<sup>го</sup> уравнения равновесия (2) найдём  $Q_\theta$ , из 3<sup>го</sup>  $N_\theta$

$$Q_{\theta} = \frac{1}{a} \frac{\partial M_{\theta}}{\partial \theta} = -\frac{D}{a^4} \left( \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \theta^3} + \frac{\partial^5 \Phi}{\partial \theta^5} \right), \quad N_{\theta} = -\frac{D}{a^4} \left( \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} \right) \quad (7)$$

Из первого уравнения равновесия (2) найдем производную

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = -\frac{\partial N_x}{\partial x} = -\frac{Eh}{a^2} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}. \quad (8)$$

Из 2<sup>го</sup> уравнения равновесия (2) получим разрешающее уравнение для функции  $\Phi(x, \theta)$

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \xi^2 \left( \frac{\partial^8 \Phi}{\partial \theta^8} + 2 \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right) = 0, \quad (9)$$

Учитывая симметрию внешней нагрузки относительно оси, решение для функции  $\Phi$  отыскиваем в виде разложения в ряд по косинусам

$$\Phi(x, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(x) \cdot \cos k\theta. \quad (10)$$

$\cos k\theta$  при  $k=1; 2 \dots$  линейно независимые ортогональные в промежутке  $[0; \pi]$  функции (10), выражения в квадратных скобках должны обращаться в нуль

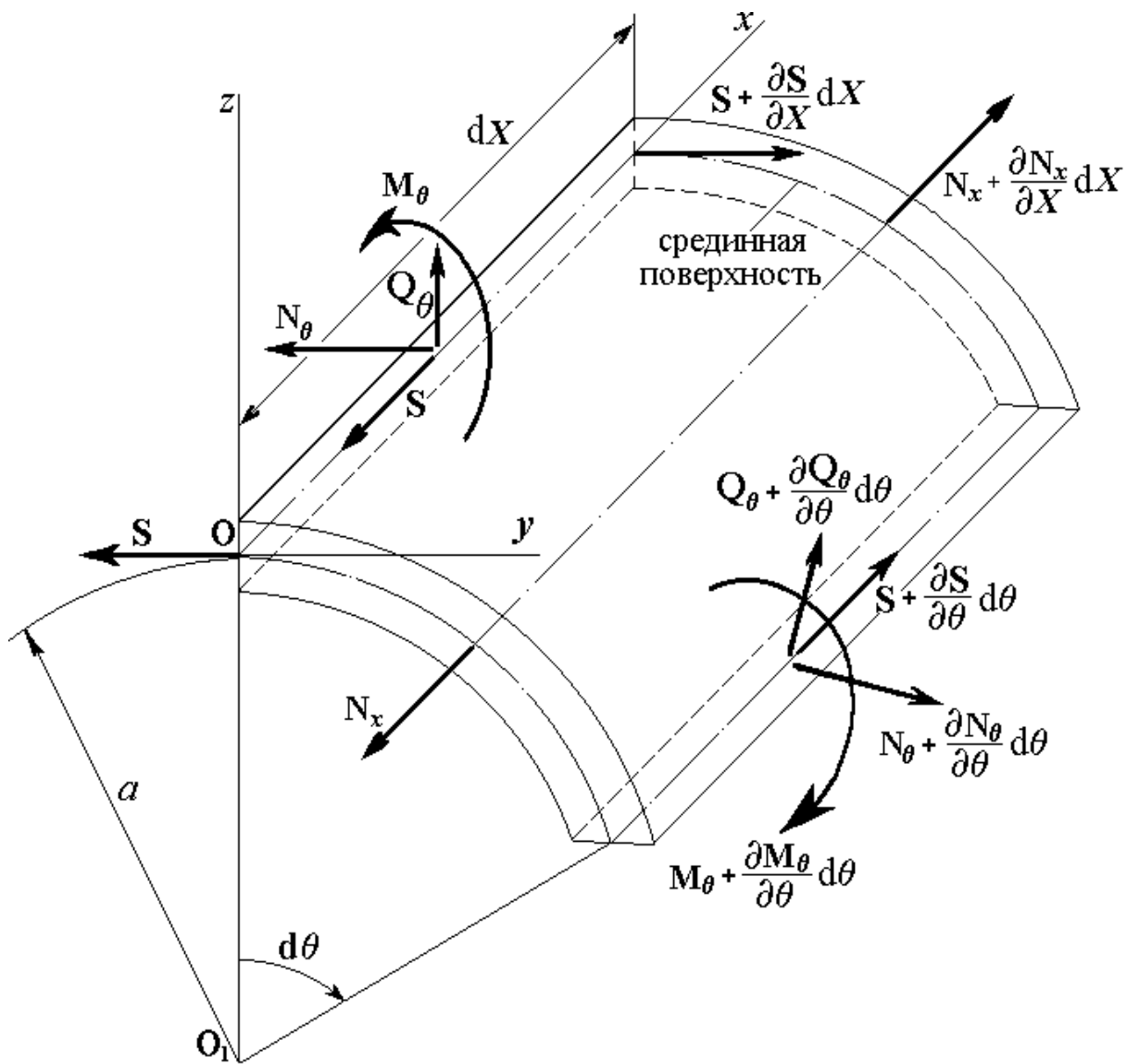


Рис. 3 Силовые факторы приложенные к элементу оболочки

$$\Phi_k^{(IV)} - \xi^2 k^4 \Phi_k - 1 \Phi_k = 0, \quad (k=1; 2; 3; \dots). \quad (11)$$

Получено линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (11), соответствующими номерам  $k=1; 2; 3; \dots$  членов ряда для функции  $\Phi$ . Характеристическое уравнение для номера  $k$

$$\lambda^4 + \xi^2 k^4 \lambda^2 - 1 = 0. \quad (12)$$

Корни характеристического уравнения (12)

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm k \sqrt{\xi \left( \frac{k^2 - 1}{2} \right)} \cdot \pm i. \quad (13)$$

Фундаментальными линейно независимыми решениями уравнения (11) будут функции:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{1k}(x) &= ch m_k x \cos m_k x; & \Phi_{2k}(x) &= sh m_k x \cos m_k x; \\ \Phi_{3k}(x) &= ch m_k x \sin m_k x; & \Phi_{4k}(x) &= e^{-m_k x} sh m_k x \sin m_k x, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\text{где } m_k = k \sqrt{\xi \left( \frac{k^2 - 1}{2} \right)}.$$

Общее решение дифференциального уравнения (11) выражается через произвольные постоянные и фундаментальные функции

$$\Phi_k(x) = A_{1k} \varphi_{1k}(x) + A_{2k} \varphi_{2k}(x) + A_{3k} \varphi_{3k}(x) + A_{4k} \varphi_{4k}(x). \quad (15)$$

Функции  $\varphi_{1k}$ ,  $\varphi_{2k}$ ,  $\varphi_{3k}$ ,  $\varphi_{4k}$  связаны линейными зависимостями с функциями Крылова

$$\left. \begin{aligned} K_1(m_k x) &= ch(m_k x) \cdot \cos(m_k x) = \varphi_{1k}(x), \\ K_2(m_k x) &= \frac{1}{2} [ch(m_k x) \sin(m_k x) + sh(m_k x) \cos(m_k x)] = \frac{1}{2} [\varphi_{2k}(x) + \varphi_{3k}(x)], \\ K_3(x) &= \frac{1}{2} sh(m_k x) \cdot \sin(m_k x) = \frac{1}{2} \varphi_{4k}(x), \\ K_4(x) &= \frac{1}{4} [\varphi_{3k}(x) - \varphi_{2k}(x)] = \frac{1}{4} [ch(m_k x) \cdot \sin(m_k x) - sh(m_k x) \cos(m_k x)]. \end{aligned} \right\} (16)$$

Определитель системы (16) отличен от нуля и общее решение уравнения (11) записывается в виде линейной комбинации функций Крылова

$$\Phi_k(x) = C_{1k} K_1(m_k x) + C_{2k} K_2(m_k x) + C_{3k} K_3(m_k x) + C_{4k} K_4(m_k x), \quad (17)$$

где  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$ ,  $C_{3k}$ ,  $C_{4k}$  – произвольные постоянные.

Коэффициенты  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$ ,  $C_{3k}$ ,  $C_{4k}$  в формуле (17) определяются из граничных условий. Торцы оболочки:  $\left[ (x=0), (x=q), \text{ где } q = \frac{\ell}{a} \right]$  свободны,

что соответствует двум условиям. В качестве третьего условия примем не растяжимость венца гибкого колеса при  $x=q$

$$N_x(x=0)=0; \quad N_x(x=q)=0; \quad v(x=q)=0. \quad (18)$$

Четвёртое граничное условие получим рассмотрев взаимодействие оболочки и зубчатого венца при  $x=0$ . При этом нормальные смещения  $w$  зубчатого венца и оболочки одинаковы. От зубчатого венца к оболочке передаётся касательное усилие  $S$ . Связь между  $w$  и  $S$  можно установить рассмотрев деформацию зубчатого венца. В качестве расчетной модели примем кольцо шириной  $b_1$  и толщиной  $h_1$  равной полусумме толщины зубчатого венца по окружности впадин и выступов.

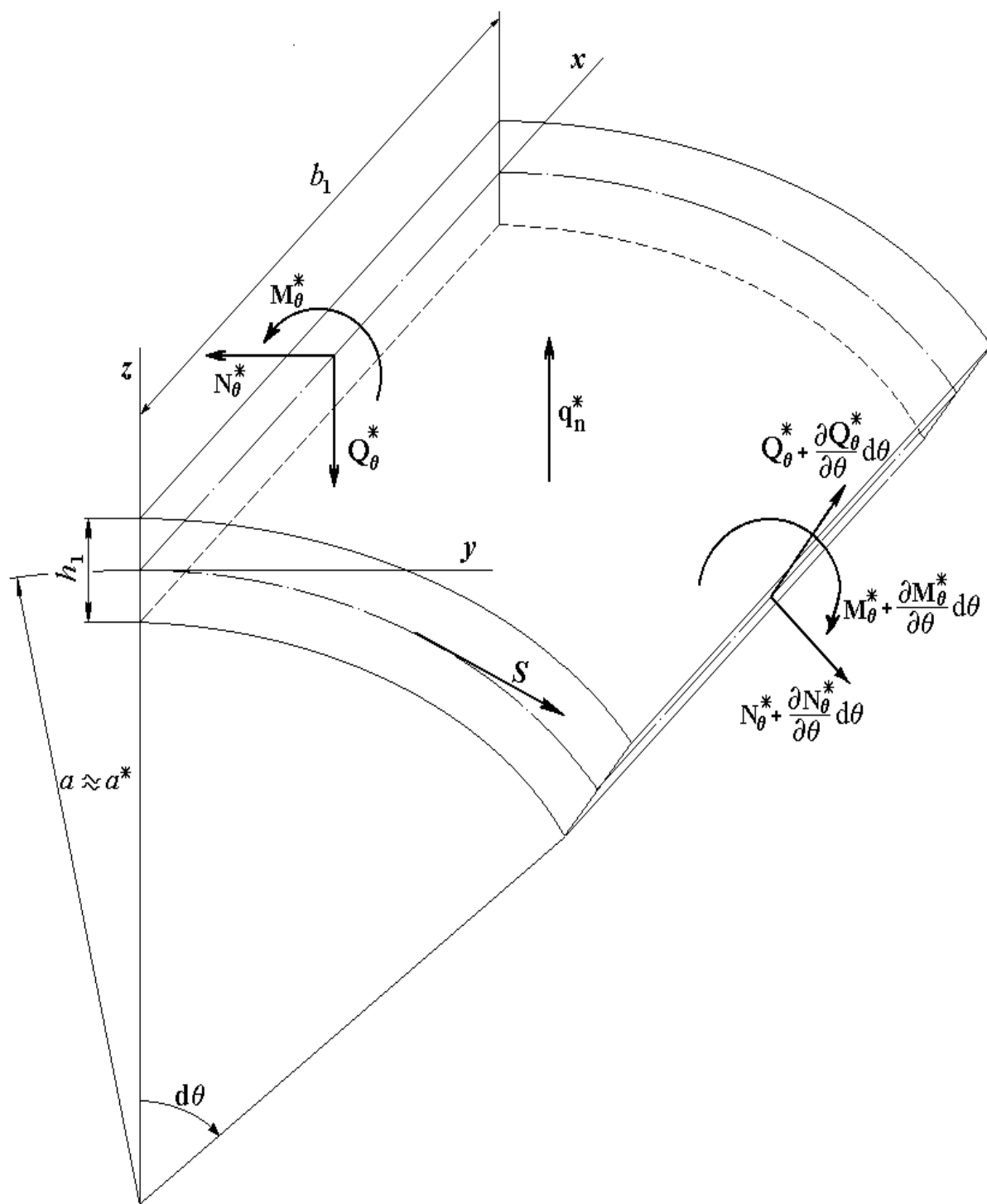


Рис. 4 Силовая схема расчётной модели зубчатого венца

Кольцо испытывает плоскую деформацию. Рассмотрим равновесие элемента кольца под действием нормальных и поперечных сил  $N_{\theta}^*$ ,  $Q_{\theta}^*$ , изгибающих моментов  $M_{\theta}^*$ , усилия  $S$  и нормальной нагрузки  $q_n^*$  (рис. 4). Звездочкой отмечены силовые факторы, относящиеся к кольцу. Силовым фактором  $S$  общий для кольца и оболочки. Силовые факторы  $N_{\theta}^*$ ,  $Q_{\theta}^*$ ,  $M_{\theta}^*$ ,



отнесены ко всему поперечному сечению кольца,  $S$  и  $q_n^*$  погонные нагрузки отнесенные к единице длины дуги

$$Q_\theta^* = \frac{1}{a} \cdot \frac{dM_\theta^*}{d\theta}; N_\theta^* = \frac{1}{a} \cdot \frac{d^2 M_\theta^*}{d\theta^2} + q_n^* a; \frac{1}{a} \cdot \frac{dN_\theta^*}{d\theta} + \frac{1}{a} Q_\theta^* + S = 0. \quad (19)$$

В 3<sup>м</sup> уравнении (19) заменим  $N_\theta^*$  и  $Q_\theta^*$  полученными значениями

$$\frac{d^3 M_\theta^*}{d\theta^3} + \frac{dM_\theta^*}{d\theta} + a^2 S = -a^2 \frac{dq_n^*}{d\theta}. \quad (20)$$

Изгибающий момент  $M_\theta$  связан с изменением кривизны кольца. Из уравнений (19) с учётом 2<sup>ой</sup> формулы (4) и условий совместности деформаций оболочки и зубчатого венца, определим

$$M_\theta^* = -\frac{EJ_{x_0}}{\alpha^2} \left( w + \frac{d^2 w}{d\theta^2} \right). \quad (21)$$

Подставим значение (21) в формулу (20)

$$S - \frac{EJ_{x_0}}{\alpha^4} \left( \frac{d^5 w}{d\theta^5} + 2 \frac{d^3 w}{d\theta^3} + \frac{dw}{d\theta} \right) = -\frac{dq_n^*}{d\theta}. \quad (22)$$

Распределенную нагрузку  $q_n^*$  заменим двумя сосредоточенными силами  $P$  при помощи  $\delta$ -функции Дирака

$$q_n^* = \frac{P}{\alpha} \delta \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) + \delta \left( \theta + \frac{\pi}{2} \right) + \pi \bar{\phantom{x}} \quad (23)$$

$\delta$ -функцию формально разложим в ряд Фурье

$$q_n^* = \frac{P}{\pi \alpha} \left( 1 + 2 \sum_{k=2,4,6,\dots}^{\infty} \cos k\theta \right). \quad (24)$$

Дифференцируем  $q_n^*$

$$\frac{dq_n^*}{d\theta} = -\frac{2P}{\pi \alpha} \cdot \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} k \cdot \sin k\theta. \quad (25)$$

Ряд (25) расходится и его надо подставить в дифференциальное уравнение (22), при интегрировании которого получим сходящийся ряд

$$S - \frac{EJ_{x_0}}{\alpha^4} \left( \frac{d^5 w}{d\theta^5} + 2 \frac{d^3 w}{d\theta^3} + \frac{dw}{d\theta} \right)_{x=0} = \frac{2P}{\pi a} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} k \sin k\theta. \quad (26)$$

Выражение (26) - четвертое граничное условие для сечения  $x = 0$ . Условия (18) и (26) достаточны для определения коэффициентов  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$ ,  $C_{3k}$ ,  $C_{4k}$  в представлении (17). Из выражений (10) и (17) определим функцию Эри

$$\Phi(x, \theta) = \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} C_{1k} K_1(m_k x) + C_{2k} K_2(m_k x) + C_{3k} K_3(m_k x) + C_{4k} K_4(m_k x) \bar{\phantom{x}} \cos k\theta \quad (27)$$

В соответствии с выражением (26), при нечётном  $k$  коэффициенты  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$ ,  $C_{3k}$ ,  $C_{4k}$  в формуле (27) равны нулю. С учётом свойств функций

Крылова и условий (18), по первой из формул (4) и формулам (5) получим

$$K_1(0) = 1; K_2(0) = K_3(0) = K_4(0) = 0; C_{3k} = 0; \\ -4C_{1k}K_3(m_k q) - 4C_{2k}K_4(m_k q) + C_{4k}K_2(m_k q) = 0;$$

$$N_X = \frac{Eh}{a^2} \sum_{k=2,4,6,\dots}^{\infty} m_k^2 + 4C_{1k}K_3(m_k x) - 4C_{2k}K_4(m_k x) + C_{4k}K_2(m_k x) \cos k\theta. \quad (28)$$

Определим дифференциал  $dS$ , а затем и функцию  $S$

$$dS = \frac{\partial S}{\partial x} dx + \frac{\partial S}{\partial \theta} d\theta = -\frac{Eh}{a^2} d \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k''(x) \cdot \frac{\sin k\theta}{k}; S = -\frac{Eh}{a^2} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \Phi_k''(x) \cdot \frac{\sin k\theta}{k}. \quad (29)$$

С учётом формулы (27) составим выражение

$$\Phi_k(x) = C_{1k}K_1(m_k x) + C_{2k}K_2(m_k x) + C_{4k}K_4(m_k x), \quad (30)$$

где  $K_{1k}(x) = K_1(m_k x)$ ;  $K_{2k}(x) = K_2(m_k x)$ ;  $K_{4k}(x) = K_4(m_k x)$ .

Находим коэффициенты  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$  и  $C_{4k}$

$$C_{1k} = -\frac{B \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q} \times \\ \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1} \sqrt{k^2 - 1}}; \quad (31)$$

$$C_{2k} = \frac{B \operatorname{sh}(2m_k q) + \sin 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q} \times \\ \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1} \sqrt{k^2 - 1}}. \quad (32)$$

$$C_{4k} = -\frac{2B \operatorname{sh}(2m_k q) - \sin 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q} \times \\ \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1} \sqrt{k^2 - 1}}, \quad (33)$$

где  $B = \frac{2Pa\sqrt{2\xi}}{\pi Eh\xi^2}$ . Быстрота убывания коэффициентов  $C_{1k}$ ,  $C_{2k}$ ,  $C_{4k}$

имеет порядок  $O\left[\frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1}^2}\right]$ . Силовой фактор, представляющий силы  $(P, -P)$

деформирующие гибкое колесо, выразим через максимальное смещение  $w_{max} = w(\theta = 0; x = 0) = \Delta$ . Диски считаем абсолютно жёсткими. При формировании упругой волны, величина  $\Delta$  равна смещению оси диска относительно оси волновой передачи. Из формул (5), (16), (17) следует

$$\Delta = -\frac{1}{a} \cdot \sum_{k=2,4,6,\dots}^{\infty} C_{1k} k^2. \text{ Заменим } C_{1k} \text{ по формуле (31)}$$

$$\Delta = \frac{B}{a} \sum_{k=2,4,6,\dots}^{\infty} \left\langle \frac{k \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q} \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}} \right\rangle. \quad (34)$$

Обозначим

$$R_{\Delta} = \sum_{k=2,4,6,\dots}^{\infty} \left\langle \frac{k \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q} \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}} \right\rangle. \quad (35)$$

Заменим в уравнении (34) величину  $B$  по формуле (13), а сумму ряда через  $R_{\Delta}$ , найдём силовой фактор  $P$  и подставим значение  $B$  в уравнения (31-33)

$$C_{1k} = -\frac{a \cdot \Delta}{R_{\Delta}} \frac{\operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q} \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}}, \quad (36)$$

$$C_{2k} = \frac{a \cdot \Delta}{R_{\Delta}} \frac{\operatorname{sh}(2m_k q) + \sin 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q} \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}}, \quad (37)$$

$$C_{4k} = -\frac{2a \cdot \Delta}{R_{\Delta}} \frac{\operatorname{sh}(2m_k q) - \sin 2m_k q}{A \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q} \times \frac{1}{k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}}. \quad (38)$$

Введём постоянные

$$\left. \begin{aligned} C_{1k}^* &= -\frac{\operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q}{A k \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q \cdot k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}}, \\ C_{2k}^* &= \frac{\operatorname{sh}(2m_k q) + \sin 2m_k q}{A k \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q \cdot k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}}, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$C_{4k}^* = - \frac{2 \operatorname{sh}(2m_k q) - \sin 2m_k q}{Ak \sqrt{k^2 - 1} \cdot [\operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q] \cdot k^2 - 1}^{3/2}$$

и получим

$$C_{1k} = C_{1k}^* \cdot \frac{a \cdot \Delta}{R_\Delta}; \quad C_{2k} = C_{2k}^* \cdot \frac{a \cdot \Delta}{R_\Delta}; \quad C_{4k} = C_{4k}^* \cdot \frac{a \cdot \Delta}{R_\Delta}. \quad (40)$$

Тогда функцию  $\Phi(x, \theta)$  по формуле (27) представим в виде

$$\Phi(x, \theta) = \frac{a \cdot \Delta}{R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} [C_{1k}^* K_1(m_k x) + C_{2k}^* K_2(m_k x) + C_{4k}^* K_4(m_k x)] \cos k\theta. \quad (41)$$

Силловые факторы найдём с учётом значения (41).  $N_x$  определим по 1<sup>ой</sup> из формул (6) с использованием выражений (13) и (39)

$$N_x = - \frac{2E\Delta\xi^2\sqrt{3}}{R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \operatorname{sh} m_k(2q-x) [\sin m_k x - \operatorname{sh}(m_k x) + \sin m_k(2q-x)] \times \\ \times \frac{k \cos k\theta}{\sqrt{k^2 - 1}} / Ak \sqrt{k^2 - 1} \cdot [\operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q]. \quad (42)$$

При больших номерах  $k$  быстрота убывания коэффициентов ряда (42) имеет порядок  $O\left(\frac{1}{k^2 e^{m_k x}}\right)$ . Так как ряд  $\sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 e^{m_k x}}\right)$  сходится абсолютно при всех  $0 \leq x \leq q$ , то и ряд для отыскания продольной силы абсолютно сходящийся.

Момент  $M_\theta$  определим по 2<sup>ой</sup> из формул (6)

$$M_\theta = \frac{2E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} [\operatorname{ch} m_k(q-x) \cos m_k x - \operatorname{ch}(m_k x) \cos m_k(q-x)] \times \\ \times \frac{k \cos k\theta}{\sqrt{k^2 - 1}} / Ak \sqrt{k^2 - 1} \cdot [\operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q]. \quad (43)$$

Быстрота сходимости ряда в уравнении (43) имеет  $O\left(\frac{1}{k^2 e^{m_k x}}\right)$ , т.е. ряд сходится для всех  $x \in [0; q]$ .

Для определения усилия  $N_\theta$  воспользуемся 2<sup>ой</sup> формулой (7)

$$N_\theta = - \frac{D}{a^4} \left( \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} \right) = \frac{1}{a} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left[ - \frac{D}{a^3} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right) \right] = \frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2}, \quad (44)$$

где  $M_\theta$  определяется формулой (43). При почленном дифференцировании ряда (43) быстрота сходимости ухудшается и будет иметь порядок  $O\left(\frac{1}{e^{m_k x}}\right)$ , т.е. ряд сходится для всех  $x \in [0; q]$ . При  $x = 0$  ряд расходится.

Для отыскания  $N_\theta$  при  $x = 0$  улучшим сходимость ряда (43). Полагаем в формуле (43)  $x = 0$

$$M_\theta = \frac{2E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{AR_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k\theta}{k^2} + \frac{2E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{AR_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k\theta}{k^2 \sqrt{k^2 - 1}} - \frac{2E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{A^2 R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left( \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right) \times \left. \frac{1}{\left( \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \frac{1}{Ak\sqrt{k^2 - 1}} \left( \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right) \right) k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}} \right\} \quad (45)$$

Просуммируем ряд входящий в выражение (45)

$$\sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k\theta}{k^2} = \left( \frac{\theta^2}{4} - \frac{\pi|\theta|}{4} + \frac{\pi^2}{24} \right). \quad (46)$$

$\cos k\theta = \cos m_k q$  и суммирование распространяем на промежуток  $[-\pi; +\pi]$ .

Вместо  $|\theta|$  можно записать выражение

$$\sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k\theta}{k^2} = \begin{cases} \frac{1}{4}\theta^2 + \frac{1}{4}\pi\theta + \frac{\pi^2}{24} & \text{для } \theta \in [-\pi; 0] \\ \frac{1}{4}\theta^2 - \frac{1}{4}\pi\theta + \frac{\pi^2}{24} & \text{для } \theta \in [0; \pi] \end{cases}$$

Подставим результат из равенства (46) в уравнение (45)

$$M_\theta = \frac{E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{2AR_\Delta} \left( \theta^2 - \pi|\theta| + \frac{\pi^2}{24} \right) + \frac{2E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{AR_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k\theta}{k^2 \sqrt{k^2 - 1}} - \frac{2E \cdot a \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{A^2 R_\Delta} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left( \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right) \times \left. \frac{\cos k\theta}{\left( \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q + \frac{1}{Ak\sqrt{k^2 - 1}} \left( \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right) \right) k \sqrt{k^2 - 1}^{3/2}} \right\} \quad (47)$$

Пользуясь формулой (44) найдём выражения для усилия  $N_\theta$ . При  $x > 0$  пользуемся выражением (43). Выполнив дифференцирование, получим

$$N_{\theta, \alpha > 0} = -\frac{2E \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{R_{\Delta} \cdot A} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\langle \operatorname{ch} m_k \alpha q - x \operatorname{cos} m_k x - \operatorname{ch}(m_k x) \operatorname{cos} m_k \alpha q - x \right\rangle \times \frac{k^2 \operatorname{cos} k\theta}{\left\{ \operatorname{ch}(2m_k q) - \operatorname{cos} m_k q + \frac{1}{Ak \sqrt{k^2 - 1}} \cdot \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right\}} \quad (48)$$

При  $x = 0$  дифференцируем выражение (47)

$$N_{\theta, \alpha = 0} = \frac{E \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{R_{\Delta} \cdot A} - \frac{2E \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{R_{\Delta} \cdot A} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\operatorname{cos} k\theta}{k^2 - 1} + \frac{2E \cdot \Delta \cdot \xi^3 \sqrt{3}}{R_{\Delta} \cdot A^2} \times \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\langle \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right\rangle \times \frac{k \operatorname{cos} k\theta}{\left\{ \operatorname{ch}(2m_k q) - \operatorname{cos} m_k q + \frac{\operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \right\}} \quad (49)$$

Пользуясь формулами (29), (39), (40), (13), (16) получим представление касательного усилия  $S$

$$S = \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\langle \operatorname{sh} m_k \alpha q - x \operatorname{cos} m_k x - \operatorname{ch} m_k \alpha q - x \operatorname{sin} m_k x + \operatorname{sh}(m_k x) \operatorname{cos} m_k \alpha q - x - \operatorname{ch}(m_k x) \operatorname{sin} m_k \alpha q - x \right\rangle \times \frac{\sin k\theta}{\left\{ \sqrt{k^2 - 1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \operatorname{cos} 2m_k q + \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right\}} \quad (50)$$

Быстрота сходимости ряда (50) имеет порядок  $O\left(\frac{1}{e^{m_k X}}\right)$ . Ряд сходится абсолютно при всех  $x > 0$ . При  $x = 0$  сходимость ряда ухудшается и становится сравнимой с быстротой сходимости знакопеременного ряда

$\sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k^2}$ . Получим выражение для усилия  $S$  при  $x = 0$

$$S|_{\alpha=0} = \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \left\{ \operatorname{sh} m_k q - \sin m_k q \right\} \times$$

$$\times \left. \frac{\sin k\theta}{\sqrt{k^2-1} \cdot \operatorname{ch}(2m_k q) - \cos 2m_k q} + \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2-1}} \operatorname{sh} 2m_k q - \sin 2m_k q} \right\}$$

Для  $S|_{\theta=0}$  заменим гиперболические функции на показательные

$$S = \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k} + \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k + \sqrt{k^2-1} \sqrt{k^2-1}} -$$

$$- \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k^2-1} - Ak \cdot \sqrt{k^2-1} \cdot e^{-2m_k q} \left[ 2 \cos 2m_k q - \right.$$

$$\left. - \left( 1 - \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2-1}} \right) \sin 2m_k q \right] - \left( 2 - \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2-1}} \right) e^{-2m_k q} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2-1}} \right) - \right.$$

$$\left. - 2e^{-2m_k q} \cdot \left[ \cos 2m_k q + \frac{\sin 2m_k q}{Ak \cdot \sqrt{k^2-1}} \right] + e^{-4m_k q} \left( 1 - \frac{1}{Ak} \right) \right\} \quad (51)$$

Просуммируем ряд, входящий в формулу (51)

$$\sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k} = \begin{cases} -\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) & \text{для } \theta \in ]-\pi; 0[ \\ \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) & \text{для } \theta \in ]0; \pi[ \end{cases}$$

(52)

( $x=0$  и  $x=\pi$  – особые точки).

В выражении (51) сделаем замену в соответствии с равенством (52)

$$S = \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \cdot \begin{cases} -\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) & \theta \in ]-\pi; 0[ \\ \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right) & \theta \in ]0; \pi[ \end{cases} + \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k + \sqrt{k^2-1} \sqrt{k^2-1}} -$$

$$- \frac{E \cdot \xi^{5/2} \cdot \Delta \sqrt{6}}{AR_{\Delta}} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k\theta}{k^2-1} - Ak \cdot \sqrt{k^2-1} \cdot e^{-2m_k q} \left[ 2 \cos 2m_k q - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left( 1 - \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \right) \sin 2m_k q \left] - \left( 2 - \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \right) e^{-2m_k q} \right\} / \left\{ \left( 1 + \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \right) - \right. \\
& \left. - 2e^{-2m_k q} \cdot \left[ \cos 2m_k q + \frac{\sin 2m_k q}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \right] + e^{-4m_k q} \left( 1 - \frac{1}{Ak \cdot \sqrt{k^2 - 1}} \right) \right\}. \quad (53)
\end{aligned}$$

Усилия  $S$  связаны с изменением формы оболочки при её деформировании и не создают крутящего момента. Функция  $\sin \theta$  нечётная и усилия  $S$  при  $+\theta$  и при  $-\theta$  создают крутящие моменты противоположных знаков. Элементарные крутящие моменты  $dM_{кр} = a^2 \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} K_n \cdot \sin \theta d\theta$  –

уравновешиваются. В силу симметрии деформации результирующий момент равен нулю. Передача крутящего момента происходит за счёт постоянного усилия  $S_0$ , величину которого определим из условия

$$S_0 = \frac{M_{кр}}{2\pi a^2}. \quad (54)$$

Этим усилиям соответствует смещение  $V_0$

$$V_0 = \frac{M_{кр} \cdot X}{G \cdot I_p} = \frac{M_{кр} \cdot x}{2\pi a^2 h}, \quad (55)$$

Силловые факторы, найденные по формулам (42), (43), (49), (50), (53), (54) определяют напряжённое состояние оболочки :

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h}; \quad \tau = \frac{|S| + |S_0|}{h}; \quad \sigma_\theta = \frac{|N_\theta|}{h} + \frac{6|M_\theta|}{h^2}. \quad (56)$$

На основе полученного решения разработан алгоритм для расчетов на ЭВМ напряжённого состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи. Расчеты выполнены для волновых редукторов привода перефутеровки рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м<sup>3</sup> и массой загружаемой руды 220т, а также привода наклона передвижного миксера МП 600АС грузоподъёмностью 600т расплавленного металла. Расчет проводился в двух вариантах: для реальных редукторов и для редукторов с уменьшенной в два раза толщиной оболочки при неизменных остальных параметрах. Результаты расчета напряжённого состояния гибких колес приведены на графиках (рис. 5 – 13).

Определяющими оказались нормальные напряжения  $\sigma_{\theta 1}$  и  $\sigma_{\theta 3}$  на внутренней и внешней поверхностях оболочки гибкого колеса. Максимальные значения принимают напряжения растяжения  $(\sigma_{\theta 3})_{\max} = +84$  мПа на внешней поверхности оболочки гибкого колеса волновой передачи привода перефутеровки рудоразмольной мельницы. На внутренней поверхности этой же оболочки максимальные напряжения сжатия составляют  $(\sigma_{\theta 1})_{\max} = -77$  мПа. При уменьшенной в два раза толщине оболочки гибкого колеса этой же



волновой передачи, максимальные напряжения растяжения и сжатия равны между собой по абсолютной величине, т.е.  $(\sigma_{\theta 1})_{\max} = -26$  МПа и  $(\sigma_{\theta 3})_{\max} = +26$  МПа.

Для гибкого колеса волнового редуктора привода поворота миксера, максимальные напряжения растяжения на внешней поверхности составляют  $(\sigma_{\theta 3})_{\max} = +60$  МПа, а максимальные напряжения сжатия на внутренней поверхности  $(\sigma_{\theta 1})_{\max} = -56$  МПа. При уменьшенной в два раза толщине оболочки гибкого колеса этой же волновой передачи, максимальные напряжения растяжения и сжатия равны между собой по абсолютной величине, т.е.  $(\sigma_{\theta 1})_{\max} = -19$  МПа и  $(\sigma_{\theta 3})_{\max} = +19$  МПа. Наибольшие значения напряжения сжатия  $(\sigma_{\theta 1})_{\max}$  и растяжения  $(\sigma_{\theta 3})_{\max}$  принимают на стыке зубчатого венца с оболочкой, в области большой оси генератора волн ( $X = 0$ ;  $\theta = 0$ ), где оболочка имеет максимальную деформацию, действие которой

$\theta^\circ$ :  $\blacklozenge$  0  $\bullet$  10  $\blacktriangle$  20  $\blacksquare$  30  $\square$  40  $\diamond$  50  $\triangleleft$  60  $\diamond$  70  $\circ$  80  $\ast$  90

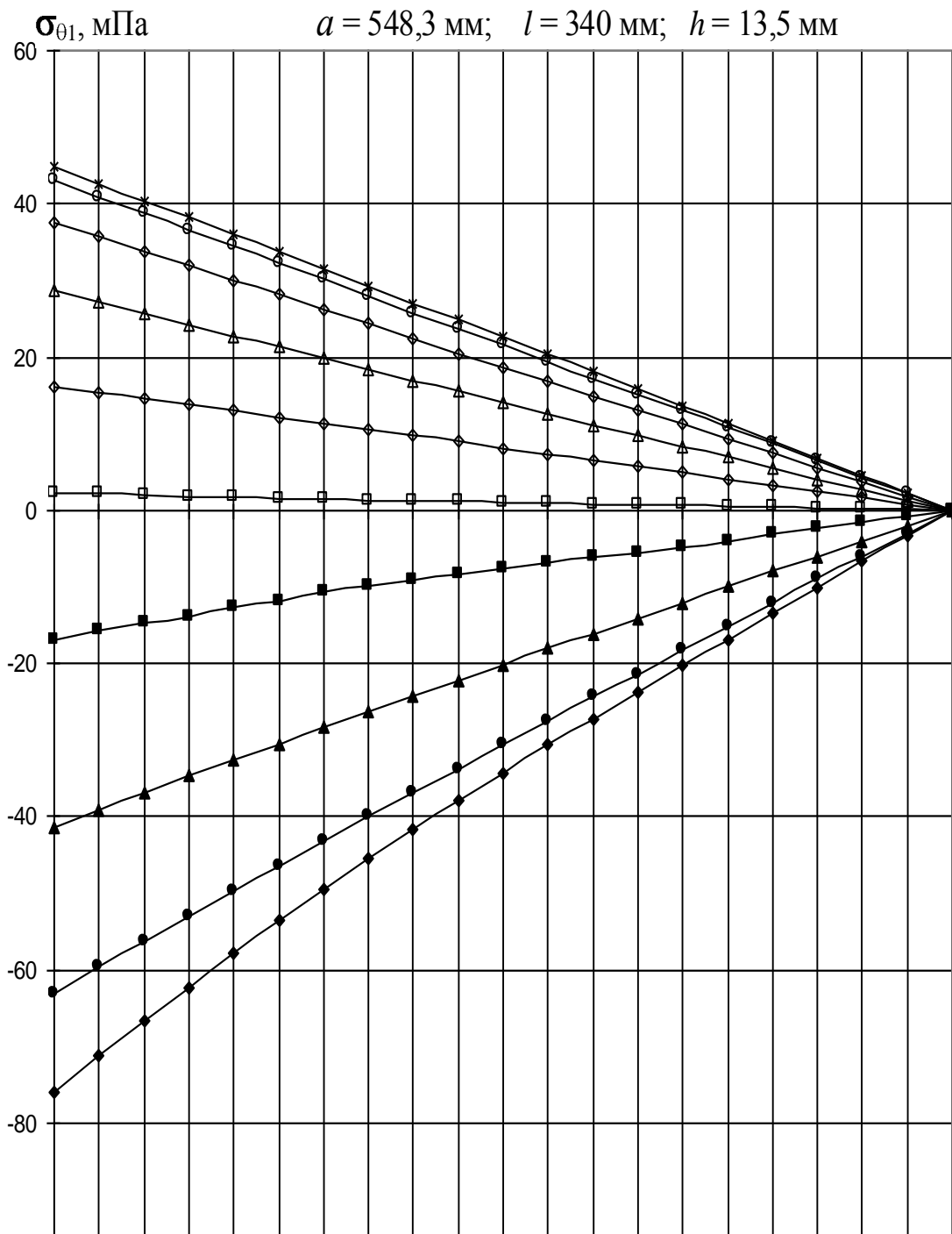




Рис. 6 Напряжения  $\sigma_{\theta_3}$  (МПа) на внешней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода перефутеровки рудоразмольной, в зависимости от расстояния  $X$  до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от ( $\theta^\circ$ :  $\blacklozenge$  0  $\bullet$  10  $\blacktriangle$  20  $\blacksquare$  30  $\square$  40  $\diamond$  50  $\circ$  60  $\times$  70  $\ominus$  80  $\ast$  90

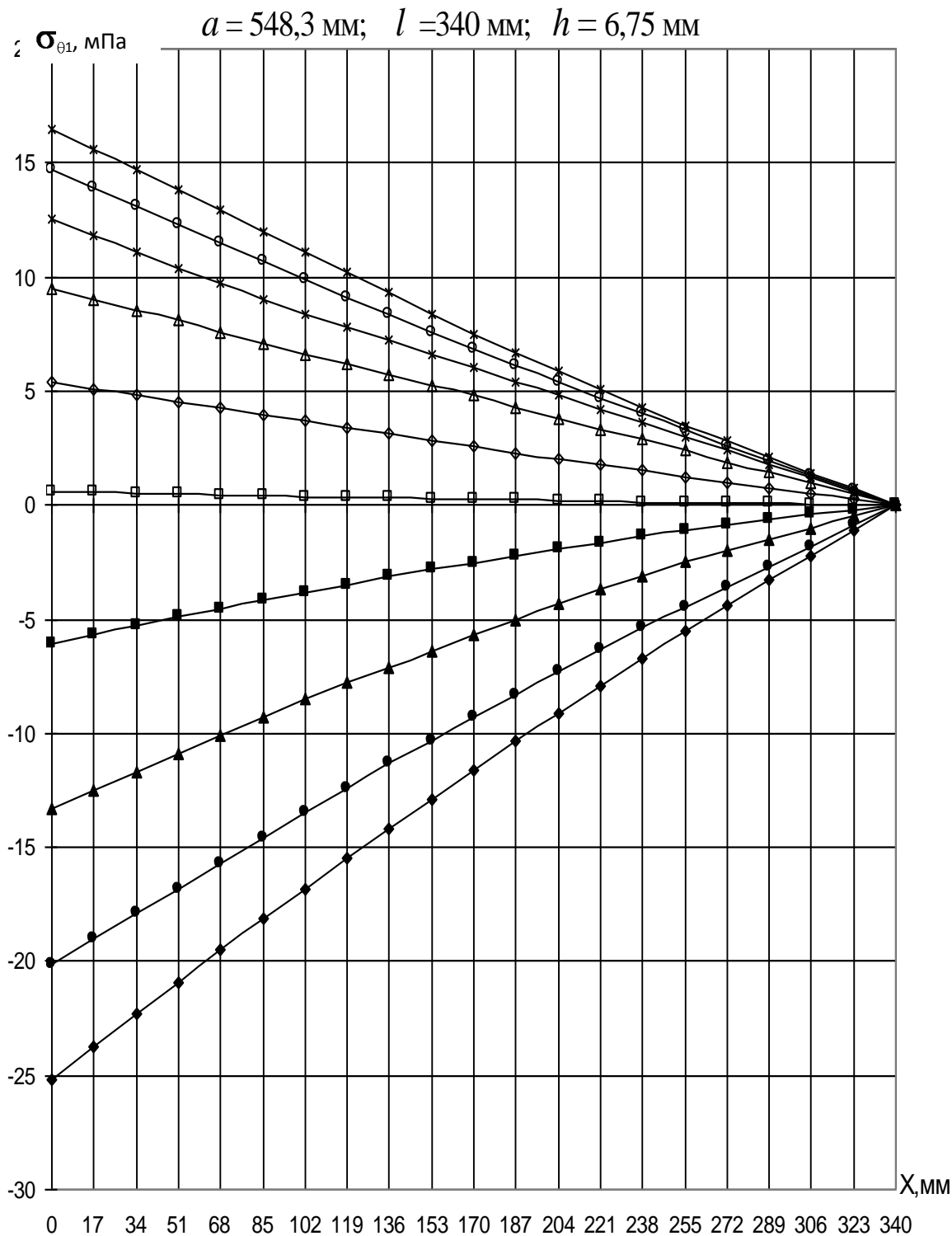


Рис. 7 Напряжения  $\sigma_{\theta_1}$  (МПа) на внутренней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода перефутеровки рудоразмольной мельницы, в зависимости от расстояния  $X$  до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн  $\theta$ , толщина оболочки  $h$  ум  $\theta^\circ$ :  $\blacklozenge$ -0  $\bullet$ -10  $\blacktriangle$ -20  $\blacksquare$ -30  $\square$ -40  $\diamond$ -50  $\triangle$ -60  $\times$ -70  $\circ$ -80  $\ast$ -90

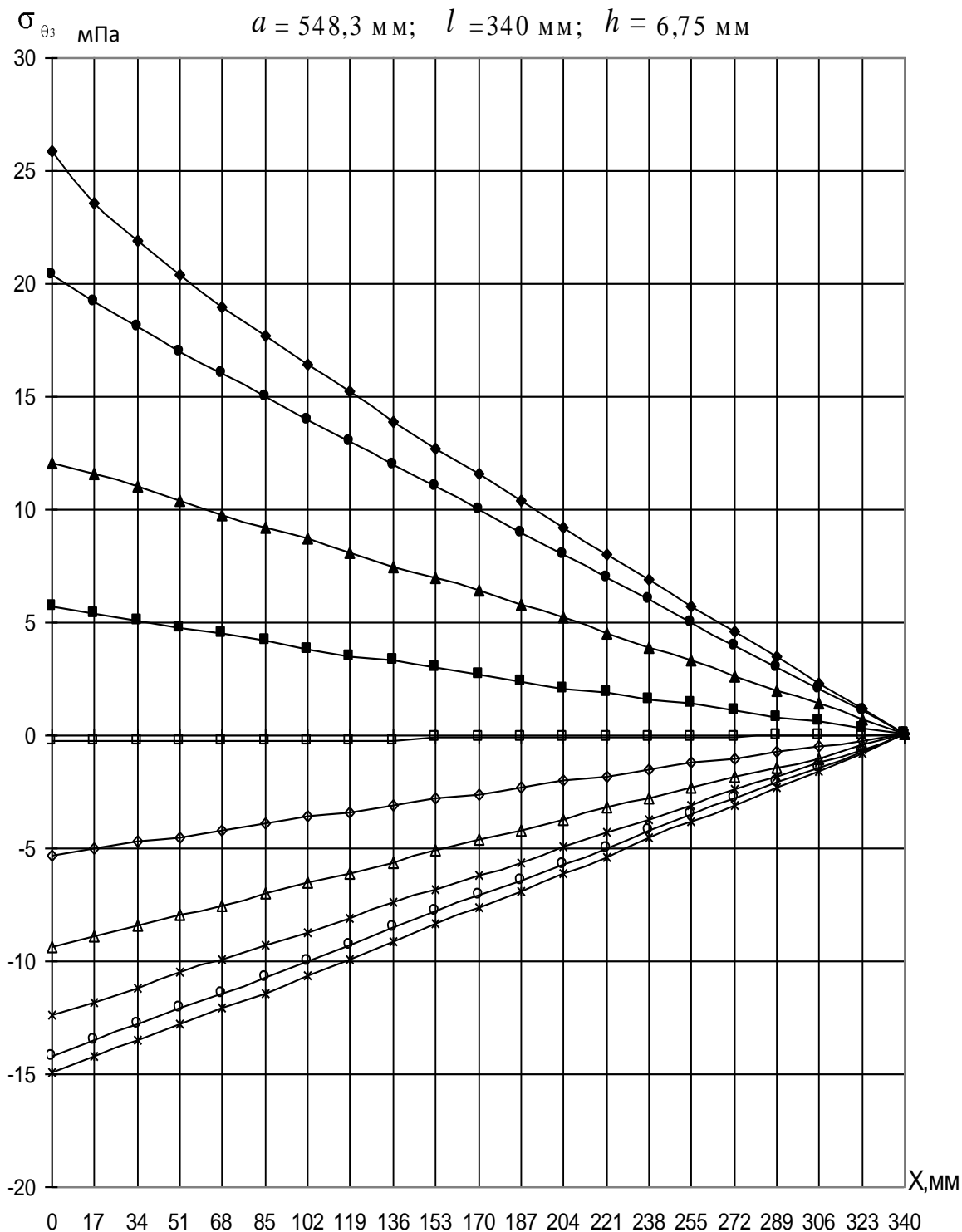


Рис. 8 Напряжения  $\sigma_{\theta_3}$  (МПа) на внешней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода перефутеровки рудоразмольной мельницы, в зависимости от расстояния  $X$  до зубчатого венца, при различных

фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн  $\epsilon_{\theta}^{\circ}$ :  $\blacklozenge$ -0  $\bullet$ -10  $\blacktriangle$ -20  $\blacksquare$ -30  $\square$ -40  $\diamond$ -50  $\triangleleft$ -60  $\times$ -70  $\circ$ -80  $\ast$ -90

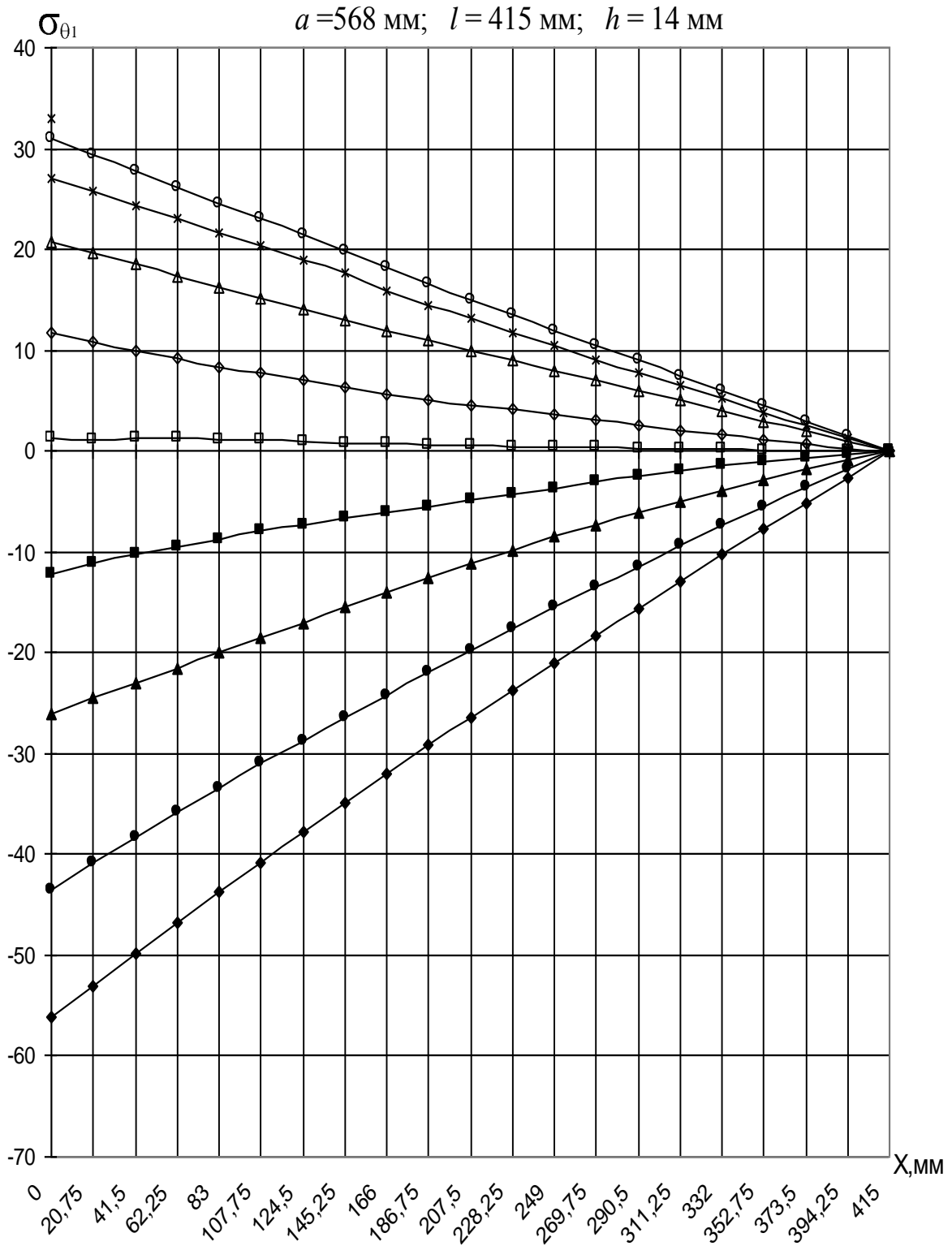


Рис. 9 Напряжения  $\sigma_{\theta_1}$  (МПа) на внутренней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода поворота передвижного миксера, в зависимости от расстояния  $X$  до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях  $\epsilon_{\theta}^{\circ}$ :  $\blacklozenge$ -0  $\bullet$ -10  $\blacktriangle$ -20  $\blacksquare$ -30  $\square$ -40  $\diamond$ -50  $\triangleleft$ -60  $\times$ -70  $\circ$ -80  $\ast$ -90

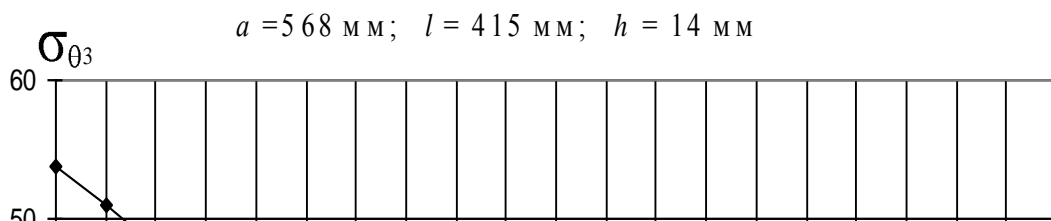


Рис. 10 Напряжения  $\sigma_{\theta_3}$  (МПа) на внешней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода поворота передвижного миксера, в зависимости от расстояния  $X$  по зубчатому венцу при различных фиксированных значениях угл  $\theta$ :  $\blacklozenge$  0  $\bullet$  10  $\blacktriangle$  20  $\blacksquare$  30  $\square$  40  $\diamond$  50  $\ominus$  60  $\times$  70  $\circ$  80  $\ast$  90

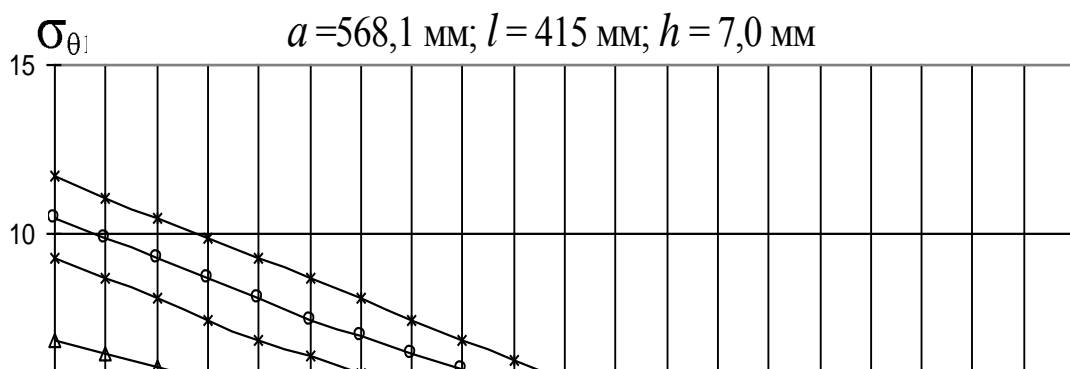


Рис. 11 Напряжения  $\sigma_{\theta 1}$  (МПа) на внутренней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода поворота передвижного миксера, в зависимости от расстояния  $X$  до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн  $\theta$ , толщина оболочки  $h$

$\theta^\circ$ :  $\blacklozenge$  0  $\bullet$  10  $\blacktriangle$  20  $\blacksquare$  30  $\blacklozenge$  40  $\blacklozenge$  50  $\blacklozenge$  60  $\blacklozenge$  70  $\blacklozenge$  80  $\blacklozenge$  90

$a = 568,1$  мм;  $l = 415$  мм;  $h = 7,0$  мм

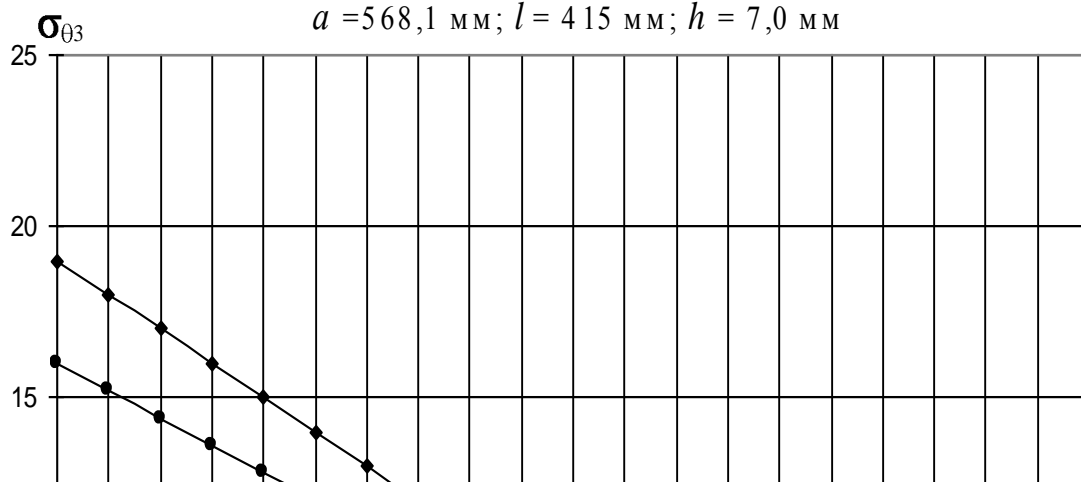


Рис. 12 Напряжения  $\sigma_{\theta z}$  (МПа) на внешней поверхности оболочки гибкого колеса ВЗП привода поворота передвижного миксера, в зависимости от расстояния  $X$  до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн  $\theta$ , толщина оболочки  $h$  уменьшена в два раза ( $h = 7,0$  мм)



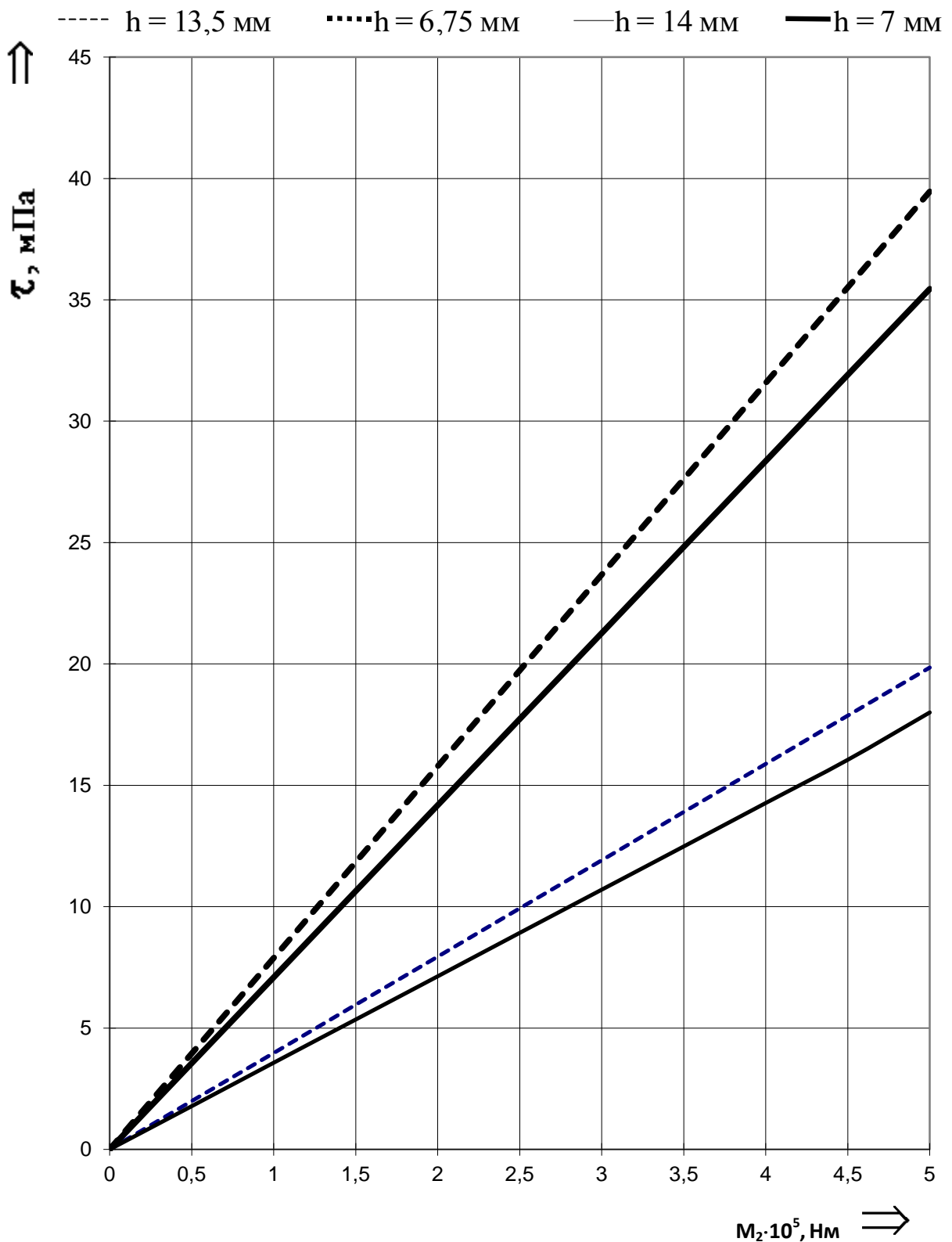


Рис. 13 Касательные напряжения  $\tau$ , (МПа) в оболочке П  
 приводов рудоразмельной мельницы: - - - толщина оболочки нормаль-  
 ная ( $h = 13,5 \text{ мм}$ ); - - - - - толщина оболочки уменьшена в два раза ( $h =$   
 $6,75 \text{ мм}$ ) и передвигного миксера: ~~толщина оболочки нор-~~ мальная ( $h$   
 $= 14 \text{ мм}$ ); ~~толщина~~ уменьшена в два раза ( $h = 7 \text{ мм}$ )  
 усиливается влиянием концентрации напряжений, вызываемой зубчатым  
 венцом.

Краевой эффект возникает в результате неравномерной деформации при контакте зубчатого венца и дисков генератора волн. Основными являются изгибные напряжения. В запас прочности принято условие, при котором на торце оболочки действуют сосредоточенные силы, создающие максимальную радиальную деформацию, равную максимальной деформации зубчатого венца при контакте с дисками генератора волн.

Напряжения  $\sigma_x$  возникающие в оболочке, направленные вдоль образующей цилиндра, слишком малы и их можно не учитывать.

Касательные напряжения в оболочке гибкого колеса  $\tau$  пропорциональны крутящему моменту  $M_2$  на тихоходном валу волновой передачи (рис. 13). Максимального значения касательные напряжения в оболочке гибкого колеса волновой зубчатой передачи привода перефутеровки рудоразмольной мельницы достигают при максимальном крутящем моменте  $M_{2\max} = 5 \cdot 10^5$  Нм и составляют  $\tau_{\max} = 20$  мПа. При уменьшении в два раза толщины оболочки гибкого колеса этой волновой передачи, при том же крутящем моменте  $M_{2\max} = 5 \cdot 10^5$  Нм, максимальные касательные напряжения достигают  $\tau_{\max} = 39,5$  мПа.

Для оболочки гибкого колеса волнового редуктора привода поворота передвижного миксера, при максимальном нагрузочном моменте  $M_{2\max} = 5 \cdot 10^5$  Нм, касательные напряжения принимают максимальное значение  $\tau_{\max} = 18$  мПа. С уменьшением толщины оболочки гибкого колеса этой волновой передачи в два раза, при том же крутящем моменте  $M_{2\max} = 5 \cdot 10^5$  Нм, максимальные касательные напряжения составляют  $\tau_{\max} = 36$  мПа.

Касательные напряжения распределяются по толщине оболочки гибкого колеса с незначительным увеличением от внутренней поверхности оболочки к внешней. Для оболочки гибкого колеса с нормальной толщиной стеки, такое увеличение составляет  $2 \div 3\%$ , а для оболочки с уменьшенной в два раза толщиной стенки эта разница находится в пределах  $1\%$ . Подобное изменение величины касательных напряжений по толщине оболочки не оказывает заметного влияния на прочность гибкого колеса.

*Численные расчеты подтвердили определяющую роль изгибных напряжений в краевом эффекте и правомерность допущений, сделанных при постановке задачи. Для повышения надёжности полученных результатов, возникает необходимость проведения сравнительного анализа с результатами экспериментальных исследования напряженно - деформированного состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи.*

*Выполненные исследования являются теоретической основой прочностного расчёта наиболее ответственного звена волновой передачи - гибкого зубчатого колеса. Они необходимы для оптимизации конструктивных форм и соотношения размеров несущих элементов крупных волновых передач. Полученные результаты позволили спроектировать и изготовить на АО «НКМЗ» ряд крупных волновых зубчатых редукторов для приводов рудоразмольных мельниц, миксеров для транспортировки расплавленного металла, шагающих экскаваторов. Новые приводы*

*отличаются компактностью, значительно меньшими габаритами, а их масса снижена более чем в два раза.*

**Список литературы:** 1. *Стрельников В.Н., Панков В.А., Севостьянов С.В.* О применении волновых редукторов в тяжёлом машиностроении // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сб. научн. тр. – Донецк: ДГТУ. – 2000. – Вып. 13. - С. 199 – 205. 2. *Иванов М.Н.* Волновые зубчатые передачи. М.: Высшая школа, 1981, 185с. 3. *Стрельников В.Н.* Исследование напряжённо – деформированного состояния гибкого колеса // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сб. научн. тр. – Донецк: Донецкий государственный технический университет. – 2001. – Вып. 16. - С. 302-309. 4. *Стрельников В.Н.* Прочностной расчёт гибкого колеса волнового зубчатого редуктора // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сб. научн. тр. – Донецк: Донецкий государственный технический университет. – 2001. – Вып. 18. - С. 3 - 12. 5. *Иванов М.Н.* О напряжениях в зубчатом венце гибкого колеса волновой передачи. — Известия Вузов. Машиностроение, 1974, №5, с. 18 – 20. 6. *Крахин О. И.* Напряженное состояние гибкого стакана волновых передач. - В кн.: Волновые передачи. М.: МСИ, 1970, с. 90 - 113. 7. *Руденко В.Н.* О применении решений некоторых задач теории упругости для расчета гибких деталей волновых передач. — В кн.: Волновые передачи. М.: МСИ. 1978, с.166-174. 8. *Власов В.З.* Общая теория оболочек и её приложение в технике. М., Л.: Гостехиздат, 1949, 784 с. 9. *Бидерман В. Л.* Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977, 486 с.