

А.Ф. КИРИЧЕНКО, д.т.н., П.С.БЕСЧЕРЕВНЫХ, Харьков, ХПИ «НТУ»

ОБ АЛГОРИТМИЗАЦИИ ЗАДАЧИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРЯМОЗУБЫХ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС, РЕШАЕМОЙ МЕТОДОМ РИТЦА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ R-ФУНКЦИЙ.

В предложенной работе описывается алгоритмизация методики расчета напряженно-деформированного состояния прямозубых конических зубчатых колес эвольвентного зацепления, описанной ранее [1], [2], [3], [4].

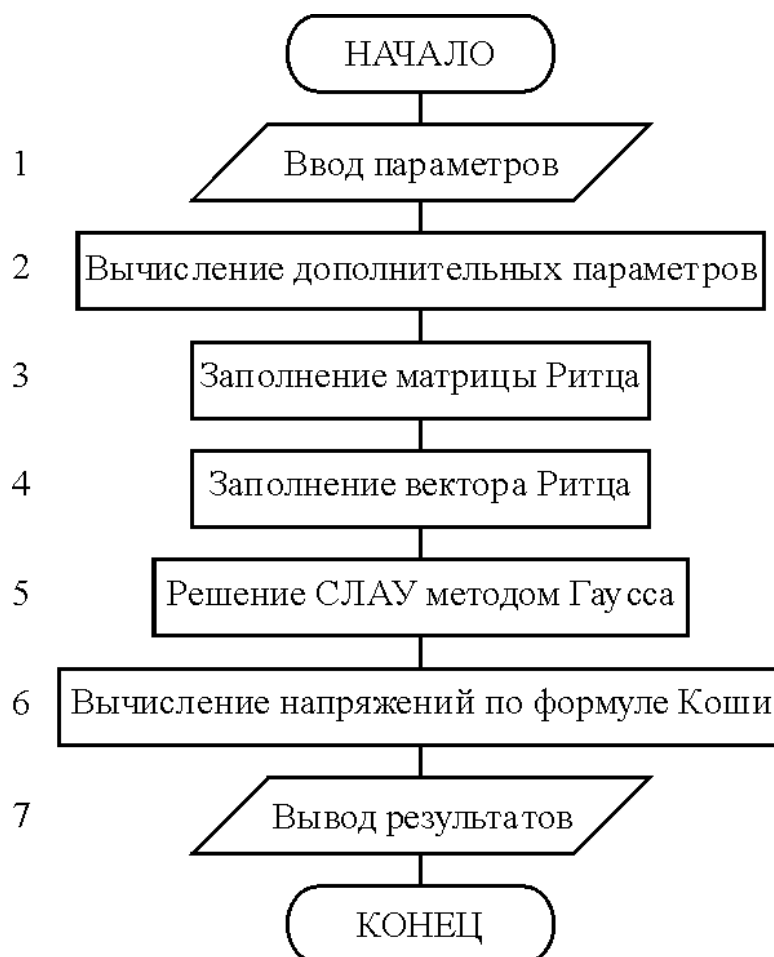


Рис. 1

На рис. 1 показана общая блок-схема алгоритма исследуемой задачи.

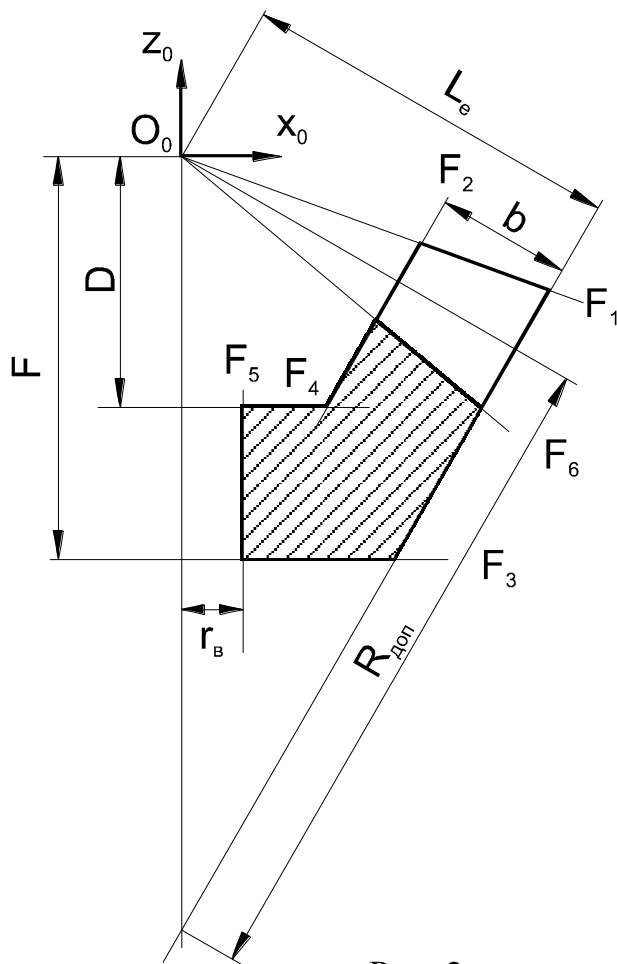


Рис. 2

Рассмотрим подробнее компоненты этой блок-схемы.

1. В этом разделе вводятся параметры, задающие геометрию зубчатого колеса (в используемой методике: δ — угол делительного конуса, колеса, m_{sr} — торцовый модуль зацепления конического колеса, b — ширина венца зубчатого колеса, r_b — радиус отверстия под вал, z_{12} — число зубьев рассчитываемых колес), прочностные параметры материала, из которого оно изготовлено (E , σ — коэффициенты упругости); параметры пятна контакта (P — полная нагрузка на пятне контакта, Q — коэффициент фазы зацепления [3], Δq — ширина пятна контакта в торцевом сечении рис. 2); вспомогательные параметры, необходимые для расчетов (N_x , N_y , N_z — коэффициенты разбиения по координатным осям для интегрирования).

2. На основе параметров, полученных в п.1, вычисляются параметры, необходимые для дальнейших расчетов. Получаем полный набор параметров для вычислений (рис 3).

3. По формуле (1), используя левые части выражений, строим матрицу Ритца для нахождения неизвестных коэффициентов C_{ijk}^x , C_{ijk}^y , C_{ijk}^z [4]. Для вычислений нетрудно из выражений (3) получить рекуррентные соотношения

для производных $\frac{\partial f_{ijk}}{\partial x}$, $\frac{\partial f_{ijk}}{\partial y}$, $\frac{\partial f_{ijk}}{\partial z}$. При интегрировании объемных интегралов для оптимизации вычислений вводятся промежуточные

переменные для хранения величин $\frac{\partial f_{ijk}}{\partial x}$, $\frac{\partial f_{ijk}}{\partial y}$, $\frac{\partial f_{ijk}}{\partial z}$ чтобы уменьшить количество рекурсий (т.е. не надо несколько раз вычислять значения производных).

$$\left. \begin{aligned}
 & \sum_{i+j+k=0}^n \left\{ C_{ijk}^x \iiint_V \left[(\eta + 2) \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \right] dV + \right. \\
 & \quad + C_{ijk}^y \iiint_V \left[\eta \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \right] dV + \\
 & \quad \left. + C_{ijk}^z \iiint_V \left[\eta \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \right] dV \right\} = \frac{1}{\mu_{\omega_2^*}} \int pf_{\alpha\beta\gamma} \cos(v, x) dl \\
 & \sum_{i+j+k=0}^n \left\{ C_{ijk}^x \iiint_V \left[\eta \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \right] dV + \right. \\
 & \quad + C_{ijk}^y \iiint_V \left[\frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + (\eta + 2) \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} \right] dV + \\
 & \quad \left. + C_{ijk}^z \iiint_V \left[\eta \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial z} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial z} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial y} \right] dV \right\} = \frac{1}{\mu_{\omega_2^*}} \int pf_{\alpha\beta\gamma} \cos(v, y) dl \\
 & \sum_{i+j+k=0}^n \left\{ C_{ijk}^x \iiint_V \left[\eta \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \right] dV + \right. \\
 & \quad + C_{ijk}^y \iiint_V \left[\eta \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \right] dV + \\
 & \quad \left. + C_{ijk}^z \iiint_V \left[\frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} + (\eta + 2) \frac{\partial f_{\alpha\beta\gamma}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_{ijk}}{\partial x} \right] dV \right\} = \\
 & = \frac{1}{\mu_{\omega_2^*}} \int pf_{\alpha\beta\gamma} \cos(v, z) dl
 \end{aligned} \right\} =$$

(1)

$$\text{где } f_{ijk} = \omega_1(x, y, z) p_i(x) p_j(y) p_k(z) \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 p_i(x) &= \frac{1}{2^i \cdot i!} \sqrt{i + \frac{1}{2}} \cdot \frac{d^i [(x - x_o)^2 - 1]^i}{dx^i} \\
 p_j(y) &= \frac{1}{2^j \cdot j!} \sqrt{j + \frac{1}{2}} \cdot \frac{d^j [(y - y_o)^2 - 1]^j}{dy^j} \\
 p_k(z) &= \frac{1}{2^k \cdot k!} \sqrt{k + \frac{1}{2}} \cdot \frac{d^k [(z - z_o)^2 - 1]^k}{dz^k}
 \end{aligned} \quad (3)$$

4. Из формулы (1), вычислив правую часть выражений, получим вектор-столбец для решения неоднородной СЛАУ.

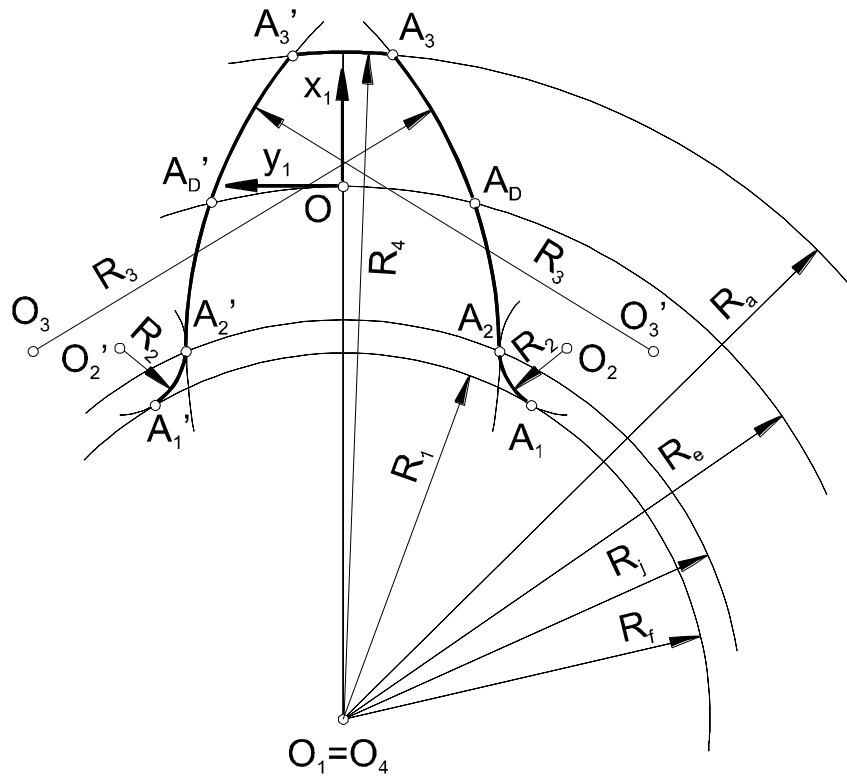


Рис. 3

5. Решив неоднородную СЛАУ, найдем коэффициенты C_{ijk}^x , C_{ijk}^y , C_{ijk}^z , подставляя которые в формулу (4), получим выражения для деформации зубчатого колеса.

$$\vec{U}_n(x, y, z) = \vec{i} u_n + \vec{j} v_n + \vec{k} w_n \quad (4)$$

$$\text{где } \begin{cases} u_n = -p \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^x f_{ijk} \\ v_n = -p \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^y f_{ijk} \\ w_n = -p \sum_{i+j+k=0}^n C_{ijk}^z f_{ijk} \end{cases}$$

6. Используя формулу Коши и полученные выражения для перемещений, можно вычислить значения для напряжений в любой точке.

Используя описанный алгоритм, можно написать программу на языке высокого уровня, например на Delphi и вычислять напряжения во внутренней области зубчатого колеса.

Список литературы: 1. Кириченко А. Ф., Бесчеревных П. С. Геометрическое моделирование граничной поверхности области зуба прямозубого конического зубчатого колеса// Вестник Харьковского Государственного Политехнического Университета. №50 – Харьков, 1999. – с.128-134. 2. Кириченко А. Ф., Бесчеревных П. С. Математическое моделирование торцевого профиля прямого зуба конического колеса// Вестник Харьковского Государственного Политехнического Университета. №85 – Харьков, 1999. – с.108-117. 3. Кириченко А. Ф., Бесчеревных П. С. Моделирование пятна контакта в зацеплении прямозубых конических эвольвентных зубчатых колес// Вестник Харьковского Государственного Политехнического Университета. №105 – Харьков, 2000. – с.135-142. 4. Кириченко А. Ф., Бесчеревных П. С. О влиянии некоторых геометрических параметров на податливость зацепления конических прямозубых зубчатых

колес// Вестник Национального Технического Университета "ХПИ". №12 – Харьков, 2001. – с.113-116.
5. Производство зубчатых колес// *Справочник под ред. д.т.н., проф. Б. А. Тайца*. Изд. Машиностроение, 2-е, переработанное. М., 1975. 728с